

Sistema coordinado de robots industriales con acoplamientos dinámicos de segundo orden

Rodrigo Vargas-Belman, Alejandro Rodriguez-Angeles

*Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, CDMX
(e-mail: rodrigo.vargas@cinvestav.mx, angeles@cinvestav.mx).*

Resumen: En este trabajo se presenta el desarrollo de un sistema coordinado conformado por dos robots industriales de la marca ABB y dos sensores de fuerza, uno marca TTI y otro ATI. Sistema cuya función es la sujeción y manipulación de objetos utilizando un contacto puntual, con el fin de que estos desarrollen movimientos deseados por un operador. Al ser un sistema coordinado, a diferencia de un sistema maestro-esclavo, ambos robots tienen acceso a toda la información de su fuerza aplicada, ruta deseada del objeto y posición del efector final del otro robot. Se implementan en ambos manipuladores tres esquemas de control diferentes, siendo uno el control de fuerza-par, el cual permite regular la penetración generada por el contacto en el objeto, el otro un control de posición del objeto, el cual tiene como función cambiar la referencia de fuerza para que con este diferencial se produzca el movimiento de este, y un control por acoplamiento, cuya función es aumentar o disminuir la referencia de fuerza, para que los efectores finales siempre se encuentren a la misma distancia (desde ahora denominada pose de agarre) y se asegure un agarre estable del objeto. Realizando un análisis de estabilidad total del sistema, obteniendo condiciones sobre las ganancias de los controles y comprobando dicha teoría con pruebas experimentales.

Keywords: Sistema coordinado, sistema multi-robot, robot industrial, control por acoplamiento, control de fuerza, manipulación

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas robóticos deben de ser complementados con diferentes tipos de sensores para facilitar la obtención de información. Algunos de estos dispositivos se caracterizan por dar a los robots las habilidades de detectar objetos a distancia, por el sonido, por el olor o incluso por la temperatura. Los sensores permiten que los robots puedan recibir y emitir información de todo aquello que les rodea. Sin estos dispositivos no podrían moverse ni interactuar con los objetos, con las personas o con otros robots.

Realizando mayor hincapié en los sensores de fuerza, siendo estos necesarios para que el robot conozca el impacto que tiene su interacción con el objeto que está manipulando, siendo de vital importancia cuando hablamos de sujeción o agarre de piezas, para evitar deformaciones no deseadas, daño a acabados superficiales, etc. o en su defecto para que este no pueda soltarlo.

Si bien, un robot con los sensores adecuados posee diversas aplicaciones en la industria, no es suficiente para realizar tareas más complejas, debido a que muchas de estas necesitan más de un robot para poder realizarse. Por este motivo es necesario que los robots puedan comunicarse entre sí para evitar contactos no deseados, realizar actividades en tiempos iguales o modificar su propio comportamiento debido a la interacción entre ellos, creando así un sistema coordinado. Los sistemas coordinados poseen múltiples ventajas, gracias al procesamiento independiente de cada uno de los miembros del sistema se permite abordar tareas de manera más rápida y eficiente que si lo hicieran de forma individual, tolerando errores o pérdidas en alguno de sus miembros.

Es por esto, que el presente trabajo se enfocará en un sistema coordinado de dos robots industriales ABB IRB2400 de seis grados de libertad, el cual cuenta con una arquitectura cerrada, es decir, no se tiene acceso directo a sus sistemas de control ni a las señales que transmiten a los actuadores, por lo que solamente se puede controlar la posición en el espacio de trabajo que estos tendrán a través de su propio software, RobotStudio. Se presenta un análisis de estabilidad por el método de

* Los autores agradecen al CONACYT-México, por su apoyo a través del proyecto CB-2017-2018-A1-S-26123

Mason para encontrar las condiciones necesarias de las ganancias de todo el sistema acoplado, comparando los resultados experimentales obtenidos con los teóricos.

2. MODELOS MATEMÁTICOS

Para describir el proceso de agarre-manipulación a través de dos robots coordinados por medio de un contacto puntual, se deben de establecer las relaciones entre el movimiento del robot y el efecto que este tendrá sobre el objeto, así como las reacciones que este causará sobre los mismos robots, es por esto que a continuación se presentan los modelos dinámicos para el proceso de agarre-manipulación.

2.1 Modelo del ambiente

Para modelar las reacciones que tendrá el objeto sobre el robot debido a la interacción con este, se utiliza el modelo de impedancia, el cual consiste en utilizar la dinámica de un sistema masa-resorte-amortiguador para obtener fuerzas de reacción [Hogan (1985)], denominando desde ahora al objeto como el ambiente de trabajo. Para un caso general el ambiente de trabajo puede ser modelado por (1).

$$F_r = M_A(\ddot{X}_R - \ddot{X}_A) + B_A(\dot{X}_R - \dot{X}_A) + K_A(X_R - X_A) \quad (1)$$

Donde M_A , B_A y $K_A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del ambiente respectivamente; F_r , X_R , $X_A \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, son los vectores de fuerza, vector de posición del efector final y de contacto del objeto respectivamente. Simplificando dicho modelo al tomar en cuenta que para evitar efectos de carga de choque sobre el objeto y tener un efecto de carga estática se necesita que la penetración del efector final dentro del ambiente sea de manera gradual, por lo que se pueden despreciar los efectos dados por las derivadas temporales, dando un ambiente puramente capacitivo como se muestra en (2).

$$F_r = K_A \Delta X \quad (2)$$

Asemejando al comportamiento de un restorte, con ΔX como la penetración realizada en el ambiente.

2.2 Modelo del robot manipulador

Se consideran los modelos cinemático y dinámico.

Modelo cinemático El modelo cinemático de un robot manipulador esta dado por tres análisis.

- Modelo cinemático directo.-Permite determinar la posición y orientación del efector final X_R en el espacio de trabajo respecto de las posiciones en el espacio articular $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, donde n son los grados de libertad del manipulador. Por lo que se tiene que $X_R = f_{cn_{di}}(q)$.
- Modelo cinemático inverso.-Permite determinar las posiciones en el espacio articular respecto de la posición y orientación del efector final en el espacio de trabajo, dando $q = f_{cn_{in}}(X_R)$.

- Modelo cinemático diferencial.-Permite establecer una relación entre las velocidades traslacionales v y rotacionales ω del efector final con respecto a las velocidades articulares. Así como, describir la relación entre las fuerzas F y momentos generados M en el ambiente respecto de las reacciones generadas en las articulaciones τ_A . Realizando la relación con el Jacobiano $J(q)$, por lo que obtenemos las relaciones descritas en (3).

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = J(q)\dot{q} \quad \tau_A = J(q)^T \begin{bmatrix} f \\ M \end{bmatrix} \quad (3)$$

Modelo dinámico El modelo dinámico de un robot manipulador esta dado por dos análisis.

- Modelo de movimiento libre.-Se considera libre cuando el efector final del robot no está en contacto con ningun ambiente, es decir, las fuerzas ejercidas de reacción en este son cero, siendo el modelo dinámico presentado en (4). Donde $D(q)$ y $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercias, y la matriz de Coriolis respectivamente; $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ es el vector de efecto gravitacional y $\tau_c \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ el torque aplicado en cada articulación.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau_c \quad (4)$$

- Modelo de movimiento restringido.-Se considera restringido cuando el efector final esta en contacto con un ambiente, es decir, se considera la existencia de fuerzas de reacción sobre este y por lo tanto sobre las articulaciones, siendo el modelo el mismo que en movimiento libre pero agregando estas reacciones previamente modeladas en (3), mostrando el modelo en (5).

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau_c + \tau_A \quad (5)$$

2.3 Modelo de los actuadores

En (5) se observa que el control del robot se tendría que realizar por torque cuando lo convencional es tener un control de actuadores por voltaje, por lo que se puede agregar la dinámica de los actuadores mostrada en (6).

$$M_j\ddot{q} + M_b\dot{q} + M_r\tau_c = M_v v \quad (6)$$

Con $\{M_j = \text{diag}\{J_{m_j}\}, M_b = \text{diag}\{b_{m_j} + \frac{K_{a_j}K_{b_j}}{R_{a_j}}\}, M_r = \text{diag}\{\frac{1}{r_j}\}, M_v = \text{diag}\{\frac{K_{a_j}}{r_j R_{a_j}}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ donde j es el número de la articulación, J_m como la inercia del rotor, K_a y K_b las constantes electro-mecánicas del motor, R_a la resistencia de armadura, b_m el coeficiente de fricción del rotor, r que es la relación del tren de engranes, τ que es el par aplicado y v siendo el voltaje de armadura. Por lo que, agregando (6) a (5) y considerando que M_r es una matriz diagonal constante, que esta definida como el reciproco de la reducción del tren de engranes, y normalmente, esas reducciones en los actuadores de robots industriales son muy grandes, se puede considerar que la

relación $\frac{1}{r_i^2} \approx 0$; dando por resultado un modelo lineal y desacoplado mostrado en (7).

$$M_j \ddot{q} + M_b \dot{q} = M_v v \quad (7)$$

3. ESQUEMA DE CONTROL

Recordando que al trabajar con robots industriales de arquitectura cerrada, no se tiene control directo sobre las señales transmitidas a los actuadores de este, por lo que se tiene que realizar todo el proceso de control con los comandos de movimiento de posición cartesiana o articular nativos del software *RobotStudio* propio de ABB.

3.1 Control de fuerza

La posición comandada X_c , como argumento del comando de movimiento, estará dada por la suma de la posición de contacto X_d y la salida del control de fuerza X_p , siendo esta salida la penetración que debe de realizarse en el ambiente para obtener la fuerza deseada, mostrada en (8).

$$X_c = X_d + X_p \quad (8)$$

Siendo el control de fuerza un PI, mostrado en (9).

$$X_p = k_f \cdot e_f + k_{if} \int e_f dt \quad (9)$$

Definiendo el error de fuerza en (10).

$$e_f = F_d + F_c + F_a - F_r \quad (10)$$

Donde F_d es la fuerza deseada para la sujeción, F_c la salida del control de posición del objeto, F_a la salida del control de acoplamiento, ambos controles mostrados a continuación y F_r la fuerza real medida del ambiente.

3.2 Control de posición del objeto

Siendo el control de posición del objeto un PID, el cual da una fuerza agregada a la deseada para que se realice el movimiento del objeto, mostrando el control en (11).

$$F_c = k_c \cdot e_c + k_{dc} \dot{e}_c + k_{ic} \int e_c dt \quad (11)$$

Y definiendo para ambos robots el error de posición de la misma manera, al tener ambos robots los datos de posición de ambos efectores finales y utilizando un objeto simétrico, la posición del centro de masa es fácilmente calculable con la ecuación del punto medio, por lo que el error esta dado por (12).

$$e_c = X_{cd} - \frac{1}{2}(X_{R_1} + X_{R_2}) \quad (12)$$

Donde X_{cd} es la trayectoria deseada a seguir del centro de masa del objeto en el espacio de trabajo y X_{R_1} y X_{R_2} es la pose del efector final en el espacio de trabajo del robot 1 y 2 respectivamente.

3.3 Control por acoplamiento dinámico de segundo orden

El control por acoplamiento está encargado de crear una fuerza agregada que logre mantener la distancia de agarre constante, mostrando las ecuaciones del control en (13).

$$\begin{aligned} F_a &= k_\alpha \cdot e_\alpha & \dot{e}_\alpha &= -k_{d_1} \cdot e_\alpha + f_\alpha \\ \dot{f}_\alpha &= -k_{d_2} \cdot e_\alpha - k_{d_3} \cdot f_\alpha + k_a \cdot e_a \end{aligned} \quad (13)$$

Donde el error de acoplamiento está definido de la misma manera para ambos robots, describiendolo en (14).

$$e_a = X_{R_1} - X_{R_2} - d \quad (14)$$

Con d la pose de agarre deseada para que el objeto no sufra deformaciones adicionales o pierda el agarre estable.

3.4 Diagrama de control

El diagrama de control de un sólo robot se puede observar en la Figura 1.

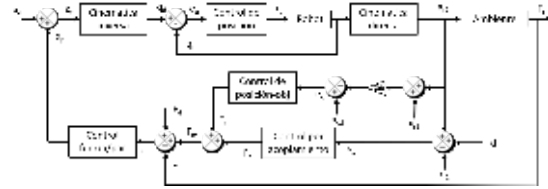


Figura 1. Diagrama general de control para un sólo robot

Simplificando el diagrama recordando que al ser un robot de arquitectura cerrada, no tenemos acceso a la cinemática inversa, ni a su control de posición, ni a la señal de los actuadores o cinemática directa, pero al ser un producto industrial, podemos tomar la consideración de que el control articular está bien sintonizado, de tal manera que cualquier trayectoria deseada será satisfecha, dando la suposición de que $X_R \approx X_c$ [Horst J. Bessai (2005)] y entendiendo que antes de llegar a la posición de contacto, el sistema actuara como dos robots independientes en movimiento libre por lo que ningún control será accionado, por lo que cuando se entre en contacto con el objeto y se pase al modelo de movimiento restringido el punto de contacto será el inicial, por lo que se puede tomar la consideración de que $X_d = 0$. Y al ser un sistema coordinado el diagrama debe de incluir ambos robots, por lo que con estas consideraciones, el diagrama de control de todo el sistema se puede observar en la Figura 2.

Notando que el sistema tendrá únicamente tres entradas: F_{d_1} , F_{d_2} que son las fuerzas deseadas para lograr la sujeción del objeto y X_{cd} la trayectoria de movimiento deseada del centro de masa del objeto en el espacio de trabajo, y las salidas de este, los diferentes errores de fuerza e_{f_i} , el error de posición del objeto e_c y el error de acoplamiento e_a .

Por lo que, podemos obtener la función de transferencia de cada bloque del diagrama previamente mostrado, denominando $G_{cc}(s)$ como la función de transferencia

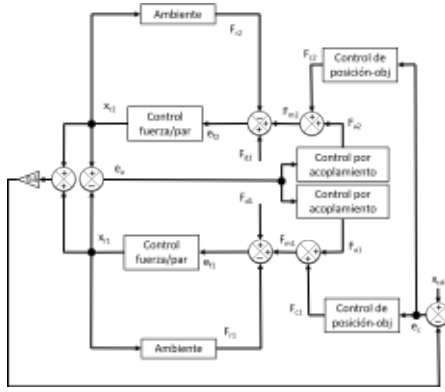


Figura 2. Diagrama de control del sistema coordinado

del control de posición-objeto, $G_a(s)$ como la función de transferencia del control por acoplamiento, $G_f(s)$ como la función de transferencia del control fuerza/par y K_A como la rigidez del ambiente como se muestra en (15) (nota: se toma en cuenta que las señales transmitidas a través del diagrama de bloques son vectores y que los controles utilizan matrices de tipo diagonal, por lo que los ejes están desacoplados [Caccavale, Chiacchio, Marino, Villani (2008)]).

$$\begin{aligned} \frac{x_r(s)}{e_f(s)} &= G_f(s) = k_f + \frac{k_{if}}{s} \\ \frac{F_c(s)}{e_c(s)} &= G_{cc}(s) = k_c + k_{dc}s + \frac{k_{ic}}{s} \\ \frac{F_a(s)}{e_a(s)} &= G_a(s) = \frac{k_\alpha k_a}{s^2 + (k_{d1} + k_{d3})s + k_{d2} + k_{d1}k_{d3}} \end{aligned} \quad (15)$$

4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Al ser un sistema MIMO (*Multiple-input Multiple-output*), lineal y desacoplado, se puede utilizar el teorema de superposición de efecto para obtener una función de transferencia de cada entrada respecto de cada salida, obteniendo doce funciones de transferencia [Simon Haykin, Barry Van Veen (2003)].

Utilizando la formulación de Mason para sistemas con múltiples lazos cerrados [Benjamin C. Kuo (1996)], se procede a realizar las doce configuraciones con sus respectivos diagramas de flujo, mostrando los resultados en (16).

$$\begin{bmatrix} e_{f1} \\ e_{f2} \\ e_c \\ e_a \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_f} & \frac{1}{2K_A k_f + 2} & -\frac{1}{2K_A k_f + 2} \\ \frac{1}{k_f} & \frac{1}{2K_A k_f + 2} & \frac{1}{2K_A k_f + 2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_f}{K_A k_f + 1} & -\frac{k_f}{K_A k_f + 1} \end{pmatrix} + \frac{1}{P(s)} \begin{bmatrix} Z_1(s) & Z_3(s) & Z_4(s) \\ Z_1(s) & Z_4(s) & Z_3(s) \\ Z_2(s) & Z_5(s) & Z_5(s) \\ 0 & Z_6(s) & -Z_6(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{cd} \\ F_{d1} \\ F_{d2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Notando que algunas de las funciones de transferencia no son estrictamente propias, poseyendo un offset dependiente de la ganancia proporcional del control de fuerza k_f y de la rigidez del ambiente K_A . Complementando con que todas las funciones de transferencia poseen los mismos polos, siendo estos definidos por el polinomio $P(s)$ mostrado en (17).

$$P(s) = a_1 s^6 + a_2 s^5 + a_3 s^4 + a_4 s^3 + a_5 s^2 + a_6 s + a_7 \quad (17)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_1 &= k_{dc} k_f (K_A k_f + 1) \\ a_2 &= 2K_A k_f + k_c k_f + k_{dc} k_{if} + K_A^2 k_f^2 + k_{d1} k_{dc} k_f \\ &\quad + k_{d3} k_{dc} k_f + K_A k_c k_f^2 + K_A k_{d1} k_{dc} k_f^2 \\ &\quad + K_A k_{d3} k_{dc} k_f^2 + 2K_A k_{dc} k_f k_{if} + 1 \\ a_3 &= k_{d1} + k_{d3} + 2K_A k_{if} + k_c k_{if} + k_f k_{ic} \\ &\quad + K_A^2 k_{d1} k_f^2 + K_A^2 k_{d3} k_f^2 + 2K_A k_{d1} k_f \\ &\quad + k_{d2} k_{dc} k_f + k_{d1} k_{dc} k_{if} + k_{d3} k_{dc} k_{if} + K_A k_{dc} k_{if}^2 \\ &\quad + K_A k_f^2 k_{ic} + 2K_A^2 k_f k_{if} + k_{d1} k_{d3} k_{dc} k_f + k_c k_{d3} k_f \\ &\quad + K_A k_c k_{d1} k_f^2 + K_A k_c k_{d3} k_f^2 + K_A k_{d2} k_{dc} k_f^2 \\ &\quad - k_a k_\alpha k_{dc} k_f^2 + 2K_A k_c k_f k_{if} + 2K_A k_{d1} k_{dc} k_f k_{if} \\ &\quad + K_A k_{d1} k_{d3} k_{dc} k_f^2 + 2K_A k_{d3} k_{dc} k_f k_{if} \\ &\quad + 2K_A k_{d3} k_f + k_c k_{d1} k_f \\ a_4 &= k_{d2} + k_{d1} k_{d3} + k_{ic} k_{if} + K_A^2 k_{if}^2 + K_A^2 k_{d2} k_f^2 \\ &\quad + 2K_A k_{d2} k_f + 2K_A k_{d1} k_{if} + 2K_A k_{d3} k_{if} - 2k_a k_\alpha k_f \\ &\quad + k_c k_{d1} k_{if} + k_c k_{d3} k_{if} + k_{d2} k_{dc} k_{if} + k_{d1} k_f k_{ic} \\ &\quad + k_{d3} k_f k_{ic} + K_A k_c k_{if}^2 + k_c k_{d1} k_{d3} k_f + k_{d1} k_{d3} k_{dc} k_{if} \\ &\quad - 2K_A k_a k_\alpha k_f^2 + K_A k_c k_{d2} k_f^2 + K_A k_{d1} k_{dc} k_{if}^2 \\ &\quad + K_A k_{d3} k_{dc} k_{if}^2 + K_A k_{d1} k_f^2 k_{ic} + K_A k_{d3} k_f^2 k_{ic} \\ &\quad + 2K_A^2 k_{d1} k_f k_{if} + 2K_A^2 k_{d3} k_f k_{if} - k_a k_\alpha k_c k_f^2 \\ &\quad + K_A^2 k_{d1} k_{d3} k_f^2 + 2K_A k_{d1} k_{d3} k_f + 2K_A k_f k_{ic} k_{if} \\ &\quad + 2K_A k_c k_{d1} k_f k_{if} + 2K_A k_c k_{d3} k_f k_{if} + k_c k_{d2} k_f \\ &\quad - 2k_a k_\alpha k_{dc} k_f k_{if} + K_A k_c k_{d1} k_{d3} k_f^2 \\ &\quad + 2K_A k_{d1} k_{d3} k_{dc} k_f k_{if} + 2K_A k_{d2} k_{dc} k_f k_{if} \\ a_5 &= K_A^2 k_{d1} k_{if}^2 + K_A^2 k_{d3} k_{if}^2 + 2K_A k_{d2} k_{if} - 2k_a k_\alpha k_{if} \\ &\quad + k_c k_{d2} k_{if} + k_{d2} k_f k_{ic} - 2k_a k_\alpha k_c k_f k_{if} \\ &\quad + k_{d3} k_{ic} k_{if} + K_A k_{ic} k_{if}^2 + k_c k_{d1} k_{d3} k_{if} + k_{d1} k_{d3} k_f k_{ic} \\ &\quad + K_A k_c k_{d1} k_{if}^2 + K_A k_c k_{d3} k_{if}^2 \\ &\quad + K_A k_{d2} k_{dc} k_{if}^2 + K_A k_{d2} k_f^2 k_{ic} + 2K_A^2 k_{d2} k_f k_{if} \\ &\quad - k_a k_\alpha k_{dc} k_{if}^2 - k_a k_\alpha k_f^2 k_{ic} + 2K_A k_{d1} k_{d3} k_{if} \\ &\quad - 4K_A k_a k_\alpha k_f k_{if} + 2K_A k_c k_{d2} k_f k_{if} \\ &\quad + 2K_A k_{d1} k_f k_{ic} k_{if} + 2K_A k_{d3} k_f k_{ic} k_{if} + k_{d1} k_{ic} k_{if} \\ &\quad + K_A k_{d1} k_{d3} k_{dc} k_{if}^2 + K_A k_{d1} k_{d3} k_f^2 k_{ic} \\ &\quad + 2K_A^2 k_{d1} k_{d3} k_f k_{if} + 2K_A k_c k_{d1} k_{d3} k_f k_{if} \\ a_6 &= k_{if} (k_{d2} k_{ic} + k_{d1} k_{d3} k_{ic} + K_A^2 k_{d2} k_{if} - k_a k_\alpha k_c k_{if} \\ &\quad - 2k_a k_\alpha k_f k_{ic} + K_A^2 k_{d1} k_{d3} k_{if} \\ &\quad - 2K_A k_a k_\alpha k_{if} + K_A k_c k_{d2} k_{if} + 2K_A k_{d2} k_f k_{ic} \\ &\quad + K_A k_{d1} k_{ic} k_{if} + K_A k_{d3} k_{ic} k_{if} + K_A k_c k_{d1} k_{d3} k_{if} \\ &\quad + 2K_A k_{d1} k_{d3} k_f k_{ic}) \\ a_7 &= k_{ic} k_{if}^2 (K_A k_{d2} - k_a k_\alpha + K_A k_{d1} k_{d3}) \end{aligned}$$

Revisando su estabilidad por el criterio de Routh-Hurwitz, usando la tabulación de Routh como se muestra en la Tabla 1.

| | | | | |
|-------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------|-------|
| s^6 | a_1 | a_3 | a_5 | a_7 |
| s^5 | a_2 | a_4 | a_6 | 0 |
| s^4 | $A_1 = \frac{a_2 a_3 - a_4 a_1}{a_2}$ | $A_2 = \frac{a_2 a_5 - a_6 a_1}{a_2}$ | a_7 | 0 |
| s^3 | $A_3 = \frac{A_1 a_4 - A_2 a_2}{A_1}$ | $A_4 = \frac{A_1 a_6 - a_2 a_7}{A_1}$ | 0 | 0 |
| s^2 | $A_5 = \frac{A_3 A_2 - A_1 A_4}{A_3}$ | a_7 | 0 | 0 |
| s^1 | $A_6 = \frac{A_5 A_4 - A_3 a_7}{A_5}$ | 0 | 0 | 0 |
| s^0 | a_7 | 0 | 0 | 0 |

Tabla 1. Tabulación de Routh $P(s)$

Para cumplir que el sistema sea estable, todos los elementos de la primer columna de la tabulación deben poseer el mismo signo [Katsuhiko Ogata (1998)], y si observamos como esta definido a_1 y a_2 , como la multiplicación de ganancias de los controladores y siendo todas estas ganancias definidas positivas, entonces $a_1 > 0$ y $a_2 > 0$, por lo que solo se debe de confirmar que A_1 , A_3 , A_5 y A_6 son positivos. Siendo más específicos, del elemento A_1 al poseer como denominador a a_2 , solo se debe verificar que el numerador de esta sea igualmente positivo. Además, si observamos como están definidos estos parámetros, podemos observar que todos son funciones racionales en donde el parámetro previo está en el denominador, por lo que, si se determina que el anterior parámetro es positivo, solo se debería corroborar que el numerador también lo es, por lo tanto, es fácil obtener las condiciones de estabilidad del sistema, siendo estas mostradas en (18).

$$\begin{aligned}
 & a_2 a_3 > a_4 a_1 \\
 & A_1 a_4 + a_1 a_6 > a_2 a_5 \\
 & A_3 A_2 + a_2 a_7 > A_1 a_6 \\
 & A_5 A_4 > A_3 a_7 \\
 & K_A k_{d2} + K_A k_{d1} k_{d3} > k_a k_\alpha
 \end{aligned} \quad (18)$$

5. EXPERIMENTO

Definiendo un marco de referencia global para el sistema coordinado, ubicado en el punto medio de las bases de ambos robots, se utiliza un balón de basquetbol para llevar a cabo la manipulación, llevando a cabo el experimento con movimiento horizontal ubicado en el plano, como se aprecia en la Figura 3.

Siendo las ganancias utilizadas para el experimento $k_f = 0.007$, $k_{if} = 0.4$, $k_c = 2$, $k_{dc} = 2.5$, $k_{ic} = 0.8$, $k_\alpha = 2$, $k_a = 3$, $k_{d1} = 1.5$, $k_{d2} = 2$ y $k_{d3} = 2$, cumpliendo estas ganancias con los criterios de estabilidad (18), el experimento se divide en las siguientes etapas:

- (1) Aproximación.-Para asegurar la coordinación de ambos robots se utiliza la lógica de semáforos, por lo que ambos son accionados y estarán en posición de reposo hasta que se active el programa de la computadora y les de la señal de arranque, después de esto ambos se moverán a un punto cercano del punto



Figura 3. Sistema coordinado operando

de contacto a espera de que el compañero también lo alcance, siendo los puntos de aproximación:

$$(R_1) : X_{d1} = [0, 210, 995] \text{ [mm]}$$

$$(R_2) : X_{d2} = [0, -210, 995] \text{ [mm]}$$

- (2) Contacto.-Una vez alcanzado el punto de aproximación, se mandará una señal de éxito y ambos robots partirán al punto del contacto, posición en la que ambos efectores finales estarán en la superficie del objeto, por lo que estas dos etapas solamente son de movimiento libre. Siendo los puntos de contacto:

$$(R_1) : X_{d1} = [0, 130, 995] \text{ [mm]}$$

$$(R_2) : X_{d2} = [0, -130, 995] \text{ [mm]}$$

- (3) Agarre.-En este momento se pasa del movimiento libre al movimiento restringido, al empezar a realizar una penetración en el objeto gobernada únicamente por el control de fuerza, realizando una trayectoria de la fuerza deseada con una función negativa del recíproco del exponencial para asegurar suavidad, mostrada en (19). La cual efectúa una aplicación de fuerza de 0 a 20 [N] en 15 [s] y posteriormente mantenerse en 20 [N], logrando el agarre del objeto y posterior al agarre lo levanta de la base, en este momento se determina la distancia de agarre.

$$F_d = \mp 20 \left(1 - e^{-0.5(t-t_{ini})} \right) \quad (19)$$

Donde t es el tiempo actual de simulación y t_{ini} el valor de tiempo en que inicio la etapa.

- (4) Movimiento horizontal.-Una vez levantado el objeto, ambos robots se asegurarán de que el centro de masa del objeto siga una trayectoria deseada mostrada en (20), a la par de esto, se asegurarán de que la distancia de agarre se mantenga constante para evitar deformaciones adicionales en el objeto o pérdida de fuerza de agarre.

$$X_{cd} = \left[0, 100 \sin \left(\frac{\pi(t-t_{ini})}{50} \right), 0 \right]^T \text{ [mm]} \quad (20)$$

Complementando que al operar con un sistema de arquitectura cerrada en los robots, no se puede controlar con precisión el tiempo de muestreo, pero funcionando de manera correcta al operar con un tiempo de muestreo promedio de 98 ms.

6. RESULTADOS

Como se puede observar, en la Figura 4 se muestra la gráfica de fuerzas deseadas vs las generadas por los robots, notando que en la etapa de agarre (0 a 20 [s]) el error de fuerza es casi nulo, pero cuando se entrada en la etapa de movimiento horizontal, este error aumenta y se desfasa proporcionalmente a la trayectoria deseada, debido al offset de las funciones de transferencia de los errores de fuerza, siendo este el recíproco del de la ganancia proporcional del control k_f y al estar este en el orden de las milésimas, el error de fuerza es considerable, recordando que el propósito del sistema es realizar una trayectoria deseada con una sujeción constante de 20 [N].

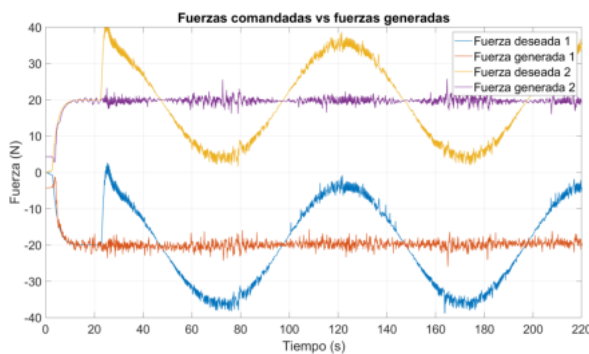


Figura 4. Fuerzas deseadas vs fuerzas generadas

Por lo que en la Figura 5 se puede observar como el centro de masa del objeto realiza el seguimiento de la trayectoria deseada, desarrollando dos ciclos completos de esta, desde 20 a 220[s]. Por lo que para saber el porcentaje de error que muestra este sistema respecto de la trayectoria deseada se muestra el error de posición del objeto, el cual se encuentra acotado en ± 2 [mm] siendo el porcentaje de error de seguimiento de aproximadamente 2%, por lo que se considera un seguimiento efectivo.

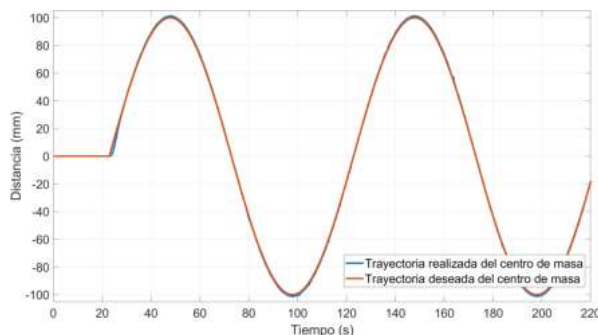


Figura 5. Seguimiento de la trayectoria del centro de masa

Concluyendo con el error de acoplamiento, como fue mencionado, se realizó la prueba aplicando el acoplamiento y sin este, ambos sistemas tuvieron desempeños similares en cuanto al seguimiento de trayectoria, pero el control por

acoplamiento logra aumentar el desempeño al momento de mantener la distancia de agarre constante, mostrando ambos resultados en la Figura 6.

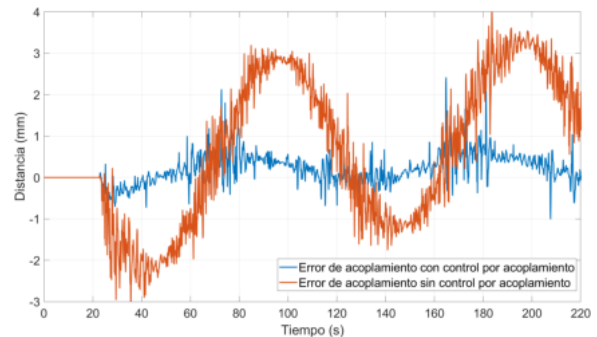


Figura 6. Error de acoplamiento, sin control vs con control

Notando que cuando se aplica el control de acoplamiento, el error queda acotado en el primer ciclo en ± 1 [mm] y para el segundo ciclo de 0 a 1 [mm], por lo que se puede confirmar que el sistema tiende a converger a cero, pero que mientras el sistema sin el control en el primer ciclo está acotado de -2 a 3 [mm] y en el segundo ciclo tiende a aumentar el error, por lo que podría causar deformaciones no deseadas al objeto o en su defecto, pérdida de sujeción.

7. CONCLUSIÓN

Se obtuvieron mediante el criterio de Routh-Hurwitz las condiciones suficientes para que el sistema coordinado fuera asintóticamente estable, consiguiendo obtener pruebas de manera experimental de la efectividad de esto y como los errores tienden a converger a cero. Observando que aunque varias de las funciones no son estrictamente propias, varios de los offset son despreciables al estar en ordenes muy pequeños, mientras que en donde se presentó un offset de gran tamaño, no representaba un problema en cuanto a lo que el propósito del sistema se refiere.

REFERENCIAS

- N. Hogan. Impedance control: An approach to manipulation: Part II: Implementation. *ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, vol. 107, pp. 8-16, 1985.
- Fabrizio Caccavale, Pasquale Chiacchio, Alessandro Marino y Luigi Villani. Six DOF impedance control of dual-arm cooperative manipulators. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, vol. 13, pp. 576-586, 2008.
- Simon Haykin y Barry Van Veen. Signals and Systems. 2da ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2003.
- Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. 3ra ed. Madrid: Prentice Hall Hispanoamericana, 1998.
- Benjamin Chung-i Kuo. Automatic Control Systems. 6ta ed. Madrid: Prentice Hall Hispanoamericana, 1996.
- Horst J. Bessai. MIMO Signals and Systems. 2005a ed. Springer, 2005.