

Collision avoidance for second-order mobile robots*

Andrés Parra-Marín[†] * Eduardo Aranda-Bricaire *
Jaime González-Sierra **

* *Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Av. IPN 2508, San Pedro Zacatenco, 07360, Ciudad de México, México (e-mail: andres.parra@cinvestav.mx, earanda@cinvestav.mx).*

** *Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus Hidalgo, Instituto Politécnico Nacional, Carretera Pachuca-Actopan Kilómetro 1+500 Ciudad del Conocimiento y la Cultura Educación, 42162, Hidalgo, México (e-mail: jamesgsjr@hotmail.com)*

Abstract: This paper addresses the collision avoidance problem for a group of two second-order mobile robots. The proposed control strategy is composed of a part that achieves a desired formation, based on the Fundamental Consensus Algorithm, which ensures that agents converge to the desired formation. On the other hand, Artificial Vector Fields (AVF) are used for collision avoidance. Furthermore, a parameter is designed to allow an adequate scaling of the AVF and to ensure non-collision. Numerical simulations are presented to validate the performance of the proposed control strategy.

Keywords: Multi-agent systems (MAS), Formation control, Collision avoidance, Artificial vector fields (AVF).

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo aborda el problema de control de movimiento (formación) con evasión de colisiones, para un grupo de dos robots móviles modelados como robots puntuales omni direccionales de segundo orden. El problema de control de movimiento (formación y/o marcha), con evasión de colisiones, tiene una larga historia en la literatura especializada. Probablemente, los primeros estudios formales fueron propuestos por Khatib, en los años 90 (Khatib (1990)). Khatib proponía modelar el grupo de robots como robots omni direccionales de primer orden; imponer una cierta estrategia de control de movimiento; y posteriormente una ley de control reactiva para evitar las posibles colisiones entre los robots. Su enfoque estaba basado en el empleo del gradiente negativo de ciertas funciones potenciales artificiales.

A pesar de la originalidad de las ideas de Khatib, su principal inconveniente es que la suma de la ley de control de movimiento y la ley reactiva que evita colisiones puede dar lugar a equilibrios no deseados; o mínimos locales, dependiendo de la nomenclatura que se desee

utilizar. Este problema fue estudiado en todo detalle en el capítulo del libro (Hernández-Martínez and Aranda-Bricaire (2011)). Posteriormente, el problema fue completamente resuelto para agentes de primer orden en la serie de artículos (Flores-Resendiz and Aranda-Bricaire (2014), Flores-Resendiz et al. (2015), Flores-Resendiz and Aranda-Bricaire (2019)). La técnica empleada se conoce como campos vectoriales artificiales. Grosso modo, los campos vectoriales artificiales obligan a cualquier grupo de agente en peligro de colisión a evadirse siguiendo trayectorias espirales divergentes (focos inestables). Esta novedosa técnica permite resolver el problema para cualquier número de agentes y evitar, al mismo tiempo, la existencia de equilibrios inestables.

El presente artículo tiene por objeto generalizar estas ideas al caso de robots móviles de segundo orden. Aunque podría parecer que el problema es solo semántico, la realidad es que la simple generalización a dinámicas de orden dos impone grandes dificultades. Al contrario de robots de primer orden; en el caso de robots de segundo orden no es posible modificar instantáneamente la trayectoria de un robot, debido a la inercia de los mismos. Este simple hecho, complica sobre manera el análisis: aún detectando una colisión potencial, puede ser que esta sea no evitable, debido a que no es posible desviar la trayectoria a tiempo para evadirla.

* Este trabajo fue realizado con apoyo parcial del Proyecto CB-CONACYT A1-S-31628.

[†]Andrés Parra-Marín agradece el apoyo financiero de CONACYT, a través de la Beca No. 1079421.

En segundo lugar, no es claro si las velocidades relativas entre agentes deben o no ser consideradas para diseñar los campos vectoriales artificiales. En este primer artículo, solo abordaremos el caso cuando los AVF incluyen solo los términos debidos a las posiciones relativas.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se describe el planteamiento del problema mientras que en la Sección 3 se desarrolla y diseña la estrategia de control con evasión de colisiones. Posteriormente, en la Sección 4 se presentan las simulaciones numéricas donde se exhibe el comportamiento de la estrategia de control. Finalmente, en la Sección 5, se dan algunas conclusiones y trabajo futuro.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sea $N = \{R_a, R_b\}$ un grupo de dos agentes móviles los cuales se mueven en el plano con coordenadas $\mathbf{z}_i = [x_i \ y_i]^T \in \mathbb{R}^2$, para $i = a, b$ y $N_i \subset N$ es el conjunto de aquellos agentes que pueden ser detectados por R_i . Cada agente R_i está descrito por un modelo de segundo orden, dado por

$$\ddot{\mathbf{z}}_i = \mathbf{u}_i, \quad i = a, b, \quad (1)$$

donde $\mathbf{u}_i = [u_{i_x} \ u_{i_y}] \in \mathbb{R}^2$ corresponde a las entradas de control.

Definición 1 (Gráfica de formación). *Una gráfica de formación $\mathcal{G} = \{N, E, C\}$ que describe la comunicación entre agentes, está compuesta por los siguientes parámetros (Godsil and Royle (2001); Ren and Beard (2008))*

- (1) *Un conjunto de vértices N que corresponde a los n agentes en el sistema.*
- (2) *Un conjunto de vértices $E = \{(R_j, R_i) \in N \times N, j \neq i\}$, los cuales denotan que el agente R_i recibe información de R_j .*
- (3) *Un conjunto de etiquetas $C = \{\mathbf{c}_{ji} \in \mathbb{R}^2 \mid (R_j, R_i) \in N \times N, j \neq i\}$ donde \mathbf{c}_{ji} es un vector que especifica la posición relativa de R_i con respecto a R_j .*

Suposición 1. *En este trabajo se considera una gráfica de formación no dirigida, es decir, el agente R_a recibe información del agente R_b y viceversa, por lo tanto, $N_a = \{R_b\}$ y $N_b = \{R_a\}$.*

El problema de interés consiste en diseñar una estrategia de control de tal manera que

- Los agentes evadan colisiones entre ellos *i.e.*

$$\|\mathbf{z}_a(t) - \mathbf{z}_b(t)\| > d, \forall t \geq 0,$$

donde d es la distancia de seguridad.

- Los agentes logren posicionarse en un patrón geométrico *i.e.*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_i^*) = 0,$$

donde, considerando una gráfica de formación \mathcal{G} no dirigida, la posición deseada de cada agente está definida como

$$\mathbf{z}_i^* = \mathbf{z}_j + \mathbf{c}_{ji}, \quad i = a, b, \quad j \neq a,$$

con $\mathbf{c}_{ji} = [c_{ji_x} \ c_{ji_y}]^T \in \mathbb{R}^2$ vectores de posición constantes los cuales especifican la posición relativa deseada entre los agentes.

Para lograr la formación, se deben atender dos objetivos por separado, para el tema de la convergencia, consideraremos el requisito mínimo que el gráfico de comunicación debe contener un árbol de expansión dirigido, ver (Flores-Resendiz and Aranda-Bricaire (2014), Flores-Resendiz et al. (2015)). Este primer objetivo se soluciona al considerar que no existe riesgo de colisión entre agentes. Por otra parte se diseña una ley de control complementaria para atender el problema de la colisión basada en AVF (Flores-Resendiz and Aranda-Bricaire (2019)).

3. ESTRATEGIA DE CONTROL

En esta Sección se describe la estrategia de control propuesta para lograr la convergencia a la formación deseada y al mismo tiempo la evasión de colisiones. En primera instancia se presenta una ley de control basada en el Algoritmo Fundamental del consenso (Ren and Beard, 2008). Posteriormente, se hace una modificación a esa estrategia de control y se presenta el diseño de los AVF para la no colisión.

3.1 Control de formación

La ley de control propuesta está dada por

$$\mathbf{u}_i = \boldsymbol{\gamma}_i + \boldsymbol{\beta}_i, \quad i = a, b, \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\gamma}_i$ es la parte del control que logra la convergencia a la formación deseada y está basada en el Algoritmo Fundamental del Consenso (Ren and Beard, 2008) mientras que $\boldsymbol{\beta}_i$ son los Campos Vectoriales Repulsivos para lograr la evasión de colisiones, los cuales se definirán más adelante. En primera instancia se considera que $\boldsymbol{\gamma}_i$ está dada por

$$\boldsymbol{\gamma}_i = -k_0 \tilde{\mathbf{z}}_i - k_1 \dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i, \quad i = a, b \quad (3)$$

donde $\tilde{\mathbf{z}}_i = \mathbf{z}_i - \mathbf{z}_i^*$ se define como el error de posición, $\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i$ es el error de velocidad, k_0 y k_1 son constantes definidas positivas las cuales se obtienen a partir de proponer polos reales para evitar oscilaciones en el sistema ya que estas pueden generar entradas innecesarias en la zona de detección de los agentes.

Comentario 1. *Es bien sabido que al aplicar la estrategia de control (3) al sistema (1) y, considerando la Suposición 1, los agentes convergerán a la formación deseada si $0 < k_0 < k_1$ (Ren and Beard, 2008).*

Es importante destacar que la ley de control (3) no está acotada, por lo que al aplicarla a algún sistema físico puede causar daños en los actuadores. En ese sentido, se propone una versión de (3) acotada, dada por

$$\boldsymbol{\gamma}_i = -k_0 \phi(\tilde{\mathbf{z}}_i) - k_1 \phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i), \quad i = a, b \quad (4)$$

con $\phi(\cdot)$ una función de saturación.

3.2 Evasión de colisiones

Para resolver el problema de las colisiones se utiliza el enfoque de AVF. En ese sentido, un campo vectorial es una representación matemática de la velocidad instantánea de las soluciones de un sistema dinámico. El adjetivo repulsivo significa que las soluciones divergen de un punto de equilibrio. Los AVF se han diseñado tradicionalmente como el gradiente de una función potencial. El principal inconveniente de estos campos vectoriales es que a menudo conducen a la aparición de equilibrios no deseados, sin embargo en este caso se propone una estructura de foco inestable, lo que nos permite diseñar trayectorias de tipo espiral para evitar colisiones y en consecuencia, descartar equilibrios no deseados. (Flores-Resendiz and Aranda-Bricaire (2019), Perko (2001), Hirsch and Smale (1974)).

Una vez definida la convergencia de los agentes, es necesario evitar las colisiones entre los agentes durante el comportamiento transitorio. Por lo tanto, para el caso de dos agentes, los AVF se definen como

$$\beta_i = \epsilon \delta_{ij} \begin{bmatrix} (x_i - x_j) - (y_i - y_j) \\ (x_i - x_j) + (y_i - y_j) \end{bmatrix}, \quad i = a, b, \quad j \neq a, \quad (5)$$

donde $\epsilon > 0$ es un parámetro de diseño que se definirá más adelante, $\delta_{ij} = \delta_{ab} = \delta_{ba}$ es una función que depende de la distancia entre los agentes R_a y R_b dada por

$$\delta_{ab} = \begin{cases} 1, & \text{si } \|\mathbf{z}_a - \mathbf{z}_b\| \leq D, \\ 0, & \text{si } \|\mathbf{z}_a - \mathbf{z}_b\| > D, \end{cases} \quad (6)$$

donde D es la distancia de sensado. Para el diseño del parámetro ϵ , se proponen las variables de distancia relativa entre dos agentes, dada por

$$\begin{bmatrix} p_{ab} \\ q_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a - x_b \\ y_a - y_b \end{bmatrix}. \quad (7)$$

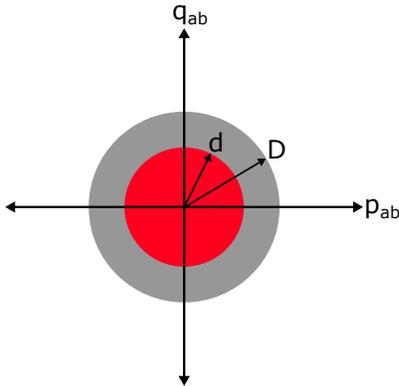


Fig. 1. Plano $[p_{ab} \ q_{ab}]^T$ donde D es la distancia de sensado y d es la distancia de seguridad, $D > d$.

Con base en la Fig. 1, el origen corresponde a la colisión entre dos agentes. Así mismo, se puede definir la siguiente superficie

$$\sigma_{ab} = p_{ab}^2 + q_{ab}^2 - d^2 > 0. \quad (8)$$

Bajo este escenario, las trayectorias definidas por p_{ab} y q_{ab} deben de permanecer fuera de la región dada por $\sigma_{ab} > 0$. Esto significa que cuando las trayectorias dadas por p_{ab} y q_{ab} entran a la superficie D , los AVF se activan y se tiene que asegurar que la superficie $\sigma_{ab} = 0$ es repulsiva desde la región exterior. En este sentido, el siguiente Teorema enuncia la principal contribución de este trabajo.

Teorema 1. *Sea el control (2) aplicado al sistema (1) con las definiciones dadas en (4)-(6) y considerando la Suposición 1. Se asume que en el tiempo t_0 el agente R_a entra en la zona de sensado de R_b , es decir, hay peligro de colisión. Si se escoge a ϵ de la siguiente manera*

$$\epsilon > \frac{D^2 \nu^2}{d^2(D^2 - d^2)} + \frac{DK}{d^2}, \quad (9)$$

donde $\nu = \max(\sqrt{r_{ab}^2 + s_{ab}^2})$ y K una ganancia que depende de los valores de k_0 y k_1 , entonces, se puede garantizar que los agentes no colisionarán entre ellos, es decir, $\|\mathbf{z}_a(t) - \mathbf{z}_b(t)\| > d$ para todo $t > t_0$.

Proof. La dinámica de (7) está dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ab} \\ \dot{q}_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{ab} \\ s_{ab} \end{bmatrix}, \quad (10a)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{ab} \\ \dot{s}_{ab} \end{bmatrix} = -k_0 (\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a) - \phi(\tilde{\mathbf{z}}_b)) - k_1 (\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a) - \phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b)) + 2\epsilon \delta_{ab} \begin{bmatrix} p_{ab} - q_{ab} \\ p_{ab} + q_{ab} \end{bmatrix}, \quad (10b)$$

donde $r_{ab} = \dot{x}_a - \dot{x}_b$ y $s_{ab} = \dot{y}_a - \dot{y}_b$. Por otra parte, la dinámica de la superficie dada en (8), está dada por

$$\dot{\sigma}_{ab} = 2 [p_{ab} \ q_{ab}] \begin{bmatrix} r_{ab} \\ s_{ab} \end{bmatrix}, \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma}_{ab} = & -2 [p_{ab} \ q_{ab}] [k_0 (\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a) - \phi(\tilde{\mathbf{z}}_b))] \\ & - 2 [p_{ab} \ q_{ab}] [k_1 (\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a) - \phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b))] \\ & + 4\epsilon \delta_{ab} \begin{bmatrix} p_{ab} - q_{ab} \\ p_{ab} + q_{ab} \end{bmatrix} + 2 (r_{ab}^2 + s_{ab}^2). \end{aligned} \quad (11b)$$

Dado que $p_{ab}^2 + q_{ab}^2 > d^2$ al encontrarse en la zona de seguridad d , entonces, $\dot{\sigma}_{ab}$ toma un valor positivo arbitrariamente pequeño, esto es debido a que al estar cerca de la zona de seguridad d la velocidad de los agentes cambia de sentido, haciendo que la aceleración llegue a cero y posteriormente haciendola positiva, por lo tanto, entre la zona de d y D el campo vectorial es repulsivo haciendo que $\ddot{\sigma}_{ab} > 0$

Calculando el operador norma, se tiene

$$\begin{aligned} \|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a) - \phi(\tilde{\mathbf{z}}_b)\| & \leq \|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a)\| + \|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_b)\|, \\ \|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a) - \phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b)\| & \leq \|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a)\| + \|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b)\|. \end{aligned}$$

Debido a que $\phi(\tilde{\mathbf{z}}_i) = \tanh(\tilde{\mathbf{z}}_i)$ y $\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i) = \tanh(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i)$, entonces, $\|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_i)\| \leq \sqrt{2}$ y $\|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_i)\| \leq \sqrt{2}$, por lo tanto, se obtienen las siguientes cotas

$\|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a)\| + \|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_b)\| \leq 2\sqrt{2}$, $-\|\phi(\tilde{\mathbf{z}}_a) - \phi(\tilde{\mathbf{z}}_b)\| \geq -2\sqrt{2}$,
 $\|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a)\| + \|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b)\| \leq 2\sqrt{2}$, $-\|\phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_a) - \phi(\dot{\tilde{\mathbf{z}}}_b)\| \geq -2\sqrt{2}$,
y, debido a que se está analizando el caso cuando la distancia entre los agentes es menor o igual a D , es decir $\|\mathbf{z}_a - \mathbf{z}_b\| \leq D$, entonces, $\delta_{ab} = 1$, por lo que (11b) se puede acotar por abajo de la siguiente manera

$$\ddot{\sigma}_{ab} \geq -4\sqrt{2}k_0\| [p_{ab} \ q_{ab}] \| - 4\sqrt{2}k_1\| [p_{ab} \ q_{ab}] \| + 4\epsilon \left\| \begin{bmatrix} p_{ab} - q_{ab} \\ p_{ab} + q_{ab} \end{bmatrix} \right\| \quad (12)$$

Note que el término $r_{ab}^2 + s_{ab}^2$ de (11b) es siempre positivo por lo su cota está dada por $r_{ab}^2 + s_{ab}^2 \geq 0$ y, por lo tanto, ese término no aparece en (12). Por otra parte, el término $-\| [p_{ab} \ q_{ab}] \|$ está acotado por $-\| [p_{ab} \ q_{ab}] \| \geq -D$ mientras que $\left\| \begin{bmatrix} p_{ab} - q_{ab} \\ p_{ab} + q_{ab} \end{bmatrix} \right\|$ está acotado por $\left\| \begin{bmatrix} p_{ab} - q_{ab} \\ p_{ab} + q_{ab} \end{bmatrix} \right\| \geq d^2$, entonces (12) está cotado por abajo por la siguiente expresión

$$\ddot{\sigma}_{ab} \geq -4DK + 4\epsilon d^2, \quad (13)$$

con $K = 2\sqrt{2}(k_0 + k_1)$. Integrando (13) se obtiene lo siguiente

$$\dot{\sigma}_{ab}(t) \geq (-4DK + 4\epsilon d^2)(t - t_0) + \dot{\sigma}_{ab}(t_0) > 0. \quad (14)$$

Debido a que cuando los agentes se aproximan uno a otro, entonces, $\dot{\sigma}_{ab}(t_0) = -|\dot{\sigma}_{ab}(t_0)|$, por lo tanto, (14) se reescribe como

$$\dot{\sigma}_{ab}(t) \geq (-4DK + 4\epsilon d^2)(t - t_0) - |\dot{\sigma}_{ab}(t_0)| > 0. \quad (15)$$

Integrando (15), se obtiene lo siguiente

$$\sigma_{ab}(t) - \sigma_{ab}(t_0) \geq \frac{1}{2}(-4DK + 4\epsilon d^2)(t - t_0)^2 - |\dot{\sigma}_{ab}(t_0)|(t - t_0).$$

Considerando que el análisis se realiza cuando los agentes entran a la zona de sensor, entonces $\sigma_{ab}(t_0) = D^2 - d^2$, por lo tanto,

$$\sigma_{ab}(t) \geq D^2 - d^2 + (-2DK + 2\epsilon d^2)(t - t_0)^2 - |\dot{\sigma}_{ab}(t_0)|(t - t_0) > 0. \quad (16)$$

Note que (16) está en función del tiempo por lo que se utiliza (15) para despejar $t - t_0$. En ese sentido, (15) se iguala a cero y se despeja para $t - t_0$, obteniendo lo siguiente

$$(t - t_0) = \frac{|\dot{\sigma}_{ab}(t_0)|}{(-4DK + 4\epsilon d^2)}, \quad (17)$$

y, sustituyendo (17) en (16) se tiene que

$$\sigma_{ab}(t) \geq D^2 - d^2 - \frac{\dot{\sigma}_{ab}^2(t_0)}{2(2\epsilon d^2 - 2DK)} > 0. \quad (18)$$

Por otra parte, note que (11a) tiene la siguiente cota

$$\ddot{\sigma}_{ab} \leq 2D\nu, \quad (19)$$

con $\nu = \max\left(\sqrt{r_{ab}^2 + s_{ab}^2}\right)$, entonces $\dot{\sigma}_{ab}^2$ está acotada por $\dot{\sigma}_{ab}^2 \leq 4D^2\nu^2$. Por lo tanto, a partir de (18), y, con-

siderando (19), se despeja para ϵ , obteniendo la siguiente expresión

$$\epsilon > \frac{D^2\nu^2}{d^2(D^2 - d^2)} + \frac{DK}{d^2}. \quad (20)$$

Con este valor de ϵ se asegura que los agentes no colisionarán entre ellos, es decir, $\|\mathbf{z}_a(t) - \mathbf{z}_b(t)\| > d$ para todo $t > t_0$. \square

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Las simulaciones numéricas se realizaron en MATLAB[®]/Simulink[®] con un tiempo de muestreo de 0.01[s]. Las condiciones iniciales de los agentes son $\mathbf{z}_1(0) = [3 \ 0]^\top$, $\mathbf{z}_2(0) = [-3 \ 0]^\top$, la distancia de sensor se ajustó a $D = 2$ [m] mientras que la distancia de seguridad se ajustó a $d = 1.5$ [m], $k_0 = 2$, $k_1 = 3$ y $\nu = 0.8$. Con estos valores, $\epsilon > 6.9356$, por lo tanto, se escoge un valor de $\epsilon = 7$. Por otra parte, los vectores de formación están dados por $\mathbf{c}_{21} = [-3 \ 0]^\top$ y $\mathbf{c}_{12} = -\mathbf{c}_{21}$. Cabe destacar que con esta selección de los vectores de formación, la gráfica de formación corresponde a una gráfica no dirigida.

La Fig. 2 ilustra el comportamiento de los agentes en el plano $p_{ab} - q_{ab}$ donde se visualiza como la distancia entre agentes empieza a disminuir. Cuando llegan a la zona de sensor $p_{ab}^2 + q_{ab}^2 = D^2$ los AVF se prenden y empieza la maniobra de evasión. Además, se aprecia que la distancia entre los agentes siempre es mayor a la distancia de seguridad. Finalmente, cuando los agentes se encuentran cerca de la posición deseada, la parte atractiva es mayor lo cual hace que converjan a la posición deseada.

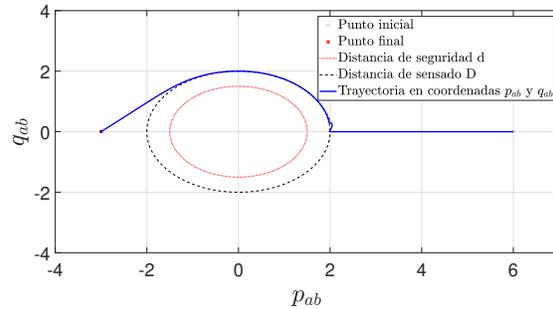


Fig. 2. Trayectoria de los agentes en el plano $p_{ab} - q_{ab}$.

La Fig. 3 muestra la trayectoria en el plano de los dos agentes. Es evidente que cuando se están acercando, al llegar a la zona de sensor, los AVF se activan y los agentes se mueven en una trayectoria circular en sentido antihorario. Una vez que salen de la zona de sensor, convergen a la formación deseada.

Por otra parte, en la Fig. 4 se ilustra el comportamiento de la superficie σ_{ab} y su derivada $\dot{\sigma}_{ab}$. Observe que cuando la distancia entre los agentes es mayor que la distancia

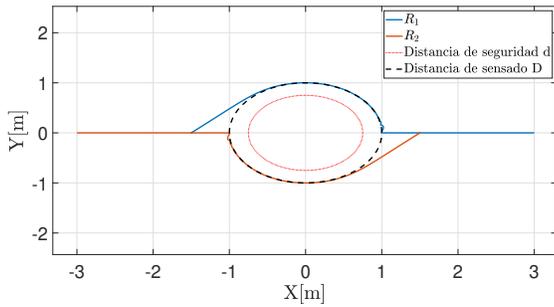


Fig. 3. Trayectorias de los agentes en el plano XY.

de sensado, σ_{ab} es positiva y va disminuyendo su valor conforme la distancia entre los agentes va disminuyendo, mientras que $\dot{\sigma}_{ab}$ inicia con un valor de cero y tiene un valor negativo conforme los agentes se van acercando. Cuando la distancia entre los agentes es menor o igual a D , debido al valor de ϵ , $\sigma_{ab} > 0$ y $\dot{\sigma}_{ab}$ pasa de un valor negativo a un valor positivo. Dicho comportamiento se repite varias veces, lo que indica que la distancia entre los agentes se mantiene oscilando alrededor de la distancia de sensado.

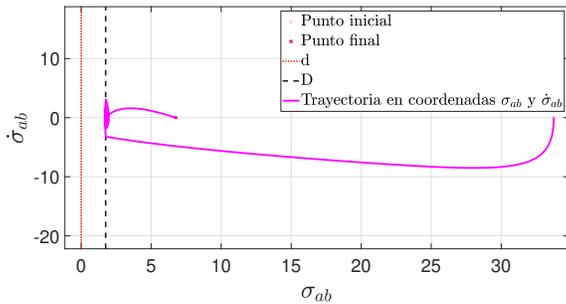


Fig. 4. Comportamiento de los agentes en el plano $\sigma_{ab} - \dot{\sigma}_{ab}$.

La Fig. 5 ilustra las entradas de control necesarias para que los agentes realicen su movimiento. Es evidente que cuando la distancia entre los agentes es menor o igual a la distancia de sensado, la ley de control empieza a tener oscilaciones de mayor amplitud, y, una vez que los agentes están cerca de su posición deseada, la entrada de control empieza a converger a cero.

A partir de la Fig. 6, se ilustra cómo el error de posición de los agentes R_a y R_b convergen a cero cuando $t \rightarrow \infty$, permitiendo a los agentes alcanzar la formación deseada.

Finalmente, en la Fig. 7 se presentan los errores de velocidad, los cuales también convergen a cero.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se propuso una estrategia de control para la evasión de colisiones en un grupo de dos agentes de

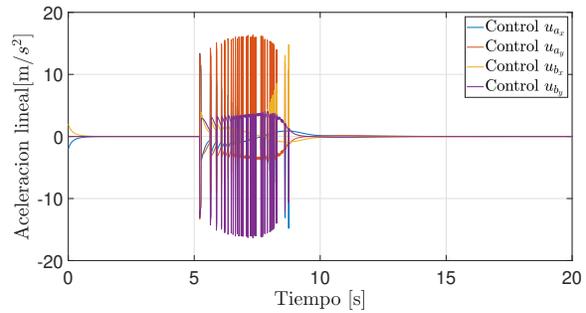


Fig. 5. Entradas de control.

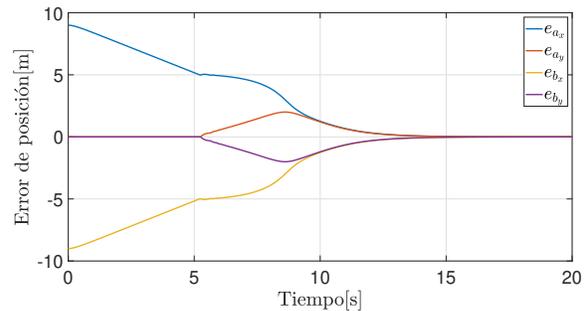


Fig. 6. Error de posición de los agentes.

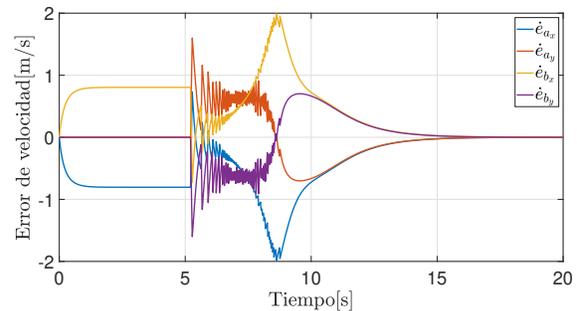


Fig. 7. Error de velocidad de los agentes.

segundo orden. Se demostró que al escalar de manera adecuada los AVF, la distancia entre los agentes siempre será mayor a la distancia de seguridad y, por lo tanto, los agentes no estarán en riesgo de colisión. Como trabajo futuro, se analizará la evasión de colisiones para un grupo de n agentes.

REFERENCIAS

- Flores-Resendiz, J.F. and Aranda-Bricaire, E. (2014). Cyclic pursuit formation control without collisions in multiagent systems using discontinuous vector fields. *Congreso Latinoamericano de Control Automático, Cancún, México*, 941–946.
- Flores-Resendiz, J.F. and Aranda-Bricaire, E. (2019). A general solution to the formation control problem without collisions for first-order multi-agent systems. *Robotica*, 38, 1–15.

- Flores-Resendiz, J.F., Aranda-Bricaire, E., González-Sierra, J., and Santiaguillo-Salinas, J. (2015). Finite-time formation control without collisions for multiagent systems with communication graphs composed of cyclic paths. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1–17.
- Godsil, C. and Royle, G. (2001). Algebraic graph theory. *Graduate Texts in Mathematics*, Springer, New York, NY, USA, 207.
- Hernández-Martínez, E.G. and Aranda-Bricaire, E. (2011). *Convergence and Collision Avoidance in Formation Control: A Survey of the Artificial Potential Functions Approach*, 103–126. IntechOpen, London, United Kingdom.
- Hirsch, M.W. and Smale, S. (1974). *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*. Academic Press, New York.
- Khatib, O. (1990). *Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots*, 396–404. Springer New York, New York, NY.
- Perko, L. (2001). *Differential equations and dynamical systems*. Springer-Verlag, New York.
- Ren, W. and Beard, R. (2008). Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control: theory and applications. *Communications and Control Engineering Series*, Springer, London, UK.