

Trajectory tracking and formation of quadrotors using a backstepping control and coupling with intermediary system

Rubio-Pecasso J.* Arellano-Delgado A.** López-Gutiérrez R.M.*** Cruz-Hernández C.****

 *Engineering, Architecture and Design Faculty, Baja California Autonomous University B.C., Mexico (Tel: 646-113-9929; e-mail: rubio.johnny@uabc.edu.mx).
 ** CONACYT-UABC Engineering, Architecture and Design Faculty Baja California Autonomous University B.C., Mexico, (e-mail: adrian.arellano@uabc.edu.mx)
 *** Engineering, Architecture and Design Faculty, Baja California Autonomous University B.C., Mexico (e-mail: roslopez@uabc.edu.mx)
 *** Electronics and Telecommunications Department Scientific Research and Advanced Studies Center of Ensenada B.C., Mexico, (e-mail: ccruz@cicese.mx)

Abstract: In this work, a trajectory-tracking scheme is proposed by using a backstepping control with a dynamic coupling used as an intermediary system of quadcopters in a master-salve configuration. The desired trajectories for the master quadcopter are conventional, concentric and chaotic trajectories. By means of a proper mathematical analysis and extensive numerical simulations, we show the correct performance of proposed scheme presented.

Keywords: Quadcopter, Backstepping Control, Dynamic Coupling, formation, anti-collision, Intermediary system.

1. INTRODUCCION

En las últimas décadas, los proyectos relacionados con el desarrollo de vehículos no tripulados (inglés UAV- Unmanned Aerial Vehicle) han sido muy importantes y estudiados, ya sea en el campo académico, científico y profesional.

Dentro de las aplicaciones que se pueden encontrar uso de UAVs están, por ejemplo, la exploración de sitios de difícil acceso (en ocasiones búsqueda en desastres naturales). En la clasificación de UAVs se encuentran diferentes modelos y diseños de vehículos no tripulados, entre los que se encuentran los cuadricópteros (en inglés - drone).

En algunas aplicaciones es necesario tener un grupo de UAVs, para realizar tareas de manera más productiva. Con esta investigación se busca encontrar un mejor diseño en el control y acoplamiento entre dispositivos, y así lograr tener un algoritmo de control capaz de sincronizar dos o más dispositivos.

1.1 Antecedentes

Esta rama de la tecnología toma como ventaja grandes aportaciones dentro de la comunidad de investigación. Algunos trabajos muestran gran avance en el control de cuadricópteros, como los mostrados a continuación.

Abdul-Wahid A. (2012), aborda el control de un cuadrorotor utilizando backstepping. El cual ayuda a reducir el número de parámetros utilizado; en comparación con un controlador convencional, como lo puede ser un control PID utilizado por Sahul M.P.V, V. Naveen C., and Thomas K. (2014).

Otra técnica puede ser el control basado en modos deslizantes Akhilesh S. (2014), donde se hacen adecuaciones de parámetros para los cuadricópteros que se utilizaran, adecuándolos más a las especificaciones de un minicuadrirotor.

El uso de múltiples cuadricópteros utilizados en el mismo trabajo se presenta Nguyen Xuan-Mung, Sung Kyung-Hong. (2019), donde se puede observar el comportamiento de configuraciones líder-seguidor.

En el trabajo de Pliego-Jiménez J., se introduce el uso de observadores de posición utilizando robots móviles diferenciales.

El uso de simulaciones y ambientes virtuales utilizando software basado en ROS por sus siglas en ingles "Robot Operating System", utilizado por Muslimov TZ, Munasypov RA. (2020), donde utilizan formaciones y sincronización de múltiples cuadricópteros, utilizando un control adaptativo.

2.2 Control Backstepping

En teoría de control, backstepping es una técnica desarrollada para estabilizar sistemas dinámicos no lineales.

Son sistemas construidos por subsistemas, con un diseño escalonado que se transmiten de un subsistema irreducible que puede ser estabilizado usando otro método de control diferente. Este método es un sistema recursivo, ya que necesita de otro controlador para estabilizar el subsistema anterior; el proceso termina cuando todos los controladores están estabilizados.

El diseño de un backstepping exhibe mayor flexibilidad, ya que no requiere que el resultado de la dinámica entrada/salida sea lineal. Por otra parte, la cancelación de no linealidades puede evitarse, dando como resultado controladores menos complejos.

La idea principal es utilizar algunos de las variables de estado como "controles virtuales" o "pseudocontroles", y dependiendo de la dinámica de cada estado, diseñar leyes de control intermedias.

2.3 Acoplamiento Dinámico

Los sistemas dinámicos utilizados como acoplamientos intermediarios son sistemas que se utilizan con el fin de inducir una comunicación indirecta.

Generalmente los sistemas dinámicos utilizados para acoplar a los nodos de una red (ya sea bidireccionalmente o unidireccionalmente) son concebidos en sistemas de segundo orden inspirados en el experimento de sincronización de Christian Huygens (Fig 1).



Fig. 1. Experimento de Huygens

2. MODELO MATEMATICO Y CONTROL

El modelo utilizado en este trabajo es uno derivado del formalismo de Newton-Euler,

$$\begin{bmatrix} mI_{3x3} & 0\\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}\\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega * mV\\ \omega * I\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F\\ \tau \end{bmatrix}$$
(1)

Donde, $I \in \Re^{3x3}$ es la matriz de inercia, V es la velocidad del vector lineal y ω es la velocidad angular.

El modelo aproximado del cuadricóptero se puede escribir de la siguiente manera,

$$\dot{\varsigma} = v \tag{2}$$

$$R = R\omega$$

$$I\dot{\omega} = -\omega \, x \, I\omega - \sum_{i=1}^{4} J_r \, (\omega * e_3)\Omega_i + \tau_a \tag{5}$$

TABLA I. VARIABLES

| Símbolo | Definición | |
|---------------------|--|--|
| ς | Vector de posición | |
| R | Matriz de Rotación | |
| $\widehat{\omega}$ | Matriz simétrica | |
| ϕ | Roll | |
| θ | Pitch | |
| ψ | Yaw | |
| $\hat{\Omega}_i$ | Velocidad angular donde $i = 1, 2, 3, 4$. | |
| I. | Inercia del cuerpo | |
| I.m. | Inercia del rotor | |
| Im Im | Inercia del motor | |
| τ | Inercia de la propela | |
| ^t a h | Torque | |
| d | Factor de Empuje | |
| u | Factor de Arrastre | |
| | Envergadura | |

El torque aplicado en el cuerpo del vehículo sobre el eje esta descrita de la siguiente manera:

$$\tau_{a} = \begin{pmatrix} lb (\Omega_{4}^{2} - \Omega_{2}^{2}) \\ lb (\Omega_{3}^{2} - \Omega_{1}^{2}) \\ d (\Omega_{2}^{2} + \Omega_{4}^{2} - \Omega_{1}^{2} - \Omega_{3}^{2}) \end{pmatrix}$$
(6)

La inercia del rotor se obtiene, con la diferencia entre la inercia de la propela y la inercia del motor,

$$J_r = J_p - J_m r \tag{7}$$

El modelo completo se puede describir de la siguiente manera:

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\left(\frac{l_y - l_z}{l_x}\right) - \frac{l_r}{l_x}\dot{\theta}\Omega + \frac{l}{l_x}U_2 \tag{8}$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\left(\frac{I_z - I_x}{I_y}\right) + \frac{J_r}{I_y}\dot{\phi}\Omega + \frac{l}{I_y}U_3 \tag{9}$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right) + \frac{1}{I_z} U_4 \tag{10}$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos\phi \,\cos\theta) \,\frac{1}{m} \,U_1 \tag{11}$$

$$\ddot{x} = (\cos\phi \, \operatorname{sen}\theta\cos\psi + \,\operatorname{sen}\phi \, \operatorname{sen}\psi) \,\frac{1}{m} \,U_1 \qquad (12)$$

$$\ddot{y} = (\cos\phi \, \operatorname{sen}\theta \, \operatorname{sen}\psi - \, \operatorname{sen}\phi \, \cos\psi) \, \frac{1}{m} \, U_1 \qquad (13)$$

Donde U_1, U_2, U_3, U_4 son las entradas de control del sistema.

2.1 Introduciendo un control Backstepping



Fig. 2. Esquema de control backstepping

En la Fig. 2, se puede observar el esquema de control backstepping dividido en posición y rotación; donde se puede observar que las posiciones deseadas X_d , Y_d , Z_d , ψ_d ; generan los ángulos de rotación requeridos ϕ_R y θ_R . Las entradas obtenidas son retroalimentadas a los controladores de posición y rotación.

El modelo (8-13), se puede reescribir, introduciendo $X = (x_1 \dots x_{12})^T \in \Re^{12}$, creando un vector de estados:

$$x_1 = \phi \tag{14}$$

 $\begin{aligned} x_2 &= \dot{x_1} = \dot{\phi} \\ x_3 &= \theta \end{aligned} \tag{15}$

$$\begin{aligned} x_3 & c \\ x_4 &= \dot{x_3} &= \dot{\theta} \end{aligned} \tag{10}$$

 $x_5 = \psi$ (18)

$$x_6 = \dot{x}_5 = \dot{\psi} \tag{19}$$

 $x_7 = z \tag{20}$

$$x_8 = \dot{x_7} = \dot{z} \tag{21}$$

 $\begin{array}{l} x_{9} = x \\ x_{10} = \dot{x_{0}} = \dot{x} \end{array} \tag{22}$

$$\begin{array}{l} x_{10} - x_{0} - x \\ x_{11} = y \end{array} \tag{23}$$

$$\dot{x}_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{y}$$
 (25)

Del modelo (8-13) y (14-25), se obtiene el sistema (26), donde se puede ver que los ángulos de rotación y sus derivadas temporales no dependen de los componentes de traslación, por otra parte, los componentes de traslación dependen de los ángulos de rotación, por lo que, primero se considera el control de la entrada para la rotación angular, y posteriormente se considera el control para translación.

$$f(X,U) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4 x_6 a_1 + x_4 a_2 \Omega + b_1 U_2 \\ x_4 \\ x_2 x_6 a_3 + x_2 a_4 \Omega + b_2 U_3 \\ x_6 \\ x_4 x_2 a_5 + b_3 U_4 \\ x_8 \\ -g + (\cos x_1 \cos x_3) \frac{1}{m} U_1 \\ U_x \frac{1}{m} U_1 \\ U_x \frac{1}{m} U_1 \\ U_y \frac{1}{m} U_1 \end{pmatrix}$$
(26)

Donde:

| $a_1 = \left(I_y - I_z \right) / I_x$ | (27) |
|--|------|
|--|------|

$$a_2 = -J_R / I_x \tag{28}$$

$$a_{3} = (I_{z} - I_{x}) / I_{y}$$
(29)

$$a_{4} = \int_{R} \int_{I_{y}} (30)$$

$$a_{1} = (I_{1} - I_{1}) / I \qquad (31)$$

$$b_1 = l / l_x \tag{32}$$

$$b_1 = l / l_x \tag{33}$$

$$b_2 = l / l_y$$
 (33)
 $b_3 = l / l_z$ (34)

$$U_{x} = (\cos x_{1} \sin x_{3} \cos x_{5} + \sin x_{1} \sin x_{5})$$
(35)

$$U_{y} = (\cos x_{1} \sin x_{3} \sin x_{5} - \sin x_{1} \cos x_{5})$$
(36)

TABLA II. VALORES

| Símbolo | Definición | Valor |
|----------------|------------------|------------------|
| m | Masa | 0.650 Kg |
| I_x | Inercia en X | $7.5e - 3 Kgm^2$ |
| I _v | Inercia en Y | $7.5e - 3 Kgm^2$ |
| I _z | Inercia en Z | $1.3e - 3 Kgm^2$ |
| b | Empuje | $3.13e - 5 Ns^2$ |
| d | Arrastre | $7.5e - 7 Nms^2$ |
| I., | Inercia de rotor | $6e - 5 Kgm^2$ |
| Ĺ | Longitud | 0.23 m |

Utilizando el seguimiento de errores. Como primer paso se considera el error $z_1 = x_{1d} - x_1$. Posteriormente se utiliza la siguiente función de Lyapunov propuesta:

$$V(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \tag{37}$$

 $\dot{V}(z_1) = z_1(\dot{x}_{1d} - x_2)$ (38) Introduciendo una entrada de control para la estabilización de z_1 , se obtiene lo siguiente:

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - \ddot{a}_1 z_1 \tag{39}$$

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2} \left(z_1^2 + z_2^2 \right) \tag{40}$$

Donde se obtiene el error con la diferencia del estado actual y la posición deseada. Esta misma aproximación se puede utilizar para obtener todos los errores del sistema (41-50).

$$z_3 = x_{3d} - x_3 \tag{41}$$

$$z_6 = x_6 - \dot{x}_{5d} - a_5 z_5 \tag{44}$$

$$z_7 = x_{7d} - x_7$$
 (45)

$$z_8 = x_8 - \dot{x}_{7d} - a_7 z_7 \tag{46}$$

$$z_9 = x_{9d} - x_9 \tag{47}$$

$$z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - a_9 z_9 \tag{48}$$

$$z_{10} = x_{10} - \dot{x}_{9d} - a_9 z_9 \tag{49}$$

La entrada de control U_2 queda como sigue ($\ddot{x}_{1d,2d,3d} = 0$), satisfaciendo $\dot{V}(z_1 z_2) > 0$.

$$U_{2} = \frac{1}{b_{1}} \left(z_{1} - x_{4} x_{6} a_{1} - x_{4} a_{2} \Omega - \alpha_{1} (z_{2} + \alpha_{1} z_{1}) - \alpha_{2} z_{2} \right)$$
(51)

El término $\alpha_2 z_2$, cuando $\alpha_2 > 0$, es agregado para estabilizar z_1 , obteniendo las entradas de control U_3 y U_4 .

$$U_{3} = \frac{1}{b_{2}} (z_{3} - x_{2} x_{6} a_{3} - x_{2} a_{4} \Omega - \alpha_{3} (z_{4} + \alpha_{3} z_{3}) - \alpha_{3} z_{3})$$

$$U_{4} = \frac{1}{b_{3}} (z_{5} - x_{2} x_{4} a_{5} - \alpha_{5} (z_{6} + \alpha_{5} z_{5}) - \alpha_{6} z_{6})$$
(52)

(53)

El control para el subsistema de traslación, por medio de la entrada de control de la altitud U_1 , es obtenido siguiendo el mismo procedimiento anterior,

$$U_{1} = \frac{m}{\cos x_{1} \cos x_{3}} (z_{7} + g - \alpha_{7} (z_{8} + \alpha_{7} z_{7}) - \alpha_{8} z_{8})$$
(54)

El control de movimiento en *X*, *Y* es descrito como sigue:

Congreso Nacional de Control Automático 2022, 12-14 de Octubre, 2022. Tuxtla Gutiérrez, México.

$$U_{x} = \frac{m}{U_{1}} \left(z_{9} - \alpha_{9} \left(z_{10} + \alpha_{9} z_{9} \right) - \alpha_{10} z_{10} \right)$$
(55)
$$U_{x} = \frac{m}{U_{1}} \left(z_{y} - \alpha_{y} \left(z_{10} + \alpha_{y} z_{y} \right) - \alpha_{y} z_{10} \right)$$
(56)

$$U_y = \frac{\pi}{U_1} \left(z_{11} - \alpha_{11} \left(z_{12} + \alpha_{11} z_{11} \right) - \alpha_{12} z_{12} \right)$$
(56)

Para encontrar los ángulos ϕ_R y θ_R . se parte de la entrada de control en Z como sigue,

$$U_{z} = m(z_{7} - \alpha_{7} (z_{8} + \alpha_{7}) - \alpha_{8} z_{8})$$
(57)

Ahora utilizando las posiciones de X, Y, se obtiene el siguiente análisis,

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_{x} \\ \overline{U}_{y} \end{pmatrix} = (U_{z} + mg) \begin{bmatrix} \cos(\psi_{d}) & \frac{\sin(\psi_{d})}{\cos(\theta_{R})} \\ \sin(\psi_{d}) & \frac{-\cos(\psi_{d})}{\cos(\theta_{R})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tan(\theta_{R}) \\ \tan(\phi_{R}) \end{bmatrix}$$

$$(58)$$

Encontrando las soluciones de (58), se obtiene:

$$\tan\left(\theta_{R}\right) = \frac{1}{U_{z} + mg} (\cos\left(\psi_{d}\right) U_{x} + \sin\left(\psi_{d}\right) U_{y}) \tag{59}$$

 $tan (\phi_R) = \frac{\cos(\theta_R)}{U_z + mg} (Sin (\psi_d) - Cos (\psi_d) U_y)$ (60) Los ángulos requeridos por el sistema son los siguientes:

$$\theta_R = \pi r^2 = tan^{-1} \left(\frac{1}{U_z + mg} \left(Cos\left(\psi_d\right) U_x + Sin\left(\psi_d\right) U_y \right) \right)$$
(61)

$$\phi_R = tan^{-1} \left(\frac{\cos\left(\theta_R\right)}{U_z + mg} \left(Sin\left(\psi_d\right) - Cos\left(\psi_d\right) U_y \right) \right)$$
(62)

2.2 Introduciendo un acoplamiento con sistema intermediario

Recientemente, los acoplamientos con sistema intermediario o acoplamiento dinámico se han aplicado en el control para la sincronización de diversos sistemas, como en (Pena, Arellano, Nijmeijer, 2018).

Los sistemas dinámicos son sistemas en los que las variables de estado siguen una serie de reglas temporales. Generalmente llamados sistemas, ya que están representados por un conjunto de ecuaciones; son dinámicos porque sus parámetros varían con una variable de tiempo.

El acoplamiento dinámico propuesto, está inspirado en el experimento de Huygens. Las siguientes ecuaciones representan el acoplamiento dinámico propuesto en el cuadricóptero maestro,

$$h_{\psi} \begin{cases} \dot{h}_{1\psi} = -h_{1\psi} + h_{2\psi} \\ \dot{h}_{2\psi} = -\gamma_1 h_{1\psi} - \gamma_2 h_{2\psi} - k(\psi_d - x_5) \end{cases}$$
(63)

$$h_{z} \begin{cases} \dot{h}_{1z} = -h_{1z} + h_{2z} \\ \dot{h}_{2z} = -\gamma_{1}h_{1z} - \gamma_{2}h_{2z} - k(z_{d} - x_{7}) \end{cases}$$
(64)

$$h_{x} \begin{cases} \dot{h}_{1x} = -h_{1x} + h_{2x} \\ \dot{h}_{2x} = -\gamma_{1}h_{1x} - \gamma_{2}h_{2x} - k(x_{d} - x_{9}) \end{cases}$$
(65)

$$h_{y} \begin{cases} \dot{h}_{1x} = -h_{1x} + h_{2x} \\ \dot{h}_{2y} = -\gamma_{1}h_{1y} - \gamma_{2}h_{2y} - k(y_{d} - x_{11}) \end{cases}$$
(66)

Donde γ_1 y γ_2 son constantes positivas, y k es la fuerza de acoplamiento. Utilizando los errores del acoplamiento dinámico en el sistema maestro, se obtiene:

$$\begin{aligned} z_1 &= -h_{2\phi} & (67) \\ z_2 &= x_2 - a_2 z_2 & (68) \\ z_3 &= -h_{2\theta} & (69) \\ z_4 &= x_4 - a_3 z_3 & (70) \\ z_5 &= -h_{2\psi} & (71) \\ z_6 &= x_6 - a_5 z_5 & (72) \\ z_7 &= -h_{2z} & (73) \\ z_8 &= x_8 - a_7 z_7 & (74) \\ z_9 &= h_{2x} & (75) \\ z_{10} &= x_{10} - a_9 z_9 & (76) \\ z_{11} &= -h_{2y} & (77) \\ \end{aligned}$$



Fig. 3. Esquema de control backstepping con acoplamiento dinámico.

El diagrama del esquema general del control backstepping con acoplamiento dinámico, utilizando el enfoque maestroesclavo, donde **Um**, **Xm**, **Us**, **Xs**, **h2m**, **h2s**, representan las entradas de control del cuadricóptero maestro, las variables de estado del sistema maestro, las entradas de control del cuadricóptero esclavo, las variables de estado del sistema esclavo, las variables de estado del acoplamiento dinámico maestro y las variables de estado del acoplamiento dinámico esclavo, respectivamente. En la Fig. 3. Se representa el esquema general utilizado.

2.3 Introduciendo un elemento de anticolisiones

El sistema anteriormente propuesto, funciona de manera correcta, sin embrago no cuenta con un sistema que evite choques entre dispositivos, es por eso que se agregó un elemento anticolisiones, basado en el trabajo de (Martínez-Clark, 2014).

$$\dot{h}_{2z} = -\gamma_1 h_{1z} - \gamma_2 h_{2z} - k(\beta_4 x_7 - x_{7s} - \Delta_z - r_{ms} sign(x_7 - x_{7s}))$$

$$\dot{h}_{z} = -\alpha_1 h_{z} + \alpha_2 h_{z} + k(\beta_2 x_2 - x_3)$$
(79)

$$h_{2x} = -\gamma_1 h_{1x} - \gamma_2 h_{2x} - k(\beta_5 x_9 - x_{9s} - \Delta_x - r_{ms} sign(x_9 - x_{9s}))$$
(80)

$$\dot{h}_{2y} = -\gamma_1 h_{1y} - \gamma_2 h_{2y} - k(\beta_6 x_{11} - x_{11s} - \Delta_y - r_{ms} sign(x_{11} - x_{11s}))$$
(81)

Donde, r_{ms} es el coeficiente de anticolisión y *m* es el límite de colisión, que puede tomar los siguientes valores,

$$r_{ms} = \begin{cases} 0, & if ||\overline{r_{ms}}|| > m, \\ r, & if ||\overline{r_{ms}}|| \le m. \end{cases}$$

$$\tag{82}$$

Utilizando la norma euclidiana se puede calcular la distancia entre cuadricópteros,

$$\left|\left|\overline{L_{ms}}\right|\right| = \sqrt{(x_9 - x_{9s})^2 + (x_{11} - x_{11s})^2 + (x_7 - x_{7s})^2}$$
(83)

Donde, $sign(L_{ms})$, es la función de cambio de signo,

$$sign(L_{ms}) = \begin{cases} 1, & if \ L_{ms} > 0, \\ 0, & if \ L_{ms} = 0, \\ -1, & if \ L_{ms} < 0. \end{cases}$$
(84)

3. DISEÑO DE TRAYECTORIAS

Todas las simulaciones y análisis se implementan en Matlab 2019, utilizando la función ODE 45 para resolver ecuaciones deferentes. Se muestran diferentes configuraciones de trayectorias deseadas para demostrar el correcto desempeño del diseño del controlador para este trabajo.

3.1 Trayectorias Convencionales

La trayectoria deseada de una lemniscata se obtiene con las siguientes ecuaciones:

$$Xd = 2.5 \cos(0.2 t)$$

 $Yd = 2.5 \sin(0.4 t)$ (85)

En (Fig. 4), se representa el comportamiento del Sistema Maestro-Esclavo, siguiendo una trayectoria en lemniscata, donde las anticolisiones está funcionando.

Donde, *Xd*, *Yd*, *Zd*, representan las posiciones deseadas, el angulo de rotación deseado $\psi_d = 0^\circ$.



Fig. 4. Maestro-Esclavo: Trayectoria lemniscata.

Siguiendo las simulaciones, se tiene el siguiente experimento, donde se dibuja una trayectoria circular con el esclavo en antifase, como se muestra en (Fig. 5). La trayectoria deseada de un circulo se obtiene con las siguientes ecuaciones:

$$Xd = 3 \operatorname{sen}\left(\left(\frac{2\pi}{P}\right) * t\right)$$

$$Yd = 3 \cos\left(\left(\frac{2\pi}{P}\right) * t\right)$$

$$\underbrace{\operatorname{E}}_{N \text{ transform}}^{*} \underbrace{\operatorname{E}}_{P} \operatorname{Esclavo}^{*} \underbrace{\operatorname{Esclavo}}^{*} \underbrace{\operatorname{Esclavo}}_{E \text{ je } X[m]}$$
(86)

Fig. 5. Maestro-Esclavo: Trayectoria circular.

3.2 Trayectorias Concéntricas

La siguiente simulación representa el comportamiento del Sistema Maestro-Esclavo concéntrico (Fig. 6), siguiendo una trayectoria de lemniscata, el desplazamiento del esclavo con respecto al maestro es $\Delta_x = 0.5 * x_9 \text{ y} \Delta_y = 0.5 * x_{11}$.



Fig. 6. Maestro-Esclavo concéntrico: Trayectoria lemniscata.

Ahora se representa el mismo experimento (Fig. 7), pero con un circulo, donde el esclavo vuela por dentro del maestro y la anticolisión no entra en funcionamiento ya que no hay riesgo de choque.



Fig. 7. Maestro-Esclavo concéntrico: Trayectoria circular.

3.3 Trayectorias Caóticas

En algunas aplicaciones de la vida cotidiana, sobre todo en búsquedas inspeccionadas por robots, una de las mayores limitaciones es la cobertura que puede abarcar un robot siguiendo una ruta por determinado tiempo, es por esa razón; que es importante tener rutas alternativas que ayuden a reducir el tiempo de búsqueda de un objeto.

Por lo anterior, se propone una ruta caótica trazada por el maestro, es decir una formación que cubra un espacio delimitado por posiciones pseudo-aleatorias (caóticas). Para lograr lo anterior, se adecuó el sistema caótico de Lorenz discretizado mediante la difuminación y dispersión de los puntos generados, los cuales serán dados como trayectoria deseada para un determinado cuadricóptero.



Fig. 8. Maestro-Esclavo: ruta caótica.

En (Fig.8), se muestra la simulación donde se observa cómo se crean las trayectorias caóticas.

4. CONCLUSION

En este trabajo, se concluye que un controlador backstepping con un sistema intermediario es capaz de hacer formación entre dos o más cuadricopteros, diseñando diferentes trayectorias.

En cuanto al desempeño del sistema, cada cómputo y cálculo pasa primero por el acoplamiento dinámico, antes del controlador, lo que reduce las magnitudes de las entradas de control; esto supone una gran ventaja cuando el controlador sea implementado de manera experimental.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por el Centro de Investigación Científica y Estudios Superiores de Ensenada (CICESE) y el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) a través del proyecto de investigación en ciencias básicas, ref. 166654 (A1-S-31628).

REFERENCIAS

- Abdul-Wahid A. Saif, Mujahid Dhaifullah, Mohammad Al-Malki & Mustafa El Shafie (2012). Modified Backstepping Control of Quadrotor. IEEE. No. 12726672. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6197975
- Akhilesh S. (2014). Comparison of Quadrotor Performance Using Backstepping and Sliding Mode Control. International Conference on Circuits, Systems and Control. pp. 79-82, ISBN: 978-1-61804-216-3.
- Sahul M.P.V, V. Naveen C., and Thomas K. (2014). A novel method on Disturbance Rejection PID Controller for Quadcopter based on Optimization algorithm. Third International Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems. pp. 192-199, 10.3182/20140313-3-IN-3024.00016. Recuperado el 13 de octubre del 2020, de: https://pdf.sciencedirectassets.com/314898.
- Nguyen Xuan-Mung, Sung Kyung-Hong. (2019). Robust adaptive formation control of quadcopters based on leaderfollower approach. International Journal of Advanced Robotic Systems. Volume 16, Issue 4, doi: 1729881419862733. Recuperado el 13 de octubre del 2020, de:

https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1729881419 862733

- Martínez C. (2014). Diseño de un controlador para la formación de grupos de robots móviles. Centro de Investigación Científica y Estudios Superiores de Ensenada
- Pena Ramírez, J., Arellano-Delgado, A., y Nijmeijer, H. (2018). Enhancing master-slave synchronization: The effect of using a dynamic coupling. Physical Review E, 98(1): 1–10.
- Pliego-Jiménez, J., Martínez-Clark, R., Cruz-Hernández, C., Arellano-Delgado, A. (2021). Trajectory tracking of wheeled mobile robots using only Cartesian position measurements. Automática, 2021, 133, 109756. <u>https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S000</u> 5109821002764
- Muslimov TZ, Munasypov RA. (2020). Adaptive decentralized flocking control of multi-UAV circular formations based on vector fields and backstepping. ISA Trans. 2020 Dec;107:143-159. doi: 10.1016/j.isatra.2020.08.011. Epub 2020 Aug 21. PMID: 32863052. Recuperado el 13 de octubre del 2020, de: https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/32863052/