

Observer-based control scheme for a class of high-order delayed unstable systems.

L.A. Barragan-Bonilla.* J.F. Marquez-Rubio.*
B. Del Muro-Cuéllar.* G.I. Duchén Sánchez.*
D.F. Novella-Rodríguez.** A.R. Pineda Higuera.*

* *Instituto Politécnico Nacional, ESIME Culhuacan, Av. Santa Ana No. 1000, Coyoacán, México (e-mail: luis.bto08@gmail.com, jfcomr23@yahoo.com.mx, bdelmuro@yahoo.com).*

** *Universidad de Monterrey, UDEM, Engineering and Technology Department. Av. I. Morones Prieto 4500, San Pedro Garza Garcia 66238. Nuevo León, México. (e-mail: david.novella@udem.edu).*

Abstract- One of the most common proposals to deal with the control of delayed systems is the Smith Predictor. This strategy allows estimating the signal of interest before it is delayed. Once the signal of interest has been estimated, it can be used later in the control stage for the delay-free system. As is well known, the Smith Predictor is restricted to stable systems. In the present work, a control strategy based on an observer-predictor scheme for unstable high-order systems with time delay is proposed. Likewise, an injection scheme is presented that will be used in the design of the observer-predictor scheme and analysis in the frequency domain that allows obtaining necessary and sufficient stability conditions.

Keywords: delay, observer, stability, observer-predictor, unstable system.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas dinámicos con retardo de tiempo han tomado importancia dentro del análisis y diseño de estrategias de control. Algunos ejemplos de sistemas con retardo de tiempo se presentan en los procesos químicos (Arrieta et al., 2011), en el transporte de material, (Park et al., 2019) procesos industriales (Kali et al., 2020), en los sistemas operados a distancia (He et al., 2018) y en los procesos hidráulicos (Deng et al., 2021). El problema de los sistemas con retardo de tiempo surge cuando se desea realizar una estrategia de control, debido a que cuando se cierra el lazo de control el término del retardo aparece en el denominador de la función de transferencia. Este hecho complica el análisis y diseño de estrategias de control debido al número infinito de raíces que presenta la ecuación característica.

Para tratar con el control de sistemas con retardo se han presentado numerosas estrategias. Por ejemplo, el uso representaciones racionales para el término del retardo mediante aproximaciones de Taylor o de Padé (Cho et al., 2014). Otras estrategias proponen el uso los controladores tradicionales, como lo son el control Proporcional (P), Proporcional-Integral (PI) y Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Por ejemplo, en el trabajo reportado por Lee et al. (2010) mediante el uso de controladores P, PI, PD y PID obtienen condiciones necesarias y suficientes para sistemas de alto orden con retardo de tiempo.

La clase de sistemas que abordan contienen un polo inestable y varios polos estables, así mismo extienden esa clase de sistemas agregando un polo en el origen. En dicho trabajo hacen uso de un enfoque frecuencial de donde se desprenden las condiciones de estabilidad. En el trabajo presentado por Cho et al. (2014) se proponen reglas de ajuste simples mediante el método de síntesis directa de controladores PI y PID para procesos inestables con retardo de tiempo, como son sistemas con un polo inestable, sistemas con dos polos inestables y sistemas con un polo inestable y un polo en el origen. En dicho trabajo, utilizan la aproximación de la serie de Taylor de primer orden para el término de retardo.

Otra de las estrategias más utilizadas para el control de sistemas con retardo es el Predictor de Smith (Smith, 1957). Esta estrategia consiste en estimar la señal de interés antes de que esta sea retardada y posteriormente con dicha señal estimada aplicar cualquier estrategia de control al sistema libre de retardo. La principal desventaja del Predictor de Smith radica en que solo funciona para sistemas estables con retardo de tiempo. En caso contrario, el Predictor de Smith no estima la señal de interés correctamente. Dado este problema, se han realizado trabajos con modificaciones al Predictor de Smith para abordar el caso de sistemas inestables con retardo de tiempo (Sánchez et al. (2021), Pawar et al. (2021)).

El presente trabajo es una extensión del trabajo previamente reportado en Barragan-Bonilla et al. (2020). En dicho trabajo se presenta un esquema observador-predicador para sistemas de segundo orden inestables con retardo de tiempo. En este trabajo se extiende la clase de sistemas mencionados a sistemas inestables de alto orden con retardo de tiempo, los cuales contienen un polo en el origen, un polo inestable, varios polos estables y retardo de tiempo. También se propone el uso de un esquema de inyección el cual será utilizado en los resultados principales del presente trabajo. Así mismo se presentan las condiciones de estabilidad y la sintonización de los parámetros de diseño del esquema observador-predicador. En la Sección 3 se presentan resultados preliminares. En la Sección 4 se dan los resultados generales. En la Sección 5 se presentan los resultados en simulación y finalmente en la Sección 6 se dan las conclusiones generales.

2. CLASE DE SISTEMAS

En este trabajo se consideran la clase de sistemas lineales una-entrada una-salida con retardo de tiempo a la salida dado por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)e^{-\tau s} = \frac{b}{s(s-a)\prod_{i=1}^n(s+b_i)}e^{-\tau s}, \quad (1)$$

donde $U(s)$ y $Y(s)$ son las señales de entrada y salida respectivamente, $\tau \geq 0$ es el retardo de tiempo que se supone conocido, $a > 0$ es la posición del polo inestable, $b_1, b_2, \dots, b_n > 0$ son las ubicaciones de los polos estables y $b > 0$ es la ganancia proporcional del sistema.

3. RESULTADOS PRELIMINARES

Se presentan dos resultados preliminares, el primer resultado establece condiciones de estabilidad basado en el criterio de estabilidad de Nyquist y el segundo resultado preliminar establece las condiciones de estabilidad para el esquema de inyección propuesto en la Fig. 1 el cual será utilizado posteriormente en el resultado principal de este trabajo.

3.1 Estabilidad basada en el criterio de estabilidad de Nyquist

Lema 1. (Xiang et al., 2007)

Sea la función de transferencia de lazo abierto dada por (1), con P^+ polos inestables. El sistema (1) con una retroalimentación unitaria de la salida en lazo cerrado es estable si y solo si el diagrama de Nyquist de $G(s)e^{-\tau s}$ rodea el punto $(-1, 0j)$, P^+ veces en sentido antihorario.

3.2 Esquema de inyección

Lema 2. Considere el sistema dado por (1) y la inyección de salida descrita en el diagrama de la Fig. 1, donde g_1 ,

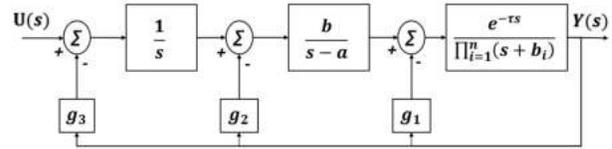


Figure 1. Esquema de inyección.

g_2 y g_3 son parámetros libres de diseño. La función de transferencia de lazo cerrado correspondiente es,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{be^{-\tau s}}{(g_1 s^2 + s(bg_2 - ag_1) - bg_3)e^{-\tau s} + s(s-a)\prod_{i=1}^n(s+b_i)}. \quad (2)$$

Su ecuación característica queda expresada por,

$$(g_1 s^2 + s(bg_2 - ag_1) - bg_3)e^{-\tau s} + s(s-a)\prod_{i=1}^n(s+b_i) = 0. \quad (3)$$

Así mismo una representación en espacio de estados para el esquema de inyección presentado en la Fig. 1 queda expresada por,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \\ y(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & -g_1 B_1 \\ 0 & a & b & -bg_2 \\ 0 & 0 & 0 & -g_3 \\ C_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t). \quad (4)$$

con,

$$A_1 = \begin{bmatrix} -b_1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & b_{n-1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & b_n \end{bmatrix}, \quad B_1 = [0 \dots 0_{n-1} \ 1]^T,$$

y, $C_1 = [1 \dots 0_{n-1} \ 0_n]$.

Entonces, existen g_1 , g_2 y g_3 tal que el sistema de lazo cerrado $Y(s)/U(s)$, o equivalentemente el sistema de espacio de estado (4), es estable si y solo si $\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$.

Demostración. Considere el sistema en lazo abierto dado por,

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{(g_1 s^2 + s(bg_2 - ag_1) - bg_3)e^{-\tau s}}{s(s-a)\prod_{i=1}^n(s+b_i)}, \quad (5)$$

con una retroalimentación unitaria de la salida, $R(s) = V(s) - Y(s)$, obtenemos el sistema en lazo cerrado,

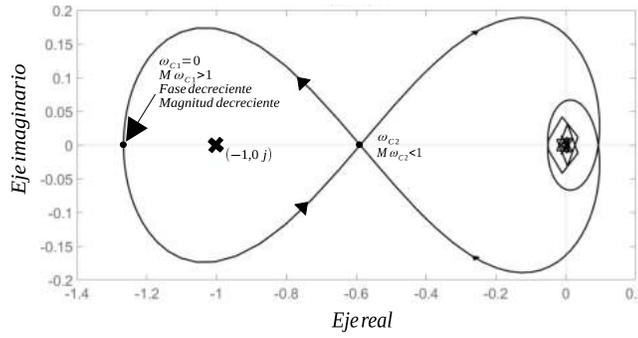


Figure 2. Diagrama ideal de Nysquist para el sistema (8).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(g_1 s^2 + s(bg_2 - ag_1) - bg_3)e^{-\tau s}}{(g_1 s^2 + s(bg_2 - ag_1) - bg_3)e^{-\tau s} + s(s-a) \prod_{i=1}^n (s+b_i)}. \quad (6)$$

Es importante ver que la ecuación característica del sistema (6) es idéntica a la ecuación característica (3). Por otro lado, el criterio de Nyquist permite determinar la estabilidad de un sistema en lazo cerrado empleando información del sistema en lazo abierto.

Por lo tanto, es posible realizar un análisis basado en el criterio de estabilidad de Nyquist al sistema (5) en lazo abierto que permitirá obtener condiciones de estabilidad para el sistema (6), el cual a su vez es equivalente al sistema (2).

El sistema (5) también puede escribirse como,

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{\alpha_1(1 + \alpha_2 s + \frac{\alpha_3}{s})e^{-\tau s}}{(s-a) \prod_{i=1}^n (s+b_i)}, \quad (7)$$

con, $\alpha_1 = bg_2 - ag_1$, $\alpha_2 = g_1/(bg_2 - ag_1)$ y $\alpha_3 = bg_3/(bg_2 - ag_1)$. Lo cual facilitará el análisis para establecer condiciones de estabilidad. Se comenzará el análisis considerando $\alpha_3 = 0$, posteriormente se harán las observaciones correspondientes del análisis para $\alpha_3 > 0$.

De acuerdo con el criterio de estabilidad de Nyquist dado en el Lema 1, el sistema (7) tiene un polo inestable ($P^+ = 1$), por lo que en el diagrama de Nyquist se debe dar un rodeo en sentido antihorario al punto $(-1, 0j)$ para que el sistema (7) sea estable (como se muestra en la Fig. 2).

La respuesta en frecuencia del sistema (7) queda expresada por,

$$\frac{Y(j\omega)}{V(j\omega)} = \frac{\alpha_1(1 + \alpha_2 j\omega)e^{-\tau j\omega}}{(j\omega + a) \prod_{i=1}^n (j\omega + b_i)}, \quad (8)$$

donde su magnitud está dada por,

$$M(\omega) = \frac{\alpha_1}{a \prod_{i=1}^n b_i} \sqrt{\frac{1 + \alpha_2^2 \omega^2}{\left(1 + \frac{\omega^2}{a^2}\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\omega^2}{b_i^2}\right)}}, \quad (9)$$

de lo anterior se desprende,

$$\frac{dM(\omega)}{d\omega} = \frac{-2\omega}{\left(1 + \frac{\omega^2}{a^2}\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\omega^2}{b_i^2}\right)} \left(-\alpha_2^2 + \beta \left(1 + \alpha_2^2 \omega^2\right)\right), \quad (10)$$

$$\text{con, } \hat{M}(\omega) = \frac{M(\omega)^2 a^2 \prod_{i=1}^n b_i^2}{\alpha_1^2}, \text{ y } \beta = \frac{1}{a^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{a^2}\right)} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{b_j^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{b_j^2}\right)}.$$

Para que el sistema (6) sea estable, la magnitud debe ser decreciente (como se muestra en la Fig. 2) es decir, de la Ec. (10) se debe cumplir que $-\alpha_2^2 + \frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i^2} > 0$, o de manera equivalente,

$$\alpha_2 < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i^2}}. \quad (11)$$

Por otro lado, la fase de (8) está dada por,

$$\Theta(\omega) = -\tau\omega - \pi + \arctan\left(\frac{\omega}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \arctan\left(\frac{\omega}{b_i}\right) + \arctan(\alpha_2 \omega). \quad (12)$$

Para que el sistema (6) sea estable, debe cumplir que la fase sea decreciente como se muestra en la Fig. 2. Con esto se produce un rodeo en sentido antihorario al punto $(-1, 0j)$ sobre el eje real en el diagrama de Nyquist. Lo anterior se expresa mediante,

$$\left. \frac{d\Theta(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=0} = -\tau + \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i} + \alpha_2 > 0. \quad (13)$$

Finalmente, usando la Ec. (11) en (13) se obtiene,

$$\tau < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i^2}} + \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i}, \quad (14)$$

que es la condición sobre el tamaño del retardo que asegura un rodeo antihorario en el diagrama de Nyquist.

Mediante las ecuaciones (11) y (13), el parámetro para α_2 queda dado por,

$$\tau - \frac{1}{a} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i} < \alpha_2 < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i^2}}. \quad (15)$$

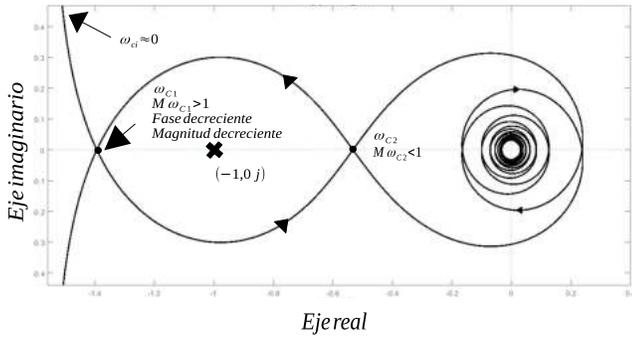


Figure 3. Diagrama ideal de Nyquist para el sistema (7).

A continuación, extenderemos el análisis para el caso $\alpha_3 > 0$. Considere la Ec. (7) con $\alpha_3 > 0$ y manteniendo la condición sobre $\tau < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i^2}} + \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i}$.

Esto es posible, ya que el parámetro α_3 está relacionado con un término integral, el cual no afecta la condición de estabilidad. De hecho, usando la técnica del lugar geométrico de las raíces siempre hay un $\alpha_3 > 0$ tal que el sistema (7) es estable. De esta manera, la fase dada en (12) se convierte en,

$$\Theta_{\alpha_3}(\omega) = -\tau\omega + \arctan\left(\frac{\omega}{a}\right) - \sum_{i=1}^n \arctan\left(\frac{\omega}{b_i}\right) + \arctan\left(\alpha_2\omega - \frac{\alpha_3}{\omega}\right), \quad (16)$$

Se puede verificar que con $\alpha_3 = 0$ y algunos valores de $\alpha_3 > 0$, la expresión $\Theta_{\alpha_3}(\omega) = 0$ tiene dos soluciones positivas. Para lograr un rodeo antihorario al punto $(-1, 0j)$ en el diagrama de Nyquist como el que se muestra en la Fig. 3, la magnitud debe cumplir $M(\omega_{c1}) > 1$ y $M(\omega_{c2}) < 1$, siendo ω_{c1} y ω_{c2} las frecuencias de corte con el eje real. Usando estas consideraciones en (9), obtenemos,

$$f(\omega_{c1}) < \alpha_1 < f(\omega_{c2}), \quad (17)$$

con,

$$f(\omega_{ci}) = a \prod_{i=1}^n b_i \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{\omega_{ci}^2}{a^2}\right) \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\omega_{ci}^2}{b_i^2}\right)}{1 + \left(\alpha_2\omega_{ci} - \frac{\alpha_3}{\omega_{ci}}\right)^2}}. \quad (18)$$

Con los rangos para α_1 , α_2 y α_3 obtenidos a partir de las ecuaciones (17), (15) y (16), es posible estabilizar el sistema dado en (2). ■

Finalmente, retomando el cambio de variable utilizado en la Ec. (7) ($\alpha_1 = bg_2 - ag_1$, $\alpha_2 = g_1/(bg_2 - ag_1)$ y $\alpha_3 = bg_3/(bg_2 - ag_1)$), es posible obtener los parámetros del esquema de inyección (g_1 , g_2 y g_3) presentado en la Fig. 1 dados por,

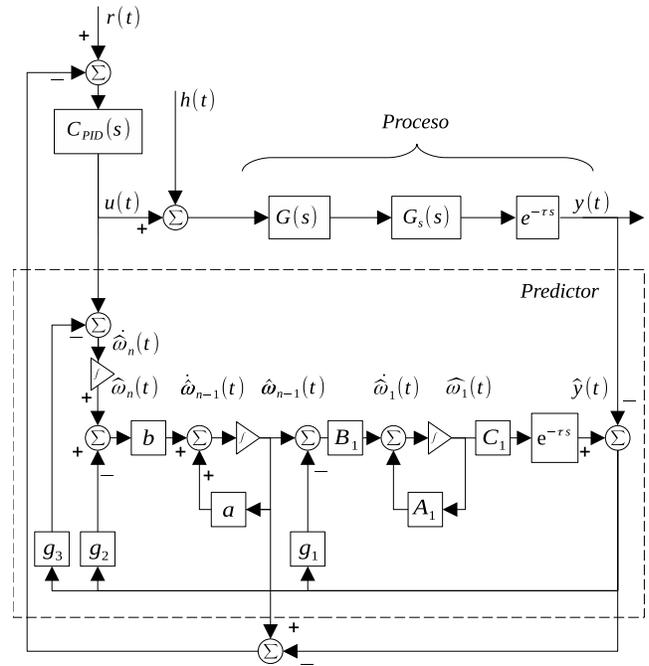


Figure 4. Esquema de observador-predicador propuesto.

$$\alpha_2 f(\omega_{c1}) < g_1 < \alpha_2 f(\omega_{c2}), \quad (19)$$

$$\left(1 + \frac{a\alpha_2}{b}\right) f(\omega_{c1}) < g_2 < \left(1 + \frac{a\alpha_2}{b}\right) f(\omega_{c2}), \quad (20)$$

$$g_3 = \frac{\alpha_3(bg_2 - ag_1)}{b}. \quad (21)$$

4. ESQUEMA PREDICADOR/OBSERVADOR PROPUESTO

En esta Sección se presentan los resultados principales, tales como la estrategia de estimación y el control basado en observador-predicador.

4.1 Estrategia de estimación

Sea el sistema dado por (1), donde una representación en espacio de estados está expresada por,

$$\dot{\omega}(t) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \omega(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad (22)$$

$$y(t + \tau) = [C_1 \ 1 \ 0] \omega(t), \quad (23)$$

con $\omega(t) = [\omega_1(t) \ \dots \ \omega_{n-1}(t) \ \omega_n(t)]^T$.

Se propone un observador para un sistema de la forma (22)-(23) dado por,

$$\dot{\hat{\omega}}(t) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\omega}(t) + \begin{bmatrix} B_1 g_1 & -B_1 g_1 \\ b g_2 & -b g_2 \\ g_3 & -g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} \hat{\omega}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad (24)$$

$$\hat{y}(t + \tau) = [C_1 \ 1 \ 0] \omega(t), \quad (25)$$

donde $\hat{\omega}(t) = [\hat{\omega}_1(t) \dots \hat{\omega}_{n-1}(t) \hat{\omega}_n(t)]^T$ es la estimación $\omega(t)$,

Ahora, se presenta un resultado que proporciona la condición de convergencia para el observador propuesto.

Teorema 3. Considere el sistema dado por (22)-(23) con el observador propuesto dado por (24)-(25), esto se ilustra en la Fig.4. Entonces existen constantes g_1 , g_2 y g_3 tales que $\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{\omega}(t) - \omega(t)] = 0$ si y solo si $\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$.

Demostación. Considere el observador propuesto dado por (24)-(25) (también se muestra en la Fig. 4) para analizar la dinámica de convergencia. Como el control $C_{PID}(s)$ no es necesario para el análisis de convergencia, entonces $C_{PID}(s) = 0$.

Definiendo el error de predicción como, $e_\omega(t) = [e_{\omega_1}(t) \dots e_{\omega_{n-1}}(t) \ e_{\omega_n}(t)]^T = \hat{\omega}(t) - \omega(t)$, y el error de estimación de salida como $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$, es posible describir el comportamiento de la señal de error dinámico, $\dot{e}_\omega(t) = [\dot{e}_{\omega_1}(t) \dots \dot{e}_{\omega_{n-1}}(t) \ \dot{e}_{\omega_n}(t)]^T = \dot{\hat{\omega}}(t) - \dot{\omega}(t)$. El cual queda expresado por,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{\omega_1}(t) \\ \dot{e}_{\omega_{n-1}}(t) \\ \dot{e}_{\omega_n}(t) \\ e_y(t + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & -g_1 B_1 \\ 0 & a & b & -b g_2 \\ 0 & 0 & 0 & -g_3 \\ C_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\omega_1}(t) \\ e_{\omega_{n-1}}(t) \\ e_{\omega_n}(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Es claro ver que las condiciones de estabilidad del sistema (4), dadas en Lema 2, son equivalentes a las del sistema (26), de las que se desprende el resultado del Teorema.

4.2 Control basado en observador

En la Sección anterior se abordó la convergencia de las señales estimadas. Esto permite que se proceda con el diseño de la etapa de control. El siguiente resultado establece las condiciones de estabilidad en lazo cerrado con base en el observador propuesto en la Sección 4.1.

Teorema 4. Considere el sistema dado por (22)-(23) y el esquema observador dado por (24)-(25) presentado en la Fig. 4. Entonces existen ganancias g_1 , g_2 , g_3 y un control tipo PID dado por,

$$C_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s, \quad (27)$$

tal que el sistema de lazo cerrado $Y(s)/R(s)$ mostrado en la Fig. 4 es estable si y solo si $\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$.

Demostación. A partir del Teorema 3, la convergencia del observador es posible si y solo si $\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$ para el sistema (22)-(23). Utilizando el principio de separación, se puede diseñar una etapa de control independiente para la planta original utilizando la señal estimada $\hat{\omega}_{n-1}(t)$, por lo que siempre es posible encontrar un control $C_{PID}(s)$ establezca la función de transferencia sin retardo $G(s)$. De esta manera, la condición más restrictiva entre la etapa de convergencia y la etapa de control es $\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$.

■

5. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Ejemplo 1. Considere el sistema dado por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s-1)(s+3)} e^{-1.2s}. \quad (28)$$

De acuerdo con la propuesta de observador-predicador presentada en este trabajo, se procede a resolver el problema de la siguiente forma:

- (1) Verificar que la condición dada en el Teorema 3 se cumpla, lo cual garantiza la existencia del observador-predicador. Para este ejemplo, la cota máxima sobre el retardo permitido es de $\tau < 1.7208$. Dado que el retardo de la planta es de $\tau = 1.2$, es posible proceder con los siguientes pasos.
- (2) De la Ec. (15) obtenemos $0.53 < \alpha_2 < 1.05$. Para la simulación se escoge un valor de $\alpha_2 = 0.8$.
- (3) El rango para α_3 queda dado por $0 < \alpha_3 < 0.04$. Seleccionando el valor de $\alpha_3 = 0.01$ se puede verificar que la Ec. (16) tiene dos soluciones para ω_{c_i} , los cuales son $\omega_{c1} = 0.2$ y $\omega_{c2} = 0.84$. Esto se puede ver en la Fig. 5.
- (4) Mediante la Ec. (17) se calcula el intervalo de valores para α_1 dado por, $3.04 < \alpha_1 < 3.39$, del cual se elige el valor de $\alpha_1 = 3.2$ para la simulación.
- (5) Con los valores obtenidos en los pasos anteriores. Es posible calcular el intervalo para los parámetros g_1 y g_2 mediante las ecuaciones (19) y (20). Estos quedan dados por, $2.439 < g_1 < 2.7192$ y $5.4877 < g_2 < 6.1183$. Los parámetros utilizados en simulación son, $g_1 = 2.58$ y $g_2 = 5.8$.
- (6) Finalmente, con la Ec. (21) se obtiene el valor para el parámetro $g_3 = 0.032$.

En la Fig. 6 se observa que la respuesta de salida del sistema es estable en estado estacionario ante una entrada $R(s)$ tipo escalón de amplitud 1. Se consideran condiciones iniciales para los estados de la planta de 0.1. La convergencia de la señal de interés se observa en la Fig. 7.

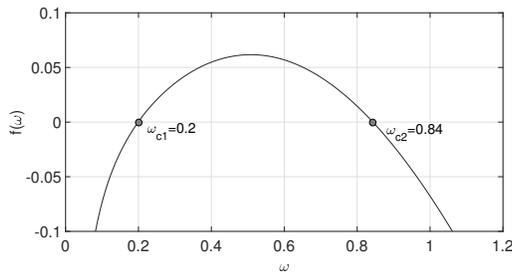


Figure 5. Frecuencias ω_{c1} y ω_{c2} del ejemplo 1.

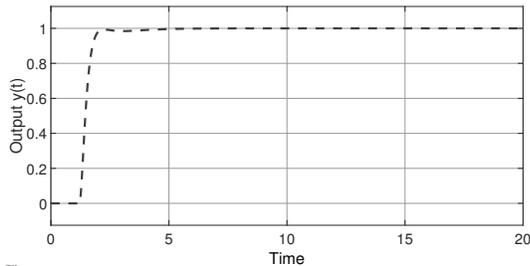


Figure 6. Respuesta de salida del ejemplo 1.

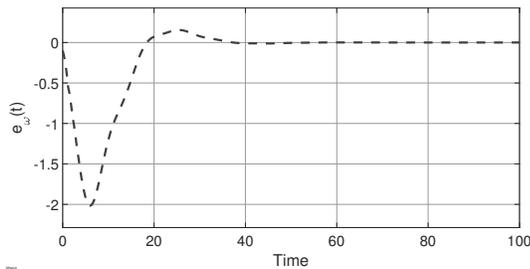


Figure 7. Convergencia de la señal $\omega_{n-1}(t)$.

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se presentó una propuesta de control basado en observador-predicor para sistemas retardados que contienen un polo en el origen, un polo inestable y varios polos estables. El observador-predicor propuesto hace uso las variables intermedias antes de ser retardadas para diseñar la etapa del control principal. La condición sobre el retardo permitido de la estrategia de control ($\tau < \sqrt{1/a^2 + \sum_{i=1}^n 1/b_i^2} + 1/a - \sum_{i=1}^n 1/b_i$) mejora con respecto a trabajos previamente reportados (Lee et al. (2010) Xiang et al. (2007)). Finalmente, el uso del esquema observador-predicor propuesto permite el diseño de un controlador para la planta $G(s)$ libre de retardo, lo que permite usar cualquier técnica de control clásico para el diseño del control principal de la planta. Como trabajo a futuro se puede extender la clase de sistemas que se abordan en el presente trabajo a una clase de sistemas más general.

REFERENCES

- Arrieta, O., Vilanova, R., and Visioli, A. (2011). Proportional-integral-derivative tuning for servo/regulation control operation for unstable and integrating processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50(6), 3327–3334. doi:10.1021/ie101012z. URL <https://doi.org/10.1021/ie101012z>.
- Barragan-Bonilla, L.A., del Muro Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J.F., and Ángel Hernández-Pérez, M. (2020). Observer/predicor desing for unstable delayed linear systems with one pole at the origin. In *Congreso Nacional de Control Automático (AMCA)*.
- Cho, W., Lee, J., and Edgar, T.F. (2014). Simple analytic proportional-integral-derivative (pid) controller tuning rules for unstable processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(13), 5048–5054. doi: 10.1021/ie401018g.
- Deng, W., Yao, J., Wang, Y., Yang, X., and Chen, J. (2021). Output feedback backstepping control of hydraulic actuators with valve dynamics compensation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 158, 107769. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.107769>.
- He, S., Yi, G., and Z., W. (2018). Exponential synchronization of dynamical network with distributed delays via intermittent control. *Asian Journal of Control*, 21, 2378–2386.
- Kali, Y., Ayala, M., Rodas, J., Saad, M., Doval-Gandoy, J., Gregor, R., and Benjelloun, K. (2020). Time delay estimation based discrete-time super-twisting current control for a six-phase induction motor. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 35(11), 12570–12580. doi: 10.1109/TPEL.2020.2995773.
- Lee, S.C., Wang, Q.G., and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *Journal of Process Control*, 20(2), 235–239.
- Park, J., Lee, T., Liu, Y., and Chen, J. (2019). *Dynamic Systems with Time Delays: Stability and Control*. doi: 10.1007/978-981-13-9254-2.
- Pawar, S.N., Chile, R.H., and Patre, B.M. (2021). Predictive extended state observer-based robust control for uncertain linear systems with experimental validation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 43(12), 2615–2627.
- Sánchez, G.D., del Muro Cuellar, B., Rubio, J.F.M., Villa, M.V., and Pérez, M.A.H. (2021). Observer-based pd controller for a class of high order linear unstable delayed systems. *IEEE Latin America Transactions*, 20(2), 291–300.
- Smith, O.J.M. (1957). Close control of loops with dead time. *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 53.
- Xiang, C., Wang, Q., Lu, X., Nguyen, L., and Lee, T. (2007). Stabilization of second-order unstable delay processes by simple controllers. *Journal of Process Control - J PROCESS CONTROL*, 17, 675–682. doi: 10.1016/j.jprocont.2007.03.002.