

Passivity-Based Control of Angular Velocity of PMSM with Position and Stator Currents Measurement

Cuauhtémoc Guerrero* Víctor Santibañez**
Jorge Villalobos-Chin**

* Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México,
C.P. 09790, México, (e-mail: cuauhtemoc.guerrero@uacm.edu.mx).

** Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de La
Laguna, Blvd. Revolución y Calzada Cuauhtémoc, Torreón, Coahuila,
C.P. 27000, México, (e-mail: vsantiba@itlallaguna.edu.mx).

Abstract: A novel control strategy for the angular velocity of the permanent magnet synchronous motor (PMSM) is presented. The control law is designed using current and position measurements only. The desired velocity signal is obtained through a linear second-order filter. Additionally, a formal stability analysis of the closed-loop system comprised of the motor dynamics and the second-order filter is also presented.

Keywords: PMSM, $\alpha\beta$ model, passivity, second order filter

1. INTRODUCTION

Los motores síncronos de imán permanente, se están utilizando cada vez más en muchas áreas, e.g., automotriz, aeroespacial, electrodomésticos, por mencionar algunas (Wang et al., 2019), debido a que tienen un tamaño pequeño, alta confiabilidad y buen desempeño en sistemas servo de tipo industrial (Sanjuan et al., 2018). De acuerdo a la distribución de los devanados en el estator y al imán permanente en el rotor, dicha máquina produce una densidad de flujo en el entrehierro (De Doncker et al., 2011). Asimismo, según la distribución de sus devanado que tienen, es como se les denomina: si son sinusoidales son llamados motores síncronos de imán permanente (PMSM, por sus siglas en inglés) y obtienen una forma de onda de fuerza contraelectromotriz sinusoidal; si la distribución de los devanados es uniforme, se les conoce como motores sin escobillas de corriente directa (BLDC, por sus siglas in inglés) y presentan una forma de onda trapezoidal de fuerza contraelectromotriz (Chiasson, 2005). Debido a que se han mejorado, tanto el desempeño de los dispositivos electrónicos de potencia así como los materiales de imán permanente de tierra rara, el costo de este tipo de máquinas se ha reducido (Xia, 2012).

Para usar los motores síncronos, usualmente se requiere acondicionar un sistema llamado “*electrical drive*” el cual no tiene una traducción textual al español, e.g., en Mohan et al. (2009) lo llama accionamiento por motor, mientras que en Rashid (2004) propulsores. Típicamente un electrical drive contiene un controlador en comunicación con una computadora, un modulador, un convertidor en conjunto con una fuente de potencia, una máquina eléctrica con carga mecánica, así como señales de sensores de naturaleza eléctrica y mecánica (De Doncker et al., 2011).

El modelo matemático del PMSM trifásico resulta en tres ecuaciones diferenciales para el subsistema eléctrico y una para el subsistema mecánico (Chiasson, 2005, cap. 7). Debido a esto, es usual realizar una transformación del marco de referencia de tres a dos fases (llamados por algunos autores $\alpha\beta$), o al marco de referencia giratorio dq .

En ambos modelos, se tienen tres ecuaciones diferenciales y estos son los que se han utilizado para realizar estrategias de control. En Bida et al. (2018) se propone una clasificación de diferentes estrategias de control aplicadas a este motor, la cual denomina técnicas de control vectorial del PMSM, la gran mayoría basados en el modelo dq y algunos con el modelo $\alpha\beta$. Las grandes áreas de esta propuesta son: control de campo orientado; control vectorial de voltaje; control basado en pasividad; control de par directo; y control de par no lineal.

Desde la década de los 80” del siglo pasado se desarrollaron propuestas de control de alto desempeño del PMSM, éstas son consideradas como técnicas de control vectorial (Bida et al., 2018), siendo la más utilizada el control de campo orientado (FOC), control directo de par (DTC), control propio directo (DSC), así como control directo de par con modulación vectorial espacial (DTC-SVM).

Recientemente, las propuestas de control de velocidad del PMSM se han ido haciendo más exigentes, por lo que se han estado aplicando técnicas de control no lineal para lograr esto. Por ejemplo, en (Mohd Zaihidee et al., 2019) se presenta un estado del arte respecto al uso de control por modos deslizantes aplicados al PMSM, más en específico en (Hou and Ding, 2020) se desarrolla un control de modo deslizante super-twisting (STSM) en combinación de un observador de perturbación con la finalidad de optimizar el seguimiento de la velocidad. Otro tipo de técnica aplicada es el de control H_∞ , por eso (Ullah et al., 2022) analizan las tendencias de diferentes técnicas de control H_∞ para el PMSM. Cabe hacer mención que, hay muchos trabajos utilizando la metodología de pasividad, en (Mocanu et al., 2020) se propone una estrategia de control de par basado en un controlador de modelo predictivo no lineal, mientras que en (Belkhier et al., 2022) se desarrolla un control basado en pasividad con interconexión y asignación de amortiguamiento (IDA-PBC) en conjunto con un observador no lineal.

En este escrito se tiene la finalidad de considerar el modelo matemático del motor síncrono de imán permanente

(PMSM) en dos fases (modelo $\alpha\beta$) y aplicar técnicas que aprovechan las propiedades de pasividad que tiene dicho modelo para diseñar una estrategia de control. Para el diseño se considera que no se dispone de la velocidad angular, sólo de la posición angular y de las corrientes de los devanados de estator, por medio de un filtro de segundo orden se obtiene una señal referente a la velocidad, esto fue realizado en una primera etapa para un motor BLDC (Guerrero et al., 2017). A diferencia de trabajos previos, en la actual propuesta: se utiliza el modelo $\alpha\beta$, con lo que se evita el realizar transformaciones de marco de referencia; se considera la disposición de una señal de posición y por medio de un modelo en espacio de estados de un filtro de segundo orden se obtienen señales referentes a la velocidad angular; considera en los voltajes de control un término de la derivada de las corrientes deseadas de forma aproximada; se demuestra estabilidad exponencial de seguimiento de la velocidad del sistema conformado por el modelo del PMSM y del filtro de segundo orden.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL PMSM

Se considera un motor síncrono con devanados idénticos en estructura, distribuidos de forma sinusoidal y con un rotor de imán permanente. Cabe hacer mención que, con los devanados sinusoidales, se obtiene un campo magnético distribuido sinusoidalmente en el entrehierro.

El modelo matemático equivalente en dos fases de un motor síncrono de imán permanente, también conocido como marco de referencia estacionario o $\alpha\beta$, es el mismo que describe al motor a pasos (Chiasson, 2005). Dicho modelo es compuesto por dos subsistemas. Para describir el referente a los devanados del estator, se define el vector de corrientes como $\mathbf{i}_s = [i_a \ i_b]^T \in \mathbb{R}^2$ y al vector de voltajes $\mathbf{u}_s = [u_a \ u_b]^T \in \mathbb{R}^2$, con los subíndices que hacen referencia a los ejes. Por lo tanto, para el subsistema eléctrico del PMSM se tiene

$$L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s = -R_s \mathbf{i}_s + K_\phi \omega \mathcal{J} \Theta_{2\phi} + \mathbf{u}_s \quad (1)$$

donde $\omega \in \mathbb{R}$ es la velocidad angular del rotor mientras que L_s es la inductancia, R_s la resistencia, ambos del estator y K_ϕ es una constante de fuerza contra electromotriz (back-emf). El vector $\Theta_{2\phi} \in \mathbb{R}^2$ y la matriz $\mathcal{J} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ están dadas por

$$\Theta_{2\phi} = \begin{bmatrix} \cos(n_p \theta) \\ \sin(n_p \theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde n_p denota el número de pares de polos, mientras que θ a la posición angular, la cual tiene una relación

$$\frac{d}{dt} \theta = \omega \quad (4)$$

Para el subsistema mecánico, el modelo es dado como

$$J \frac{d}{dt} \omega = -B\omega + K_\phi \Theta_{2\phi}^T \mathcal{J} \mathbf{i}_s - \tau_L \quad (5)$$

con J el momento de inercia, B el coeficiente de fricción y τ_L el par de carga.

De acuerdo a (1) y (5), se define al vector de los estados $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^3$ y al vector de fuerzas externas $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^3$ como

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ -\tau_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

Las expresiones (1) y (5) se reescriben en forma compacta, de tal forma que se tiene

$$\mathcal{D} \dot{\mathbf{z}} + \mathcal{R} \mathbf{z} + \mathcal{C}(\theta) \mathbf{z} = \mathbf{q} \quad (8)$$

con las matrices $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\mathcal{C}(\theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ están dadas como

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L_s \mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & J \end{bmatrix} \quad (9a)$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_s \mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & B \end{bmatrix} \quad (9b)$$

$$\mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & -K_\phi \mathcal{J} \Theta_{2\phi} \\ -K_\phi \Theta_{2\phi}^T \mathcal{J} & 0 \end{bmatrix} \quad (9c)$$

donde \mathbf{I}_2 es la matriz identidad de 2×2 , mientras que los subíndices en las matrices $\mathbf{0}$ indican el orden de estas. Cabe hacer mención que, la matriz $\mathcal{C}(\theta)$ es antisimétrica ya que $\mathcal{C}(\theta) = -\mathcal{C}^T(\theta)$ considerando la matriz antisimétrica \mathcal{J} dada en (3).

Observación. Las expresiones del subsistema eléctrico (1) y del subsistema mecánico (5) se obtienen al realizar una transformación de marco de referencia de tres a dos fases de un máquina síncrona trifásica de imán permanente, son las mismas que resultan al realizar el modelo matemático del motor a pasos usando conservación de energía (Chiasson, 2005). Cabe hacer mención que, para el motor a pasos se tiene que la constante de fuerza contraelectromotriz es $K_\phi = n_p \lambda_M$, donde n_p es el número de pares de polos de rotor de dicho motor a pasos, i.e., el número de conjuntos de dientes de rotor y λ_M es un enlace de flujo constante.

3. RESULTADO PRINCIPAL

3.1 Formulación del problema

Considere el modelo matemático del motor síncrono de imán permanente (PMSM) dado en (8). Suponga las siguientes condiciones:

- S1.** Las señales de las corrientes de los devanados de estator \mathbf{i}_s , así como la posición angular del rotor θ , están disponibles para medición.
- S2.** Todos los parámetros (mecánicos y eléctricos) del PMSM son conocidos. Por cuestiones inherentes a las propiedades físicas de la máquina, todos son positivos. Para realizar el diseño de control, el coeficiente de fricción se considera, no se desprecia.
- S3.** La velocidad de rotor deseada ω_d es una función suave y acotada dos veces diferenciable con primera y segunda derivada conocida.
- S4.** El par de carga τ_L es una función conocida y constante.

El problema de control es lograr, por medio de los voltajes de los devanados del estator, un seguimiento exponencial

global de la velocidad angular del PMSM, utilizando como retroalimentación únicamente las mediciones de la posición angular y de las corrientes de estator, de tal forma que las variables internas restantes del sistema en lazo cerrado permanezcan acotadas.

3.2 Controlador Propuesto

Los voltajes de control de los devanados de estator se proponen como

$$\mathbf{u}_s = L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} + R_s \mathbf{i}_{sd} - K_\phi \mathcal{J} \Theta_{2\phi} \omega_d + K_I \mathbf{e}_I - L_s \mathbf{\Pi} \Theta_{2\phi} y_{2f} \quad (10)$$

donde \mathbf{i}_{sd} denota las corrientes deseadas de estator, ω_d es la velocidad deseada, de acuerdo a la suposición **S3**, \mathbf{e}_I denota al error de corrientes, K_I a una constante de proporcionalidad y la función $\mathbf{\Pi}$ es definida como

$$\mathbf{\Pi} = \frac{1}{K_\phi} \left[n_p (\tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \mathbf{I}_2 + K_\vartheta \lambda_d \mathcal{J}^T \right]$$

Las corrientes deseadas de los devanados de estator se calculan como

$$\mathbf{i}_{sd} = \frac{1}{K_\phi} \mathcal{J}^T \Theta_{2\phi} (\tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \quad (11)$$

mientras que la derivada aproximada de las corrientes de estator se obtienen de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} = \frac{1}{K_\phi} \left[\mathcal{J}^T \Theta_{2\phi} (\dot{\tau}_L + J\dot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d - K_\vartheta \lambda_d (\vartheta - y_{2f})) - n_p (\omega_d - y_{2f}) \Theta_{2\phi} (\tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \right] \quad (12)$$

Las constantes, K_ϑ , λ_d K_I deben cumplir

$$K_\vartheta > 0 \quad (13a)$$

$$\lambda_d > 0 \quad (13b)$$

$$K_I > \frac{L_s^2}{4B} \left\{ n_p^2 (\tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + K_\vartheta \vartheta)^2 + K_\vartheta^2 \lambda_d^2 \right\} - R_s \quad (13c)$$

Asimismo, se obtiene una señal auxiliar para el error de la velocidad angular por medio de un filtro lineal de segundo orden por medio de una representación en espacio de estados como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1f} \\ \dot{x}_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_d^2 & -2\lambda_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1f} \\ x_{2f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_d^2 \end{bmatrix} e_\theta \quad (14a)$$

$$\begin{bmatrix} y_{1f} \\ y_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_d^2}{\lambda_d} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_d^2}{\lambda_d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1f} \\ x_{2f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} e_\theta \quad (14b)$$

donde x_{1f} y x_{2f} son estados (internos) del filtro y e_θ es el error de posición angular definida como la diferencia de la velocidad angular deseada ω_d de la velocidad real ω , i.e. se tiene $e_\theta = \theta_d - \theta$, asimismo, se tiene que $\lambda_d > 0$.

Se construye la función ϑ como

$$\vartheta = -x_{2f} - \lambda_d x_{1f} + \lambda_d e_\theta \quad (15)$$

Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado logra seguimiento de velocidad global exponencial con todas las variables internas acotadas usando sólo medición de la posición angular y de las corrientes de los devanados de estator, i.e.,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\omega = 0$$

con todas las señales internas acotadas.

3.3 Obtención de velocidad angular

De acuerdo a **S1**, no se dispone de la señal de la velocidad angular. Debido a esto se utiliza un filtro de segundo orden de grado relativo 1 como se propone en (Guerrero and Santibañez, 2021), cuya representación en espacio de estados es dada en (14).

Debido a que la entrada al filtro es el error de posición, se puede considerar que y_{1f} es el error de la posición angular filtrada, mientras que a y_{2f} como el error de la velocidad filtrada. Con la salida y_{2f} se tiene una función de transferencia de segundo orden con un cero en el origen, el cual es un filtro pasabanda. Considerando $\lambda_d = \lambda_n$, se tiene una amplificación máxima de $\frac{1}{2} \lambda_d$ en una frecuencia central de $\omega_c = \lambda_d$, así como una ganancia unitaria en $\omega = 1$ y $\omega = \lambda_d^2$. Esto es, con frecuencias más altas a λ_d^2 , el filtro atenúa las señales.

Para conveniencia en el diseño del controlador y la prueba de estabilidad, se define una función, en la cual se consideran los estados dados en (14) y el error de la posición angular, como esta dada en (15). La derivada respecto al tiempo de (15), teniendo en cuenta a (14a) y realizando manipulación algebraica, se llega a

$$\dot{\vartheta} = \lambda_d (-\vartheta + \dot{e}_\theta) \quad (16)$$

3.4 Modelo en lazo cerrado

Considerando el vector de estados \mathbf{z} , dado en (6), se definen los errores de los estados $\mathbf{e}_z \in \mathbb{R}^3$ como

$$\mathbf{e}_z = \mathbf{z}_d - \mathbf{z} \quad (17)$$

donde el subíndice d denota la señal deseada de la variable en cuestión y cada error es definido como

$$\mathbf{e}_I = \mathbf{i}_{sd} - \mathbf{i}_s \quad (18a)$$

$$e_\omega = \omega_d - \omega \quad (18b)$$

Teniendo en cuenta el modelo en dos fases del motor síncrono de imán permanente dada en (8), se obtiene un modelo en función de los errores \mathbf{e}_z como

$$\mathcal{D} \dot{\mathbf{e}}_z + \mathcal{R} \mathbf{e}_z + \mathcal{C}(\theta) \mathbf{e}_z = \mathbf{\Psi} \quad (19)$$

con la función $\mathbf{\Psi} \in \mathbb{R}^3$ estructurada como

$$\mathbf{\Psi} = -\mathbf{q} + \mathcal{D} \dot{\mathbf{z}}_d + \mathcal{R} \mathbf{z}_d + \mathcal{C}(\theta) \mathbf{z}_d \quad (20)$$

La función $\mathbf{\Psi}$ esta constituidas por las funciones $\Psi_e \in \mathbb{R}^2$ y $\Psi_m \in \mathbb{R}$ de tal forma que tiene una estructura como

$$\mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_e \\ \Psi_m \end{bmatrix} \quad (21)$$

La función Ψ_e relaciona al subsistema eléctrico del PMSM, cuya está dada como

$$\Psi_e = -\mathbf{u}_s + L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} + R_s \mathbf{i}_{sd} - K_\phi \mathcal{J} \Theta_{2\phi} \omega_d \quad (22)$$

mientras que Ψ_m lo hace al subsistema mecánico de la forma

$$\Psi_m = \tau_L + J \frac{d}{dt} \omega_d + B\omega_d - K_\phi \Theta_{2\phi}^T \mathcal{J} \mathbf{i}_{sd} \quad (23)$$

3.5 Diseño del controlador

Para esto, se consideran las condiciones dadas en **S1-S4**, así como la ecuación de salida de filtro de segundo orden (14b) y la función ϑ expresada en (15).

Los voltajes de control para alimentar los devanados de estator se proponen en (10). Cabe hacer mención que para obtener estos, se requiere de las corrientes deseadas de estator y su derivada respecto al tiempo. Por lo tanto, las corrientes deseadas se calculan como es dado en (11). La derivada respecto al tiempo de (11) es

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} = \frac{1}{K_\phi} \left[\mathcal{J}^T \Theta_{2\phi} (\dot{\tau}_L + J\ddot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d - K_\vartheta \lambda_d (\vartheta - e_\omega)) - n_p \omega \Theta_{2\phi} (\tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + K_\vartheta \vartheta) \right] \quad (24)$$

Cabe hacer mención que (24) requiere de la velocidad angular, así como del error de la velocidad, pero estas no se dispone de acuerdo a la suposición **S1**. Por lo que para sobrellevar esta situación, se propone obtener la derivada respecto al tiempo de las corrientes deseadas de estator de forma aproximada como se tiene en (12).

Con las corrientes deseadas \mathbf{i}_{sd} como se propone en (11), la función Ψ_m , dada en (23), se reduce a

$$\Psi_m = -K_\vartheta \vartheta \quad (25)$$

mientras que, con los voltajes \mathbf{u}_s dados en (10), la función Ψ_e expresada en (22) resulta como

$$\Psi_e = L_s \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} - \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} \right) - K_I \mathbf{e}_I + L_s \Pi \Theta_{2\phi} y_{2f} \quad (26)$$

En el primer término de la izquierda de (26) se tiene la diferencia de derivadas de corrientes deseadas, la analítica (24) y la propuesta (12). Esta diferencia resulta como

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} - \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} = e_\omega \Pi \Theta_{2\phi} - y_{2f} \Pi \Theta_{2\phi} \quad (27)$$

Considerando (27), la función Ψ_e (26), al realizar manipulación algebraica, resulta como

$$\Psi_e = L_s \Pi \Theta_{2\phi} e_\omega - K_I \mathbf{e}_I \quad (28)$$

3.6 Dinámica en Lazo Cerrado

La dinámica del sistema completo en lazo cerrado es dada por (19) y (16). En la primera se tiene a la función Ψ , la cual al considerar (25) y (28), resulta como

$$\Psi = \begin{bmatrix} -K_I \mathbf{I}_2 & L_s \Pi \Theta_{2\phi} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & -K_\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_I \\ e_\omega \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (29)$$

Se define un vector $\bar{\mathbf{e}} \in \mathbb{R}^4$ que contiene los errores de los estados \mathbf{e}_z y la función ϑ como

$$\bar{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_z \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (30)$$

de tal forma que (19) y (16) se reescriben en forma compacta como

$$\overline{\mathcal{D}} \dot{\bar{\mathbf{e}}} = -\overline{\mathcal{R}} \bar{\mathbf{e}} + \overline{\mathcal{C}}(\theta) \bar{\mathbf{e}} \quad (31)$$

con las matrices $\overline{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $\overline{\mathcal{R}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ y $\overline{\mathcal{C}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ dadas por

$$\overline{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \mathcal{D} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \frac{K_\vartheta}{\lambda_d} \end{bmatrix} \quad (32a)$$

$$\overline{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{cl} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & K_\vartheta \end{bmatrix} \quad (32b)$$

$$\overline{\mathcal{C}}(\theta) = \begin{bmatrix} -\mathcal{C}(\theta) & -\mathbf{K}_v \\ \mathbf{K}_v^T & 0 \end{bmatrix} \quad (32c)$$

y las submatrices $\mathcal{R}_{cl} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ como

$$\mathcal{R}_{cl} = \begin{bmatrix} (R_s + K_I) \mathbf{I}_2 & L_s \Pi \Theta_{2\phi} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & B \end{bmatrix} \quad (33a)$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ K_\vartheta \end{bmatrix} \quad (33b)$$

La matriz $\overline{\mathcal{C}}(\theta)$ contiene a $\mathcal{C}(\theta)$ dada en (9c), por lo que la estructura de (32c), es antisimétrica.

3.7 Prueba de Estabilidad

Considere la función cuadrática en función del vector $\bar{\mathbf{e}}$

$$\mathcal{H}_e = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \overline{\mathcal{D}} \bar{\mathbf{e}} \quad (34)$$

De acuerdo a la suposición **S1** y con las constantes $\lambda_d > 0$ y $K_\vartheta > 0$, la matriz \mathcal{D} es definida positiva.

La derivada respecto al tiempo de (34) a los largo de las trayectorias de (31) resulta como

$$\dot{\mathcal{H}}_e = -\bar{\mathbf{e}}^T \overline{\mathcal{R}}_{sym} \bar{\mathbf{e}} \quad (35)$$

donde se utiliza la antisimetría de $\overline{\mathcal{C}}(\theta)$ y la matriz $\overline{\mathcal{R}}_{sym}$ es la parte simétrica de $\overline{\mathcal{R}}$. Dado que K_ϑ es una constante positiva y que la constante K_I cumple la condición dada en (13c), la matriz $\overline{\mathcal{R}}_{sym}$ es definida positiva. Por lo tanto, se tiene que

$$\dot{\mathcal{H}}_e \leq -\gamma_1 \mathcal{H}_e \quad (36)$$

con $\gamma_1 = 2\lambda_{min}\{\overline{\mathcal{R}}_{sym}\}/\lambda_{Max}\{\overline{\mathcal{D}}\}$ donde $\lambda_{min}\{\cdot\}$ y $\lambda_{Max}\{\cdot\}$ denotan el valor propio más pequeño y más grande de las matrices en cuestión, respectivamente. Por el principio de comparación, es posible establecer que

$$\mathcal{H}_e(\bar{\mathbf{e}}(t)) \leq \mathcal{H}_e(\bar{\mathbf{e}}(t_0)) e^{-\gamma_1(t-t_0)}. \quad (37)$$

Esto implica que la norma del vector $\bar{\mathbf{e}}$ esta acotada por

$$\|\bar{\mathbf{e}}(t)\| \leq \gamma_2 \|\bar{\mathbf{e}}(t_0)\| e^{-\frac{\gamma_1}{2}(t-t_0)} \quad (38)$$

con $\gamma_2 = \sqrt{\lambda_{Max}\{\overline{\mathcal{D}}\}/\lambda_{min}\{\overline{\mathcal{D}}\}}$.

En consecuencia, es posible concluir que, durante la operación del controlador, la norma del vector de error disminuye exponencialmente para cualquier condición inicial conforme el tiempo avanza. Además, (38) también permite observar que un incremento en los valores propios de la matriz $\overline{\mathcal{R}}_{sym}$ aumentan la velocidad a la que la norma del error se reduce.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El esquema de control presentado en este trabajo se implementó en experimentos de simulación en el software SIMULINK/MATLAB[®] con un paso de integración fijo de 0.01 ms y el método de integración numérica ode8 (Dormand-Prince), utilizando sólo bloques básicos de SIMULINK[®].

Para la simulación se utilizó el modelo matemático del PMSM (1) y (5), así como los voltajes de control (10), las corrientes deseadas de estator (11), la derivada de las corrientes de una forma aproximada (12) en conjunto con un filtro lineal de segundo orden (14) y la función ϑ (15).

Los parámetros del motor que se utilizaron en el experimento se presentan en el cuadro 1. Cabe hacer mención que, estos datos son de un motor a pasos modelo MDM1FSD34A7, nema 34 de 1.8° fabricado por Schneider Electric[®], al cual se le realizaron mediciones y experimentos para obtener los valores de los parámetros, publicado en Morales Cuevas (2021).

Cuadro 1. Parámetros del motor BLDC

Resistencia de estator	$R_s = 0.261 \Omega$
Inductancia de estator	$L_s = 1.891 \text{ mH}$
Constante <i>back-emf</i>	$K_\phi = 0.804 \text{ N} \cdot \text{m/A}$
Coefficiente de momento de inercia	$J = 4.5 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Coefficiente de fricción viscosa	$B = 0.0008 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$
pares de polos	$n_p = 50$

Las ganancias del controlador se consideraron con los siguientes valores

$$\begin{aligned} K_I &= 500 \\ K_\vartheta &= 8 \\ \lambda_d &= 70 \end{aligned}$$

La velocidad angular de referencia que se utilizó en los experimentos de simulación es reportada en Guerrero et al. (2019), dicha señal es

$$\omega_d(t) = \omega_{dmax} \arctan \left(3 \sin \left(\frac{1}{5} t \right) \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{20} t^3} \right) \quad (39)$$

donde $\omega_{dmax} = 800$. Cabe hacer mención que, dicha referencia cumple las condiciones consideradas en **S2**. En (Guerrero et al., 2019) se muestra de forma analítica la primera y segunda derivada de (39), las cuales se implementan con bloques básicos de SIMULINK[®].

A pesar que en la suposición **S4** se considera que el par de carga es constante, en el experimento de simulación se considera que éste de inicio es cero, pero cambia como una función tipo escalón en distintos momentos del experimento, para simular que se acopla a la flecha del motor una carga, como puede ser por medio de un embrague (“clutch”). Esto es, el par de carga se consideró como una función de la forma

$$\tau_L = \begin{cases} 0 & 0 < t < 5 \\ 1.5 & 5 \leq t < 13 \\ 0 & 13 \leq t < 20 \\ 1.5 & 20 \leq t < 28 \\ 0 & 28 \leq t \end{cases} \quad (40)$$

Con las condiciones antes descritas, en la Figura 1 se tienen las gráficas de la velocidad deseada (en color azul) y de respuesta de la velocidad real (en rojo). En dicha Figura se puede observar que la velocidad real realiza un seguimiento de la señal de referencia. Debido a que las gráficas de las dos señales están sobrepuestas, se colocaron dos cuadros de acercamientos: el que está a la izquierda

de la Figura 1, son alrededor de los 5 [s], cuando se aplica el par de carga; el cuadro a la derecha, muestra cuando se quita el par de carga, alrededor de los 13 [s]. En ambos casos se puede ver que al tener un cambio en el par de carga, la velocidad tiene un comportamiento oscilatorio menor a los 2 [rpm] y en 0.1 [s], estas oscilaciones ya no se presentan.

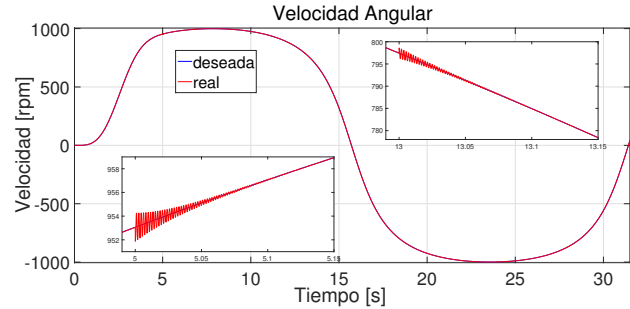


Figura 1. Respuesta de velocidad del PMSM.

La función τ_L es continua a tramos por lo que las soluciones del sistema en lazo cerrado existen en el sentido de Caratheodory Bacciotti and Rosier (2005). El análisis de convergencia de la sección 3.7 es válido en los intervalos en donde τ_L es continua. Esto implica que después de cada discontinuidad si el error aumenta, vuelve a disminuir exponencialmente como se aprecia en la gráfica del error de velocidad e_ω de la Figura 2. En dicha gráfica, se puede observar que cuando hay un cambio en el par de carga, de acuerdo a (40), se tiene un pico en la diferencia de éstas menor a los 1.3 [rpm].

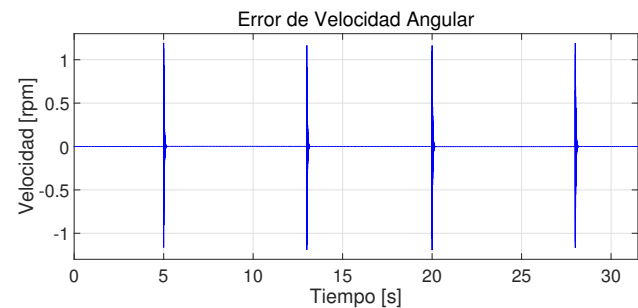


Figura 2. Error de velocidad del PMSM.

A pesar de que se tiene la condición **S4**, en la simulación se realiza una aplicación del par de carga, esto repercute directamente en las corrientes y los voltajes, de acuerdo a la estructura de (11) y (10), respectivamente. Por lo tanto, en la Figura 3 se tienen las gráficas de las corrientes de los devanados de estator (ambas fases). Para visualizar la forma de éstas se presenta un cuadro de acercamiento en la Figura 3 cuando se presenta la aplicación del par de carga. En dicho cuadro se puede observar que la forma de las corrientes son sinusoidales con un desfase entre ellas, de menor amplitud antes de la aplicación del par de carga.

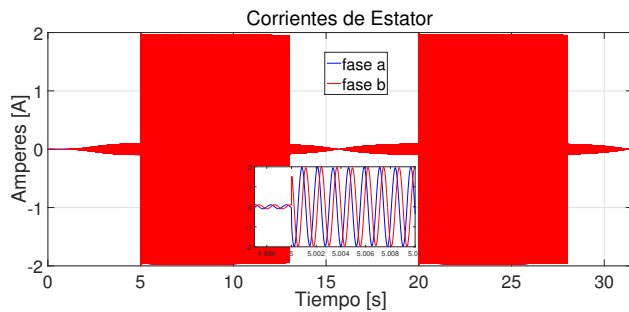


Figura 3. Corrientes de estator del PMSM.

Asimismo, en la Figura 4 se muestran los voltajes de control. Se puede observar que estos tienen picos al presentar los cambios del par de carga. Se tiene un cuadro de acercamiento, en unos de estos instantes y se puede ver que de forma instantánea la amplitud de los voltajes son iguales.

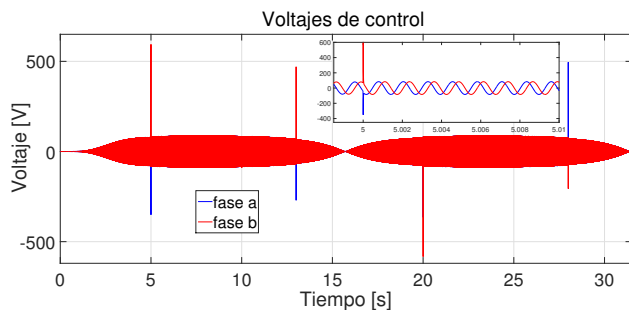


Figura 4. Voltajes de control del PMSM.

5. CONCLUSIONES

En este escrito se presenta un esquema de control para motores PMSM, aprovechando las propiedades de pasividad que presenta el modelo $\alpha\beta$ de dicha máquina, considerando que se miden tanto las corrientes de los devanados del estator como la posición angular del rotor, utilizando un filtro de segundo orden grado relativo 1 para obtener una señal referente a la velocidad angular. Con todo esto, en lazo cerrado, se garantiza seguimiento exponencial de la velocidad. Cabe mencionar que las ecuaciones del algoritmo propuesto son totalmente implementables.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es apoyado por la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) así como por los proyectos TecNM y CONACYT 134534 para realizar el presente trabajo.

REFERENCIAS

Bacciotti, A. and Rosier, L. (2005). *Liapunov functions and stability in control theory*. Springer Science & Business Media.

Belkhier, Y., Achour, A., Bures, M., Ullah, N., Bajaj, M., Zawbaa, H.M., and Kamel, S. (2022). Interconnection and damping assignment passivity-based non-linear observer control for efficiency maximization of permanent magnet synchronous motor. *Energy Reports*, 8, 1350–1361.

Bida, V.M., Samokhvalov, D.V., and Al-Mahturi, F.S. (2018). Pmsm vector control techniques—a survey. In *2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, 577–581. IEEE.

Chiasson, J. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*. John Wiley & Sons.

De Doncker, R.W., Pulte, D.W., and Veltman, A. (2011). *Advanced electrical drives: analysis, modeling, control*. Springer Nature.

Guerrero, C. and Santibañez, V. (2021). Simultaneous control of velocity and field flux of dc nonlinear motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(3), 2322–2332.

Guerrero, C., Santibañez, V., Araiza-Olvera, Y.V., Valente-Morales, J., and Ollervides, J. (2019). Control sensorless simultáneo de la velocidad angular y flujo de campo de un motor no lineal de corriente directa con excitación separada. *XXI Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2019*.

Guerrero, C., Santibañez, V., and Ollervides, E.J. (2017). Control por retroalimentación de salida de un motor bldc sin observador de estado de la velocidad angular. *Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2017*.

Hou, Q. and Ding, S. (2020). Gpio based super-twisting sliding mode control for pmsm. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 68(2), 747–751.

Mocanu, R., Rafaila, R.C., and Onea, A. (2020). Predictive control of pmsm in stator frame under passivity constrain. In *2020 24th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 898–903. IEEE.

Mohan, N.U. et al. (2009). *Electrónica de Potencia: Convertidores, Aplicaciones y diseño*. Mc Graw-Hill.

Mohd Zaihidee, F., Mekhilef, S., and Mubin, M. (2019). Robust speed control of pmsm using sliding mode control (smc)—a review. *Energies*, 12(9), 1669.

Morales Cuevas, N. (2021). *Control Basado en Pasividad de Velocidad Angular del Motor a Pasos Midiendo Posición Angular*. Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM).

Rashid, M.H. (2004). *Electrónica de potencia: circuitos, dispositivos y aplicaciones*. Pearson Educación.

Sanjuan, J.J.V., Flores, J.L., Mendoza, E.Y., and Tlaxcaltecatl, M.E. (2018). A sensorless passivity-based control for pmsm. In *2018 International Conference on Electronics, Communications and Computers (CONIELECOMP)*, 86–91. IEEE.

Ullah, K., Guzinski, J., and Mirza, A.F. (2022). Critical review on robust speed control techniques for permanent magnet synchronous motor (pmsm) speed regulation. *Energies*, 15(3), 1235.

Wang, Q., Wang, S., and Chen, C. (2019). Review of sensorless control techniques for pmsm drives. *IEEE Transactions on electrical and electronic engineering*, 14(10), 1543–1552.

Xia, C.I. (2012). *Permanent magnet brushless DC motor drives and controls*. John Wiley & Sons.