

Quadrotor physical parameters online estimation^{*}

I. Cortés-Benito^{*} Y. Tlatelpa-Osorio^{**}
M. Martínez-Ramírez^{*} J. G. Romero^{**}
H. Rodríguez-Cortés^{*}

^{*} *Sección de Mecatrónica, Depto. de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 07360, México (e-mail: {ivan.cortes,marco.martinez,hrodriguez}@cinvestav.mx).*

^{**} *Departamento Académico de Sistemas Digitales, ITAM, Río Hondo 1, Ciudad de México, 01080, México (e-mail: yarai.tlatelpa,jose.romerovelazquez@itam.mx)*

Abstract: Online estimation of unmanned aerial vehicles' physical parameters is an essential tool for aerodynamic and control design. This paper numerically evaluates two methods for physical parameter estimation for a quadrotor. The estimation methods are based on recently introduced techniques that relax the persistency of excitation constraint in the least-squares estimation methods.

Keywords: Parameter estimation, Estimation algorithms, Regression relationships, Vehicle dynamics, Aerospace engineering.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas estudiados durante mucho tiempo en la ingeniería consiste en obtener el modelo de un sistema a partir de la medición, en la mayoría de los casos imperfecta, de salidas y entradas disponibles. Este proceso se conoce en la literatura como identificación de sistemas, siendo uno de los principales problemas en dinámica y control de aeronaves. La identificación de sistemas es la determinación de un modelo, a partir de observaciones de entrada y salida, dentro de una estructura de modelos al cual el sistema bajo evaluación se considera equivalente (Zadeh, 1962).

En la mayoría de los problemas de modelado de sistemas dinámicos y control, una aeronave puede asumirse como un cuerpo rígido cuyas ecuaciones de movimiento están gobernadas por las leyes de la física Newtoniana. La identificación de sistemas se utiliza para caracterizar fuerzas y momentos, de origen aerodinámico y de propulsión, o para verificar predicciones teóricas de diseño. En un problema de identificación de sistemas debe establecerse claramente las entradas y salidas disponibles, la estructura del modelo y como determinar adecuadamente los parámetros desconocidos, fuera de línea o en línea.

La dinámica de un sistema no lineal, puede ajustarse a una ecuación de regresión *lineal* (ERL). La ERL relaciona

a las salidas del sistema con el producto de una matriz, función de señales conocidas, y un vector que contiene a los parámetros desconocidos. Es importante mencionar que la matriz involucrada se conoce como matriz de regresión. En el caso de una sola salida, se tiene un vector de regresión. En ambos casos se puede utilizar el término regresor para referirse a la matriz o vector correspondiente.

Las solución clásica a este problema se basa en los estimadores de gradiente descendiente o de mínimos cuadrados (Goodwin and Sin, 2014). La desventaja de estas soluciones es que la matriz resultante de la multiplicación del regresor por su transpuesta debe contener excitación persistente para asegurar convergencia a los parámetros desconocidos. Recientemente, se han propuesto técnicas de estimación que han podido relajar considerablemente la condición de excitación persistente, entre ellas, extensión y mezcla dinámica del regresor (EMDR) (Aranovskiy et al., 2017), ver además las recientes extensiones del EMDR propuestas en (Ortega et al., 2020), (Bobtsov et al., 2022) y (Ortega et al., 2022a).

La estimación de parámetros para cuatrirotores¹ es en particular un problema de gran interés en la literatura de aeronaves no tripuladas. En (Liu et al., 2018) se utiliza el algoritmo de búsqueda del extremo para identificar

^{*} El primer y tercer autor agradecen a CONACYT por el apoyo económico con los CVUs: 1079258 y 1079221, respectivamente.

¹ La palabra cuatrirotor se deriva de la palabra cuatrimotor, la cual se encuentra registrada en el diccionario de la Real Academia Española.

parámetros del modelo planar del cuatrirotor. En (Yang et al., 2021) se utiliza el método CIPHER, algoritmo basado en la respuesta frecuencial, para identificar parámetros aerodinámicos. En (Munguía et al., 2019) se identifican parámetros de un cuatrirotor utilizando el filtro de Kalman. En (Kakanov et al., 2020) se estiman parámetros físicos de un cuatrirotor utilizando la versión original de EMDR.

En este trabajo se aborda la estimación de los parámetros físicos: inercia, masa y coeficiente de resistencia al avance de un cuatrirotor. El regresor se construye a partir de la ecuación de balance de energía traslacional y rotacional como se propone en (Romero et al., 2021). El problema de estimación se resuelve utilizando dos versiones del método DREM, las propuestas en (Aranovskiy et al., 2017) y (Ortega et al., 2020). Por medio de simulaciones numéricas se muestra que el error de estimación de parámetros converge a cero en ambos casos y se describen las diferencias entre ambos estimadores.

El artículo se organiza en la siguiente forma. La Sección 2 describe los métodos de estimación de parámetros en línea que se consideran en este trabajo. La Sección 3 presenta la solución al problema de estimación de parámetros en un cuatrirotor. La Sección 4 presenta los resultados de simulación, el artículo termina con la Sección 5 que contiene las conclusiones sobre este trabajo.

2. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN LÍNEA

El problema de estimación de los parámetros $\Theta \in \mathbb{R}^q$ puede plantearse como un problema de observación de estados para un sistema dinámico de la forma

$$\dot{\Theta} = 0$$

con salida

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}^\top \Theta \quad (1)$$

donde $\mathbf{y} \in \mathbb{R}$ y $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^q$, siendo el regresor, ambas dependiendo de señales medibles y conocidas. La relación en (1) define a una ERL. A partir de \mathbf{y} y \mathbf{X} se desea estimar el vector de parámetros Θ . Se define el error de estimación \mathbf{e} como

$$\mathbf{e} = \mathbf{X}^\top \hat{\Theta} - \mathbf{y} = \mathbf{X}^\top (\hat{\Theta} - \Theta) = \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta} \quad (2)$$

con $\tilde{\Theta}$ el error paramétrico. De esta forma, si se asegura que dicho error converge hacia cero, entonces la única solución de (2) es $\mathbf{e} \rightarrow 0$. Proponiendo como función de Lyapunov

$$V = \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta} \quad (3)$$

y al definir

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\kappa_0 \mathbf{X} \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta} \quad (4)$$

con $\kappa_0 \in \mathbb{R}$ una ganancia positiva, se obtiene

$$\dot{V} = -2\kappa_0 \mathbf{e}^\top \mathbf{e} = -2\kappa_0 \tilde{\Theta}^\top \mathbf{X} \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta}$$

La convergencia de $\tilde{\Theta}$ a cero, requiere suposiciones adicionales sobre el regresor \mathbf{X} . Notar que la matriz $\mathbf{X} \mathbf{X}^\top$ es semi definida positiva y tiene rango igual a 1, por lo que satisfacer la condición $\lambda_{\min}(\mathbf{X} \mathbf{X}^\top) \geq 2\alpha$, con

$\alpha > 0$ es imposible.² Sin embargo, como \mathbf{X} es un vector variante en el tiempo se espera tener información suficiente para que $\tilde{\Theta}$ converja a cero. La disponibilidad de información suficiente a lo largo del tiempo se establece con la condición de excitación persistente (PE). Se dice que el regresor \mathbf{X} tiene excitación persistente si existen constantes positivas α_1 , α_2 y δ tales que

$$\alpha_2 I \geq \int_{t_0}^{t_0+\delta} \mathbf{X}(\tau) \mathbf{X}(\tau)^\top d\tau \geq \alpha_1 I, \quad \forall t_0 \geq 0 \quad (5)$$

donde I es la matriz identidad. Si el regresor \mathbf{X} tiene excitación persistente entonces la ecuación diferencial

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -\kappa_0 \mathbf{X} \mathbf{X}^\top \tilde{\Theta}$$

tiene un punto de equilibrio en $\tilde{\Theta} = 0$ globalmente exponencialmente estable. El estimador (4) se implementa como sigue

$$\dot{\hat{\Theta}} = -\kappa_0 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \hat{\Theta} - \mathbf{y})$$

Las opciones para relajar la condición establecida en (5) son limitadas, la primera es generar un nuevo regresor como el que se propone en (Korotina et al., 2022) y (Romero et al., 2021) y la segunda es modificar la ecuación de salida como se propone en (Aranovskiy et al., 2017).

2.1 Mezclar y filtrar

En la sección IV. B de (Ortega et al., 2020) se propone un regresor extendido a lá Kreisselmeier's. El cual consiste en multiplicar por la izquierda la salida de (1) por \mathbf{X} , para llegar a

$$\mathcal{Y} = \mathcal{X} \Theta \quad (6)$$

donde

$$\mathcal{Y} = \mathbf{X} \mathbf{y}, \quad \mathcal{X} = \mathbf{X} \mathbf{X}^\top$$

con $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^q$ y $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{q \times q}$. Después, se filtra (6) aplicando un operador lineal y estable SISO (*single-input single-output*) y BIBO (*bounded-input bounded-output*) denotado por $G(s)$. Al definir

$$\bar{\mathcal{Y}} = G(s) \mathcal{Y}, \quad \bar{\mathcal{X}} = G(s) \mathcal{X},$$

la (nueva) ERL resultante de (6) toma la forma

$$\bar{\mathcal{Y}} = \bar{\mathcal{X}} \Theta. \quad (7)$$

Pre-multiplicando a (7) por la matriz adjunta de $\bar{\mathcal{X}}$, se obtiene³

$$\text{adj}(\bar{\mathcal{X}}) \bar{\mathcal{Y}} = \det(\bar{\mathcal{X}}) I \Theta \quad (8)$$

con $I \in \mathbb{R}^{q \times q}$ la matriz identidad. La ecuación (8) define q -ERLs escalares de la forma

$$\eta_i = \det(\bar{\mathcal{X}}) \Theta_i, \quad i = 1, \dots, q$$

con $\eta = \text{adj}(\bar{\mathcal{X}}) \bar{\mathcal{Y}}$. Ahora, proponiendo los siguientes q -estimadores tipo gradiente descendiente normalizados

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \kappa_0 \frac{\det(\bar{\mathcal{X}})}{1 + \det(\bar{\mathcal{X}})^2} \left(\det(\bar{\mathcal{X}}) \hat{\Theta}_i - \eta_i \right), \quad (9)$$

² $\lambda_{\min}(A)$ denota el valor propio mínimo de la matriz A .

³ Se ha considerado la identidad $\text{adj}(A)A = \det(A)I$ para cualquier matriz cuadrada A .

con κ_0 un parámetro libre. Tenemos que, considerando como función de Lyapunov (3), su derivada en el tiempo a lo largo de las trayectorias de (9) llega a ser

$$\dot{V} = -\kappa_0 \frac{\det(\mathcal{X})^2}{1 + \det(\mathcal{X})^2} \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta}. \quad (10)$$

Asumiendo que $\det(\mathcal{X})^2 \notin \mathcal{L}_2$, entonces $\tilde{\Theta}_i \rightarrow 0$ asintóticamente. Más aún, si $\det(\mathcal{X})^2$ es de excitación persistente entonces la convergencia a cero de $\tilde{\Theta}_i$ es de forma exponencial.

2.2 Señales retardadas

Los estimadores en (4) y (9) funcionan con datos disponibles en cada instante de tiempo t , sin aprovechar datos disponibles en instantes de tiempo anteriores. Una solución a esta desventaja se propone en (Aranovskiy et al., 2017) como sigue. Defina $q-1$ operadores de retardo de la forma

$$G(e^{s\tau}), G(e^{2s\tau}), \dots, G(e^{(q-1)s\tau})$$

con τ el valor del retardo. Con un ligero abuso de notación, a partir de (1) se definen las siguientes señales

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ G(e^{s\tau})\mathbf{y} \\ G(e^{2s\tau})\mathbf{y} \\ \vdots \\ G(e^{(q-1)s\tau})\mathbf{y} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^\top \\ G(e^{s\tau})\mathbf{X}^\top \\ G(e^{2s\tau})\mathbf{X}^\top \\ \vdots \\ G(e^{(q-1)s\tau})\mathbf{X}^\top \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, se puede construir la siguiente ERL

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{X}}\Theta$$

con $\bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^q$ y $\bar{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{q \times q}$. Al multiplicar ambos lados por la matriz adjunta de $\bar{\mathbf{X}}$ se tiene

$$\text{adj}(\bar{\mathbf{X}})\bar{\mathbf{y}} = \det(\bar{\mathbf{X}})I\Theta. \quad (11)$$

Al igual que el caso anterior, ahora la relación en (11) define q -ERLs de la forma

$$\hat{\mathbf{y}} = \det(\bar{\mathbf{X}})\Theta_i, \quad i = 1, \dots, q$$

con $\hat{\mathbf{y}} = \text{adj}(\bar{\mathbf{X}})\bar{\mathbf{y}}$. Se proponen q -estimadores tipo gradiente descendente normalizados de la forma

$$\dot{\hat{\Theta}}_i = \kappa_1 \frac{\det(\bar{\mathbf{X}})}{1 + \det(\bar{\mathbf{X}})^2} \left(\det(\bar{\mathbf{X}})\hat{\Theta}_i - \hat{\mathbf{y}}_i \right) \quad (12)$$

con κ_1 una ganancia de sintonización (positiva). La derivada de la función de Lyapunov (3) a lo largo de las trayectorias de (12) es

$$\dot{V} = -\kappa_1 \frac{\det(\bar{\mathbf{X}})^2}{1 + \det(\bar{\mathbf{X}})^2} \tilde{\Theta}^\top \tilde{\Theta} \quad (13)$$

De forma similar al caso anterior, concluimos que, Si $\det(\bar{\mathbf{X}})^2 \notin \mathcal{L}_2$, entonces $\tilde{\Theta}_i$ converge asintóticamente a cero. Si $\det(\bar{\mathbf{X}})^2$ tiene excitación persistente entonces $\tilde{\Theta}_i$ converge a cero es de forma exponencial.

Al comparar las ecuaciones (10) y (13) puede observarse que la convergencia de los errores paramétricos a cero depende de que los determinantes de \mathcal{X} y $\bar{\mathbf{X}}$ no sean señales \mathcal{L}_2 o que satisfagan la condición de excitación persistente

(5). En lo que sigue se comparan los funcionamientos de los estimadores (9) y (12) para el caso de la estimación de parámetros físicos de un cuatrirotor.

3. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA UN CUATRIROTOR.

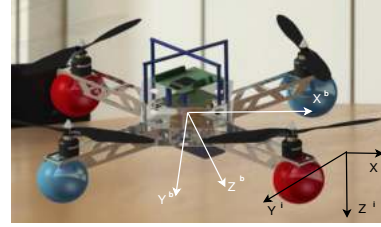


Fig. 1. Cuatrirotor. $X^i Y^i Z^i$ sistema de referencia inercial, $X^b Y^b Z^b$ sistema de referencia cuerpo.

El modelo dinámico del cuatrirotor que se considera en este trabajo está descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales, en coordenadas cuerpo e inerciales, ver Figura 1

$$\begin{aligned} m\ddot{X} &= F_g^i + F_p^i + F_a^i \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega \times J\Omega + M_p^i, \end{aligned} \quad (14)$$

donde m es la masa, $X = [x \ y \ z]^\top$ es la posición traslacional, F_g^i , F_p^i y F_a^i son las fuerzas de gravedad, propulsión y aerodinámicas expresadas en ejes inerciales, definidas como

$$F_g^i = mge_3, \quad F_p^i = -T_T Re_3, \quad F_a^i = -K\dot{X} \quad (15)$$

con g la constante gravitacional, $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^\top$, T_T el empuje total de los cuatro rotores, $R \in SO(3)$ la matriz de rotación de ejes cuerpo a ejes inerciales y $K = \text{diag}\{\mu_x, \mu_y, \mu_z\}$ la matriz de coeficientes aerodinámicos. Además, $J = \text{diag}\{J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}\}$ es la matriz de inercia, $\Omega = [p \ q \ r]^\top$ la velocidad angular en ejes cuerpo y

$$M_p^b = [M_x \ M_y \ M_z]^\top$$

los momentos aplicados.

Objetivo de estimación. Suponga que los estados X , \dot{X} , R y Ω son medibles. Además, suponga que se tiene acceso a las entradas de control T_T y M_p^b . Estimar los parámetros físicos del cuatrirotor J , K y m .

Siguiendo la metodología propuesta en (Romero et al., 2021)–la cual se basa en el balance de energía del sistema–tenemos que para resolver el problema de estimación de los parámetros físicos en el cuatrirotor es necesario generar una salida pasiva que incluya a los parámetros que se desean estimar. En este caso, se construyen dos salidas pasivas a partir de las siguientes funciones de energía asociadas al cuatrirotor.

$$E_T = \frac{m}{2} \dot{X}^\top \dot{X} - mgX^\top e_3, \quad E_R = \frac{1}{2} \Omega^\top J\Omega. \quad (16)$$

con E_T la función de energía traslacional y E_R la función de energía rotacional. Derivando las funciones de energía

a lo largo de las trayectorias del cuatrirotor (14) toman la forma

$$\dot{E}_T = -T_T \dot{X}^\top R e_3 - \dot{X}^\top K \dot{X}, \quad \dot{E}_R = \Omega^\top M_p^b. \quad (17)$$

Es importante notar que las funciones de energía en (16) dependen de los parámetros a estimar. De esta forma, las ecuaciones de balance de potencia (17) se pueden identificar dos señales medibles, estas son,

$$y_T = -T_T \dot{X}^\top R e_3, \quad y_R = \Omega^\top M_p^b. \quad (18)$$

Ahora, definiendo al operador $G(s)$ como un filtro lineal invariante en el tiempo, de la forma $G(s) = \frac{1}{\lambda+s}$ con $s = \frac{d}{dt}$ y $\lambda > 0$. Aplicándolo a (17), tenemos que el lado izquierdo se puede reescribir como

$$\begin{aligned} G(s)sE_T &= \frac{m}{2}G(s)s(\dot{X}^\top \dot{X}) - mgH(s)s(X^\top e_3) \\ G(s)sE_R &= \frac{1}{2}G(s)s(I_{xx}p^2 + I_{yy}q^2 + I_{zz}r^2). \end{aligned} \quad (19)$$

Por lo tanto, se tienen *dos* ELRs escalares de la forma

$$Y_T = \mathbf{X}_T \Theta_T, \quad Y_R = \mathbf{X}_R \theta_R \quad (20)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_T &= G(s) \left[s \left(\frac{\dot{X}^\top \dot{X}}{2} - gX^\top e_3 \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad \dot{z}^2 \right], \\ \mathbf{X}_R &= G(s)s \left[\frac{1}{2}p^2 \quad \frac{1}{2}q^2 \quad \frac{1}{2}r^2 \right], \\ \Theta_T &= [m \quad \mu_x \quad \mu_z]^\top, \quad \theta_R = [I_{xx} \quad I_{yy} \quad I_{zz}]^\top \end{aligned}$$

y

$$Y_T = G(s)y_T, \quad Y_R = G(s)y_R.$$

Debido a la simetría del cuatrirotor se considera que $\mu_x = \mu_y$. A partir de las ERLs en (20) se construyen seis ERLs escalares de la forma (10) y (13) siguiendo los procedimientos descritos en la sección anterior.

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

La simulación se realiza en Matlab-Simulink. Se consideran los siguientes parámetros físicos El cuatrirotor

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
J_{xx}	0.0218	m	1.2
J_{yy}	0.0218	μ_x	0.72
J_{zz}	0.0339	μ_y	0.9

despega en el origen y visita cuatro puntos de referencia. El control implementado en el cuatrirotor es el reportado en (Rodríguez-Cortés, 2022).

En el método de mezclar y filtrar, el valor de λ es muy importante, pues este mismo, junto a las ganancias, modifican el valor del determinante. En el método de las señales retardadas, el valor del retraso afecta al determinante, siendo necesario que las ganancias requieran un mayor o menor valor en función del retraso. El objetivo durante la sintonización es llevar al error de estimación $e_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{y}_i$ con $i = T, R$, a cero, ya que es la única referencia con la que se cuenta. Esto se logra de manera rápida si el cambio de valor del determinante es lo suficientemente grande. Observar las figuras 2, 3, 10 y 11, las cuales corresponden

a las gráficas de los determinantes de la dinámica rotacional y traslacional, por el método de mezclar y filtrar y el método de señales retardadas, respectivamente.

En las figuras 4 y 5 se observa la convergencia de los errores de la dinámica rotacional, mientras que en las figuras 6 y 7 se muestra el error de la señal \tilde{Y}_R de la dinámica rotacional. Podemos notar que el error de las señales convergen de manera asintótica por ambos métodos. Finalmente, en las figuras 8 y 9 se muestra la convergencia de los valores estimados, coincidiendo estos valores con los considerados durante la programación del modelo dinámico del cuatrirotor.

Las figuras 12 y 13 presentan las convergencia de los errores de la dinámica traslacional, así mismo, en las figuras 14 y 15 se puede observar el error de la señal \tilde{Y}_T . Al igual que en la dinámica rotacional, el error converge a cero de manera asintótica. En las figuras 16 y 17 se aprecia la convergencia de las señales estimadas a los valores considerados en el modelo programado.

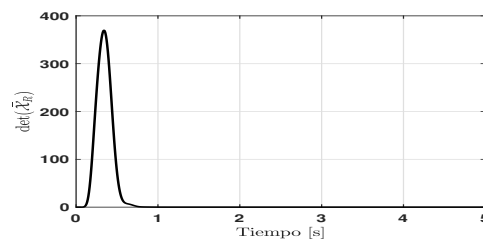


Fig. 2. Determinante de la matriz $\tilde{\mathbf{X}}_R$ para la dinámica rotacional por el método de mezclar y filtrar.

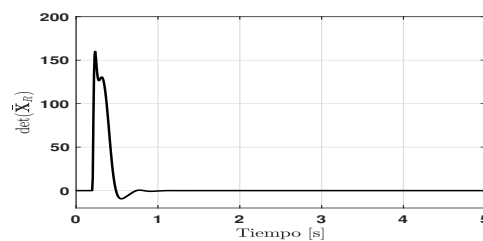


Fig. 3. Determinante de la matriz $\tilde{\mathbf{X}}_R$ para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas.

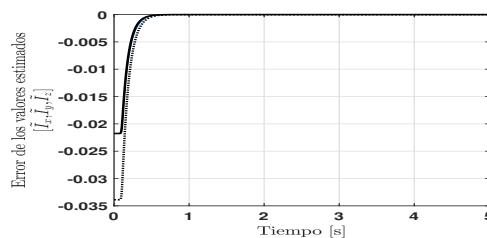


Fig. 4. Error de estimación de parámetros de la dinámica rotacional $\tilde{\Theta}_R$ por el método de mezclar y filtrar.

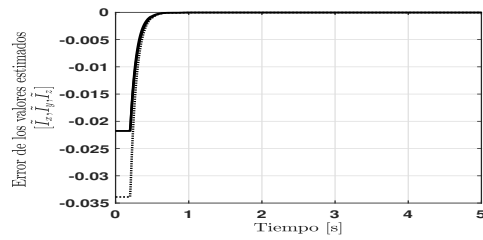


Fig. 5. Error de estimación de parámetros de la dinámica rotacional $\hat{\Theta}_R$ por el método de señales retardadas.

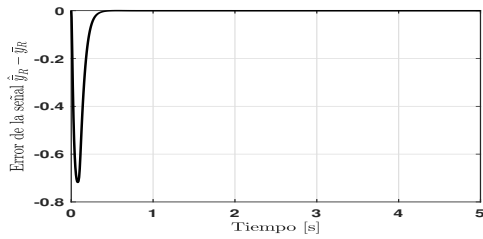


Fig. 6. Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica rotacional e_R por el método de mezclar y filtrar.

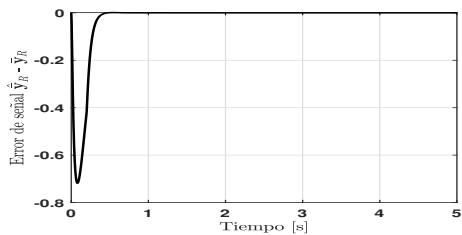


Fig. 7. Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica rotacional e_R por el método de señales retardadas.

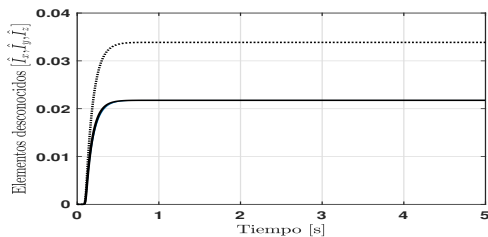


Fig. 8. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de mezclar y filtrar.

5. CONCLUSIONES

En esta nota se presentaron dos métodos diferentes para generar un conjunto de nuevas ERL's escalares para un cuatr rotor, las cuales son utilizadas para estimar sus parámetros físicos haciendo uso de un gradiente descendiente normalizado. La regresión lineal original del cuatr rotor se obtiene utilizando el balance de energía del sistema,

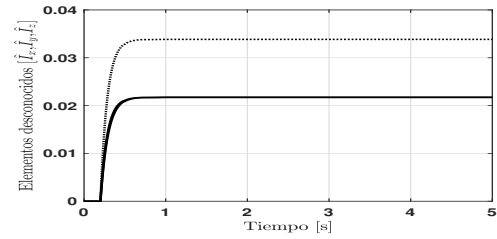


Fig. 9. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica rotacional por el método de señales retardadas.

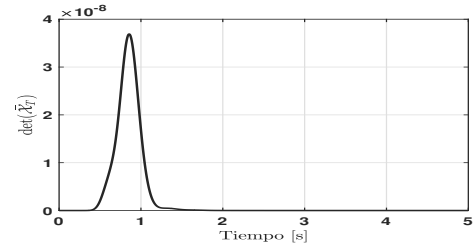


Fig. 10. Determinante de la matriz $\hat{\mathcal{X}}_T$ para la dinámica traslacional por el método de mezclar y filtrar.

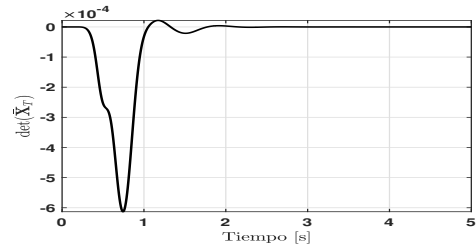


Fig. 11. Determinante de la matriz $\tilde{\mathcal{X}}_T$ para la dinámica traslacional por el método de señales retardadas.

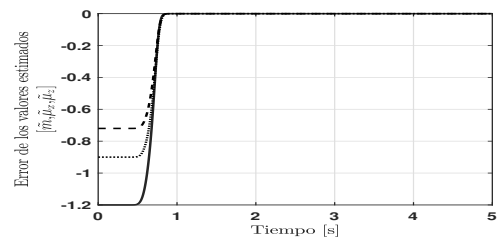


Fig. 12. Error de estimación de parámetros de la dinámica traslacional $\hat{\Theta}_T$ por el método de mezclar y filtrar.

que genera una ERL de menor dimensión –que computacionalmente es menos demandante– que la propuesta de manera común en la literatura (Niemeyer and Slotine, 1991). De esta forma, los nuevos regresores generados por las metodologías (Aranovskiy et al., 2017) y (Ortega et al., 2020) permiten relajar la condición de excitación persistente y asegurar la estimación de los parámetros. Como trabajo futuro se pretende utilizar nuevos estimadores como los propuestos en (Korotina et al., 2022) y (Ortega et al., 2022b); y realizar control adaptable para

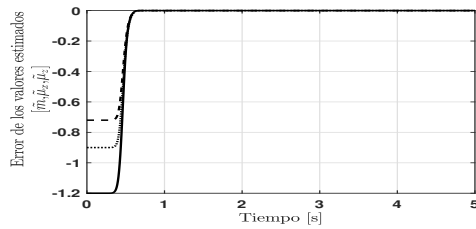


Fig. 13. Error de estimación de parámetros de la dinámica traslacional $\hat{\Theta}_T$ por el método de señales retardadas.

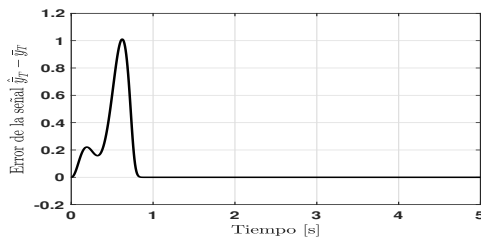


Fig. 14. Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica traslacional e_T por el método de mezclar y filtrar.

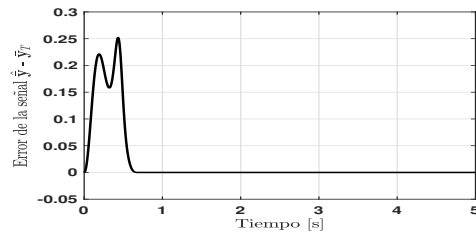


Fig. 15. Error entre la salida medida y la estimada para la dinámica traslacional e_T por el método de señales retardadas.

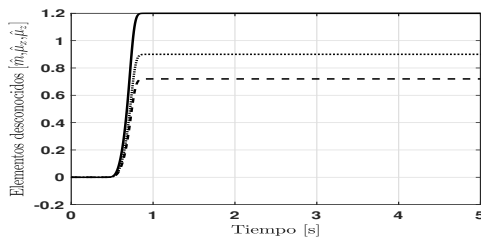


Fig. 16. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de mezclar y filtrar.

el cuatrirotor utilizando estas nuevas regresiones lineales (Romero et al., 2021).

REFERENCIAS

Aranovskiy, S., Bobtsov, A., Ortega, R., and Pyrkin, A. (2017). Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(7), 3546–3550. doi:10.1109/TAC.2016.2614889.

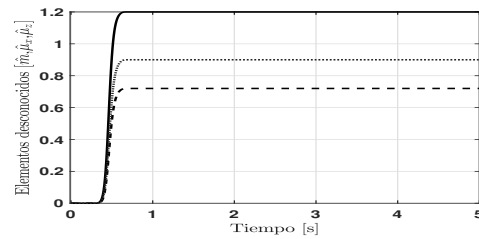


Fig. 17. Convergencia de los parámetros estimados a sus valores para la dinámica traslacional por el método de señales retardadas.

Bobtsov, A., Yi, B., Ortega, R., and Astolfi, A. (2022). Generation of new exciting regressors for consistent on-line estimation of unknown constant parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*.

Goodwin, G.C. and Sin, K.S. (2014). *Adaptive filtering prediction and control*. Courier Corporation.

Kakanov, M.A., Tomashevich, S.I., Gromov, V.S., Borisov, O.I., Gromova, F.B., and Pyrkin, A.A. (2020). Parameter estimation of quadrotor model. In *2020 International Conference Non-linearity, Information and Robotics (NIR)*, 1–5. doi:10.1109/NIR50484.2020.9290199.

Korotina, M., Romero, J., Aranovskiy, S., Bobtsov, A., and Ortega, R. (2022). A new on-line exponential parameter estimator without persistent excitation. *Systems & Control Letters*, 159, 105079. doi:https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2021.105079. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691121002097.

Liu, W., Huo, X., Liu, J., and Wang, L. (2018). Parameter identification for a quadrotor helicopter using multivariable extremum seeking algorithm. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 16(4), 1951–1961.

Munguía, R., Urzua, S., and Grau, A. (2019). EKF-based parameter identification of multi-rotor unmanned aerial vehicles models. *Sensors*, 19(19). doi:10.3390/s19194174. URL https://www.mdpi.com/1424-8220/19/19/4174.

Niemeyer, G. and Slotine, J.J.E. (1991). Performance in adaptive manipulator control. *The International Journal of Robotics Research*, 10(2), 149–161. doi:10.1177/027836499101000206. URL https://doi.org/10.1177/027836499101000206.

Ortega, R., Aranovskiy, S., Pyrkin, A.A., Astolfi, A., and Bobtsov, A. (2020). New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 66, 2265 – 2272.

Ortega, R., Gromov, V., Nuño, E., Pyrkin, A., and Romero, J.G. (2022a). Parameter estimation of nonlinearly parameterized regressions without overparameterization: Application to adaptive control. *Autoamtica*, 127.

Ortega, R., Romero, J.G., and Aranovskiy, S. (2022b). A new least squares parameter estimator for nonlinear regression equations with relaxed excitation conditions and forgetting factor. *ArXiv*.

Rodríguez-Cortés, H. (2022). Aportaciones al control de vehículos aéreos no tripulados en México. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*. doi:10.4995/riai.2022.16870. URL https://polipapers.upv.es/index.php/RIAI/article/view/16870.

Romero, J.G., Ortega, R., and Bobtsov, A. (2021). Parameter estimation and adaptive control of eulerâ€“lagrange systems using the power balance equation parameterisation. *International Journal of Control*, 0(0), 1–13. doi:10.1080/00207179.2021.2002935. URL https://doi.org/10.1080/00207179.2021.

2002935.

Yang, S., Xi, L., Hao, J., and Wang, W. (2021). Aerodynamic-parameter identification and attitude control of quad-rotor model with cifer and adaptive ladc. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 34(1), 1–10.

Zadeh, L.A. (1962). From circuit theory to system theory. *Proceedings of the IRE*, 50(5), 856–865. doi:10.1109/JRPROC.1962.288302.