

# Lateral Speed Control of an Autonomous Vehicle employing Linear Parameter Varying Techniques

Díaz-Aciego Carlos-Ernesto \*  
Lopez-Estrada Francisco-Ronay \*\* Anzures-Marin Juan \*  
Dominguez-Zenteno, Joaquin \*\*

\* *Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, Morelia, CP 58004 Mexico (e-mail: 2132309x@umich.mx, juan.anzures@umich.mx)*  
\*\* *Tecnológico Nacional de México, I.T. Tuxtla Gutiérrez, TURIX-Dynamics Diagnosis and Control Group, Carretera Panamericana km 1080 S/N, Tuxtla Gutiérrez 29050, México (e-mail: frlopez@ittg.edu.mx)*

---

## Resumen

This paper presents a lateral speed controller for an autonomous vehicle based on linear parameter varying (LPV) modelling. The lateral control is highly implemented in cars due to assisted direction and trajectory corrections provided by electronic speed controllers (ESC). In order to guarantee the stability and performance criteria of the proposed controllers, Linear Matrix Inequalities (LMI) are used. The proposed schemes are then validated under different simulations.

*Keywords:* Linear Parameter Variant system (LPV), Linear Matrix Inequalities (LMI), Autonomous vehicle.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas lineales de parámetros variantes (LPV) han demostrado ser un enfoque atractivo para tratar con sistemas complejos ya que representan varias clases de sistemas no lineales, incluyendo sistemas con parámetros que varían lento o arbitrariamente rápido, sistemas intermitentes, sistemas dinámicos híbridos y sistemas periódicos. El principal interés del enfoque LPV es hacer posible la extensión de algunos conceptos lineales al caso de sistemas no lineales tales como control  $H_\infty$ , estabilidad, colocación de polos, entre otros. Consecuentemente, el enfoque LPV ha sido explotado para modelado, estimación y control en una variedad de aplicaciones de ingeniería como vehículos aéreos, bioreactores, turbinas de viento, vehículos autónomos, entre otros (Li et al., 2021). Es importante mencionar que estos sistemas establecen un paradigma intermedio entre las dinámicas lineales y no lineales, por lo que se han convertido en un enfoque alternativo para el control de procesos no lineales (Shamma, 2012). Entre los enfoques de análisis y diseños disponibles, el más popular es el enfoque politópico (Hoffmann and Werner, 2014) que tiene fuerte analogía con los sistemas de lógica difusa Takagi-Sugeno(TS) (Takagi and Sugeno, 1985). La representación politópica de un sistema LPV consiste en

definir funciones de ponderación que permitan obtener las matrices del sistema como suma ponderada de sistemas definidos en los vértices del politopo (Rotondo et al., 2019). Este trabajo se enfocará en técnicas politópicas con aplicaciones a vehículos autónomos.

En la literatura se pueden distinguir una gran diversidad de métodos para control de vehículos autónomos. En De Luca et al. (1998) y Jiang and Nijmeier (1999) se proponen técnicas de control que requieren de transformar el modelo a la llamada forma de cadena para obtener un sistema lineal y poder aplicarle técnicas de control convencionales. En Guldner and Utkin (1994) y Michalek and Kozłowski (2011) los autores emplean un enfoque de tiempo finito, los cuales no sólo convergen más rápido, sino que también ofrecen un diseño más simple para modelos que presentan un control de punto de ajuste en presencia de límites de amplitud en su entrada de control. En Nascimento et al. (2018); Abbas et al. (2017); Aguiar et al. (2004), Allibert et al. (2008) se consideran técnicas de control predictivo basado en modelos, ya que este tipo de algoritmos de control logran mejores resultados en el control de seguimiento de trayectoria con respecto a los enfoques de control clásicos. Algunos otros trabajos han basado su diseño de algoritmos de control en el uso de herramientas de optimización como Desigualdades Lineales Matriciales (LMI), López-Estrada et al. (2016),

\* Está investigación ha sido financiada por el programa de becas nacionales del CONACYT.

Teppa Garrán (2008). Mientras que otros se centran en control de sistemas LPV para vehículos autónomos, tales como Li et al. (2021), Sename et al. (2013), Németh et al. (2015), entre otros. Es importante mencionar que para vehículos autónomos basados en un modelo LPV las técnicas de control han recobrado interés en años recientes; por ejemplo, se pueden mencionar (Alcalá Baselga, 2020; Cheng et al., 2020; Alcalá et al., 2019).

En el presente artículo se propone el diseño de un sistema de control para un vehículo autónomo cuyo modelo LPV es desarrollado a partir del modelo no lineal de la dinámica lateral. Para el diseño del controlador se emplean técnicas basadas en desigualdades matriciales lineales (LMI), el objetivo del controlador se centra en la velocidad lateral del vehículo a través del ángulo de giro de las ruedas delanteras del mismo. La ventaja del diseño es que se pueden evitar velocidades laterales que ocasionen inestabilidad y lleguen a “volcar” el vehículo. Finalmente, con el propósito de evaluar la metodología propuesta se presentan resultados de simulación del controlador para el vehículo autónomo. Los resultados demuestran la efectividad del diseño obteniendo errores de seguimiento de trayectoria menores al 1.5%, por lo cual, se plantea la posibilidad de extrapolarlo a una fase experimental.

El artículo está organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se define el modelo dinámico y se describe el problema. En la sección 3 se define el controlador y se hace el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado. En la sección 4 se presentan resultados de simulación. Finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## 2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El principal objetivo de este trabajo es el diseño de un sistema de control para un vehículo autónomo cuyo modelo LPV se obtiene a partir del modelo no lineal de la dinámica lateral, para el diseño del controlador se emplean métodos basados en las desigualdades lineales matriciales y el objetivo del control se centra sobre la velocidad lateral del vehículo a través del ángulo de giro de las ruedas delanteras del mismo.

Considerando el modelo de cuerpo libre mostrado en la Figura 1 en el cual se representan las fuerzas laterales sobre el vehículo y, asumiendo que la velocidad longitudinal y lateral se controlan por separado se suman las fuerzas laterales considerando que la masa del vehículo es conocida, entonces se obtiene (1):

$$F_{yf} \cos(\delta) - F_{xf} \sin(\delta) + F_{yr} = m(\dot{v}_y(t) + v_x(t)r), \quad (1)$$

donde  $F_{yf}$  y  $F_{yr}$  son la fuerza lateral del eje frontal y del eje trasero respectivamente y  $F_{xf}$  es la fuerza longitudinal del eje delantero, mientras que delta( $\delta$ ) es el ángulo de dirección de los neumáticos delanteros como en Snider et al. (2009).

En el mismo sentido, considerando sólo movimiento en el plano, un centro de gravedad  $C.G$  a lo largo de la

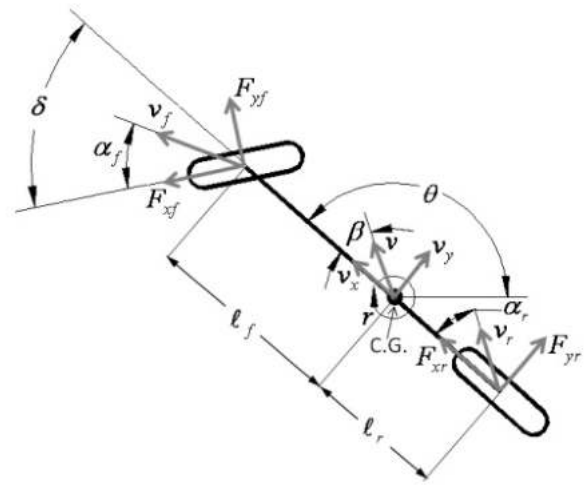


Figura 1. Modelo Dinámico del Vehículo

línea central del vehículo y la inercia de derrape  $I_z$ , se equilibran los momentos de derrape de la siguiente manera:

$$l_f(F_{yf} \cos(\delta)) - l_r(F_{yr} - F_{xf} \sin(\delta)) = I_z \dot{r}(t), \quad (2)$$

donde  $r(t)$  es la velocidad angular sobre el eje de derrape y  $\alpha_f$  y  $\alpha_r$  son los ángulos de deslizamiento de los neumáticos definidos por (3) y (4).

$$\alpha_f = \tan^{-1}\left(\frac{v_y(t) + l_f r(t)}{v_x(t)}\right) - \delta, \quad (3)$$

$$\alpha_r = \tan^{-1}\left(\frac{v_y(t) - l_r r(t)}{v_x(t)}\right). \quad (4)$$

Modelando la fuerza generada por las ruedas como linealmente proporcional al ángulo de deslizamiento las fuerzas laterales se definen como en (5) y (6).

$$F_{yf} = -c_f \alpha_f, \quad (5)$$

$$F_{yr} = -c_r \alpha_r. \quad (6)$$

Asumiendo una velocidad longitudinal constante,  $\dot{v}_x = 0$ , por tanto

$$F_{xf} = 0, \quad (7)$$

sustituyendo (3) – (7) en (1) y (2) y resolviendo para  $\dot{v}_y(t)$  y  $\dot{r}(t)$  se tiene:

$$\dot{v}_y(t) = \frac{-c_f(\tan^{-1}(\gamma) + \delta) \cos(\delta)}{m} - \frac{c_r \tan^{-1}(\beta)}{m} - v_x(t)r(t), \quad (8)$$

$$\dot{r}(t) = \frac{-l_f c_f(\tan^{-1}(\gamma) + \delta) \cos(\delta) + l_r c_r \tan^{-1}(\beta)}{I_z}, \quad (9)$$

donde;

$$\gamma = \frac{v_y(t) + l_f r(t)}{v_x(t)}; \quad (10)$$

$$\beta = \frac{v_y(t) - l_r r(t)}{v_x(t)}. \quad (11)$$

Al sistema (8) y (9) se le conoce como el modelo dinámico de bicicleta presentado en Snider et al. (2009).

### 2.1 Linealización del Modelo Dinámico

Considerando ángulos pequeños tal que  $\tan^{-1}(\gamma) \approx \gamma$ ,  $-\tan^{-1}(\beta) \approx \beta$  y  $\cos(\delta) \approx 1$ , las ecuaciones (8) y (9) quedan como:

$$\dot{v}_y(t) = \frac{-c_f v_y(t) - c_f l_f r(t)}{m v_x(t)} + \frac{c_f \delta}{m} + \frac{-c_r v_y(t) + c_r l_r r(t)}{m v_x(t)} - v_x(t) r(t), \quad (12)$$

$$\dot{r}(t) = \frac{-l_f c_f v_y(t) - l_f^2 c_f r(t)}{I_z v_x(t)} + \frac{l_f c_f \delta}{I_z} + \frac{l_r c_r v_y(t) - l_r^2 c_r r(t)}{I_z v_x(t)}. \quad (13)$$

Al agrupar términos se obtiene que:

$$\dot{v}_y(t) = \frac{-(c_f + c_r)}{m v_x(t)} v_y(t) + \left( \frac{l_r c_r - l_f c_f}{m v_x(t)} - v_x(t) r(t) + \frac{c_f}{m} \delta \right), \quad (14)$$

$$\dot{r}(t) = \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z v_x(t)} v_y(t) + \frac{-(l_f^2 c_f + l_r^2 c_r)}{I_z v_x(t)} r(t) + \frac{l_f c_f}{I_z} \delta. \quad (15)$$

Finalmente, el modelo dinámico de bicicleta linealizado se puede escribir en forma de ecuaciones de estado, como se indica en (16).

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y(t) \\ \dot{r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(c_f + c_r)}{m v_x(t)} & \frac{l_r c_r - l_f c_f}{m v_x(t)} - v_x(t) \\ \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z v_x(t)} & \frac{-(l_f^2 c_f + l_r^2 c_r)}{I_z v_x(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y(t) \\ r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_f}{m} \\ \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (16)$$

De (16) se aprecia que la dinámica del vehículo depende de la velocidad longitudinal  $v_x(t)$ . Por tanto, un vehículo en movimiento con aceleración variable posee una matriz  $A(v_x(t))$  variable. Por esta razón, el sistema es candidato a modelarse mediante un enfoque LPV.

En la descripción LPV de (16) la matriz de coeficientes son expresados como una combinación convexa de los valores extremos de  $v_x(t)$ , de esta manera podemos reescribir al sistema como (17) y (18).

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(v_x) [A_i(v_x(t))x(t) + B u(t)] \quad (17)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (18)$$

donde:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-(c_f + c_r)}{m \bar{v}_x} & \frac{l_r c_r - l_f c_f}{m \bar{v}_x} - \bar{v}_x \\ \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z \bar{v}_x} & \frac{-(l_f^2 c_f + l_r^2 c_r)}{I_z \bar{v}_x} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-(c_f + c_r)}{m \underline{v}_x} & \frac{l_r c_r - l_f c_f}{m \underline{v}_x} - \underline{v}_x \\ \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z \underline{v}_x} & \frac{-(l_f^2 c_f + l_r^2 c_r)}{I_z \underline{v}_x} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{c_f}{m} \\ \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0]$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  y  $y(t) \in \mathbb{R}^p$ , son el vector de estados, el vector de entrada y el vector de salidas, respectivamente. Además, se puede observar de (17) y (18) que las matrices  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{C}$  son constantes.  $\bar{v}_x$  es el valor máximo y  $\underline{v}_x$  es el valor mínimo, en el presente trabajo se consideran a la velocidad longitudinal  $v_x(t) \in [3 \ 5]$ m/s.

Se define la función de ponderación  $\rho_i(v_x)$  de (17), como:

$$\rho_1(v_x) = \frac{\bar{v}_x - v_x}{\bar{v}_x - \underline{v}_x} \quad (19)$$

$$\rho_2(v_x) = \frac{v_x - \underline{v}_x}{\bar{v}_x - \underline{v}_x} \quad (20)$$

Es fácil verificar que  $\rho_1(v_x) \geq 0$  y  $\rho_2(v_x) \geq 0$ , entonces  $\rho_1(v_x) + \rho_2(v_x) = 1$ .

### 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

El objetivo principal del artículo se centra en el diseño de un controlador de velocidad lateral ( $v_y(t)$ ) del vehículo autónomo; se diseñaron dos controladores; uno para la estabilidad de estado y, otro para realizar un seguimiento de referencia para la velocidad lateral basado en la retroalimentación del error. Se propuso también el diseño de un observador de estado, debido a que no se dispone físicamente de ambos estados.

En la Figura 2 se muestra la estructura del esquema general del controlador para seguimiento de referencia, que incluye un observador de estado.

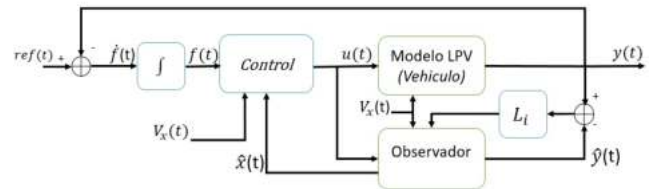


Figura 2. Esquema general de Control para el seguimiento de la referencia

El control por retroalimentación de estados propuesto garantiza estabilidad cuadrática y desempeño satisfac-

torio al resolver un número finito de LMI. Bajo estas condiciones el sistema retroalimentado es convexo.

Para asegurar la estabilidad del sistema LPV (17) se propone la ley de control por retroalimentación de estado tipo LPV, como en (21).

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(v_x(t)) K_i \hat{x}(t), \quad K_i \in \mathfrak{R}^{m \times n}, \quad (21)$$

donde,  $K_i$  es el vector de ganancias y  $\hat{x}(t)$  es el vector de estados estimados. Como se indicó anteriormente en el presente trabajo se propuso utilizar estados estimados para el control.

Sustituyendo (21) en (17):

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(v_x(t)) (A_i \hat{x}(t) + B (\sum_{j=1}^2 \rho_j K_j \hat{x}(t))) \quad (22)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(v_x(t)) \sum_{j=1}^2 \rho_j(v_x(t)) (\bar{A}) \hat{x}(t) \quad (23)$$

donde  $\bar{A} = A_i + BK_j$ .

El sistema LPV es cuadráticamente estabilizable por (21) si y sólo si existe una matriz  $P = P^T > 0 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  tal que se satisface la ecuación de Lyapunov (24):

$$\bar{A}_i^T P + P \bar{A}_i < 0; \quad (24)$$

desarrollando las LMIs

$$(A_i + BK_j)^T P + P(A_i + BK_j) < 0;$$

$$(A_i^T + K_j^T B^T) P + P A_i + P B K_j < 0;$$

$$A_i^T P + K_j^T B^T P + P A_i + P B K_j < 0;$$

Pre-multiplicando y pos-multiplicando por  $P^{-1}$ :

$$P^{-1} A_i^T + P^{-1} K_j^T B^T + A_i P^{-1} + B K_j P^{-1} < 0;$$

Definiendo  $X = P^{-1}$

$$X A_i^T + X K_j^T B^T + A_i X + B K_j X < 0;$$

Se propone un cambio de variable de la forma  $M_j = K_j X$ , entonces las LMIs a resolver para el cálculo de las ganancias es (25);

$$X A_i^T + M_j^T B^T + A_i X + B M_j < 0, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (25)$$

donde:

$$K_j = M_j X^{-1}$$

### 3.1 Control para seguimiento de trayectoria

El problema de seguimiento consiste en la retroalimentación de estado de manera que la salida siga asintóticamente a la referencia  $ref(t) \in \mathfrak{R}^p$ , como se observa en la Figura 2. El seguimiento es un problema de la estructura del sistema de control. En base a esto se realiza una transformación para el sistema LPV, obteniéndose un sistema aumentado de acuerdo con Teppa Garrán (2008), de la siguiente manera:

$$\dot{x}_a(t) = A_{ai} x_a(t) + B_a u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} ref \quad (26)$$

donde:

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ f(t) \end{bmatrix}, \quad A_a = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, N$$

donde:

$x(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\dot{f}(t) = ref(t) - y(t) \in \mathfrak{R}^p$ , son el vector de estados del sistema original, y la derivada del error con respecto a la referencia y la salida, respectivamente. Además agregar como observación que la matriz que acompaña multiplicando a la referencia en (26) es despreciable ya que es la referencia a seguir.

Para el cual el controlador tiene la forma (27).

$$u(t) = \sum_i^N \rho_i(v_x(t)) K_{ai} x_a(t) \quad (27)$$

Así, las ganancias del control para el sistema aumentado tienen la forma (28).

$$K_{ai} = [K_{1i} \quad K_{2i}] \quad (28)$$

para  $K_{ai} \in \mathfrak{R}^{m \times (n+p)}$ ,  $K_{1i} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ ,  $K_{2i} \in \mathfrak{R}^{m \times p}$

Específicamente en este caso de estudio se aplicaron restricciones adicionales a la LMI para incrementar la velocidad de convergencia del sistema aumentado, quedando (25) de la siguiente manera:

$$X A_{ai}^T + M_j^T B_a^T + A_{ai} X + B_a M_j + 2\alpha X < 0, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (29)$$

El término  $2\alpha X$  con  $\alpha > 0$  se conoce como "α-stabilization" y tiene como función acelerar la convergencia asintótica del observador haciendo que la función de Lyapunov sea más rápida.

### 3.2 Diseño del observador

Debido a que no se tienen disponibles todos los estados del sistema, para el diseño de control de seguimiento de referencia es posible diseñar un observador de estado de

la forma (30), basados en LMI para el cálculo de las ganancias.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(v_x)(t)(A_i \hat{x}(t) + Bu(t) + L_i(y(t) - y_e(t))) \quad (30)$$

$$y_e(t) = C\hat{x}(t) \quad (31)$$

Donde,  $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ , son los estados estimados.

Definiendo al error de estado como:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

La dinámica del error sería:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (32)$$

Sustituyendo (17) y (30) en (32) se obtiene (33)

Para el diseño del observador y análisis de estabilidad, partiendo de la dinámica del error de estado (33) y considerando la función candidata de Lyapunov del error de estado (34), es posible lograr la convergencia del observador si y sólo si existe una matriz  $P = P^T > 0$  tal que se cumpla con (35).

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N \rho_i(v_x)(t)(A_i - L_i C)e \quad (33)$$

$$z(t) = e^T(t)Pe(t) \quad (34)$$

$$\dot{z}(t) = \dot{e}(t)^T Pe(t) + e(t)^T P\dot{e}(t) < 0 \quad (35)$$

Sustituyendo (33) en (35) se obtiene (36)

$$PA_i + A_i^T P - C^T N_i^T - N_i C < 0, i = 1, \dots, N \quad (36)$$

En donde  $N_i = PL_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  y  $L_i$  son las ganancias del observador

#### 4. SIMULACIONES Y RESULTADOS

Considerando que el objetivo del presente trabajo se centra en el control de seguimiento de referencia a partir de la estabilización del sistema (17) con la señal de control (21). La simulación y resultados fueron obtenidos tomando en cuenta los parámetros del vehículo a escala 1:10, usando los valores que se muestran en la *Tabla 1*.

La solución de las LMIs expuestas en (25) usando Matlab da como resultado las siguientes ganancias para el controlador:

$$K_1 = [-19.64 \ 4.24]$$

Tabla 1. Tabla de Parámetros

Parámetros	Descripción	Cantidad
m	Masa del Vehículo	1.31kg
$l_f$	Distancia eje delantero al C.G	0.123m
$l_r$	Distancia eje trasero al C.G	0.134m
$c_f$	Cte. adherencia neumático delantero	1078N
$c_r$	Cte. adherencia neumático trasero	1078N
$I_z$	Momento de Inercia	0.35Nm

$$K_2 = [-3.22 \ 0.39]$$

Para el caso del seguidor de referencia, las ganancias utilizadas obtenidas de (29) son las siguientes:

$$K_{a1} = [-6.46 \ 0.76 \ 13.58]$$

$$K_{a2} = [-10.74 \ 1.32 \ 23.96]$$

De igual manera para el observador, las ganancias obtenidas resolviendo (36) fueron:

$$L_1 = \begin{bmatrix} -4994 \\ 10195 \end{bmatrix} \quad L_2 = \begin{bmatrix} 8277.4 \\ -8818 \end{bmatrix}$$

Es importante observar que  $K_{1i}$  son los elementos (1,1) y (1,2) de la matriz de ganancias  $K_{ai}$ ; mientras que  $K_{2i}$  será el elemento (1,3) de la misma matriz de ganancias  $K_{ai}$ . A pesar de que los valores de las ganancias del observador son altas debido a que la matriz aumentada tiene una columna de ceros; esto no afecta la estabilidad del sistema. Sin embargo, en trabajos futuros se considerará un enfoque robusto para garantizar que no se tenga amplificación de ruidos.

El sistema al cual se le aplica la señal de control (27) será el mismo al descrito en (17). Se realizaron diversas pruebas al sistema de control con diferentes perfiles de referencias, en la Figura 3 se muestra un perfil de referencia constante, en donde la velocidad lateral del vehículo alcanzó el valor deseado en aproximadamente 1.5 segundos, lo cual demuestra la efectividad del método de control.

En la Figura 4 se muestra el resultado de aplicar un perfil de referencia de tipo aleatorio uniforme, en donde nuevamente la velocidad lateral alcanzó la referencia en un periodo de tiempo de 0.75 segundos, ratificando lo mencionado anteriormente, con lo cual se puede demostrar que la velocidad lateral del vehículo sigue la referencia deseada. Los periodos de simulación fueron de 70 segundos.

En la Figura 5 se logra observar los resultados de la salida estimada del observador en donde se aprecia que tanto la salida del modelo como la del observador poseen el mismo comportamiento demostrando la fiabilidad del mismo para la estimación de los estados, lo cual queda demostrado en la Figura 6.

Por último, en la Figura 7 se muestra la señal del parámetro variante  $V_x$ . Esta se construyó usando la expresión matemática  $\frac{1}{2}\sqrt{t} + 1$ , la cual se encuentra

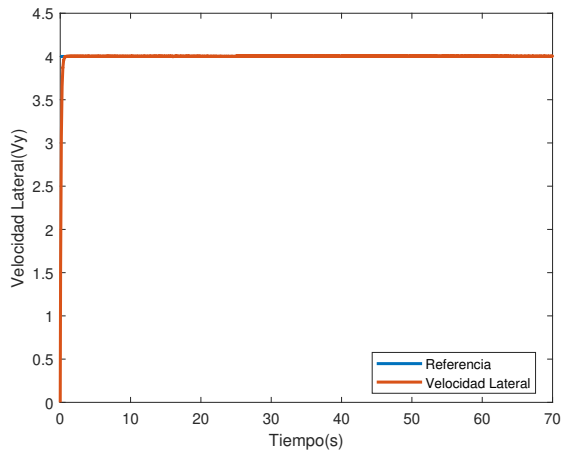


Figura 3. Señal con referencia constante

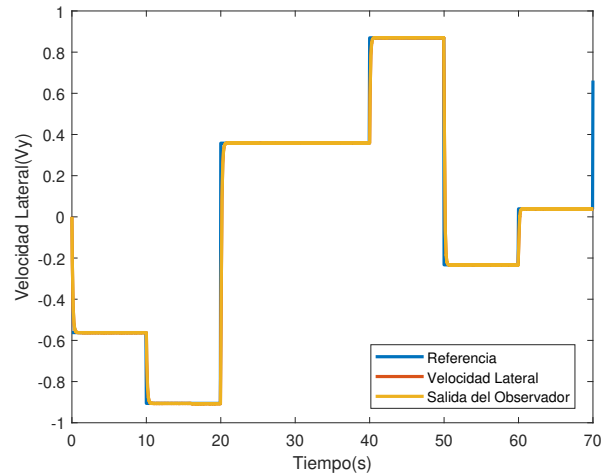


Figura 5. Señal del Observador junto a la referencia y la velocidad lateral

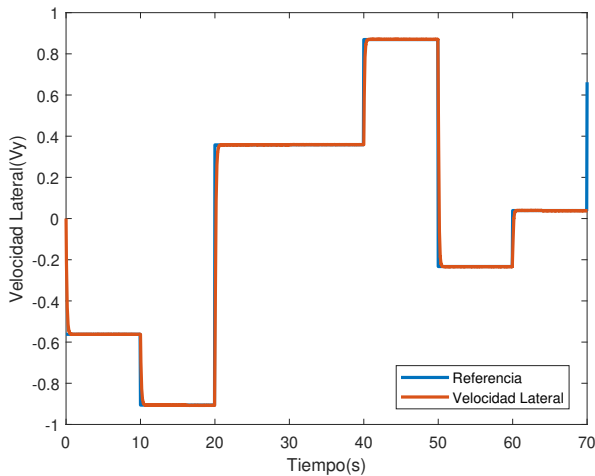


Figura 4. Señal de referencia con valores aleatorios uniformes

acotada entre 3 m/s y 5 m/s en el intervalo de simulación. En este caso, esta ecuación sólo se tomó como un ejemplo de variación del parámetro  $V_x$  en el modelo del vehículo autónomo. Es importante resaltar que la señal se logra acotar haciendo uso de un bloque de saturación en la simulación.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se abordó el control de la velocidad lateral de un vehículo autónomo considerando un enfoque lineal de parámetros variantes (LPV) a través de la técnica de estabilidad cuadrática. Esta técnica considera un enfoque basado en LMIs para garantizar la existencia y estabilidad de los controladores. Adicionalmente, se detalló una metodología necesaria para aplicar herramientas de LMIs para el control de un sistema LPV, inicialmente se presenta el diseño del controlador necesario para asegurar la estabilidad asintótica del modelo, posteriormente se

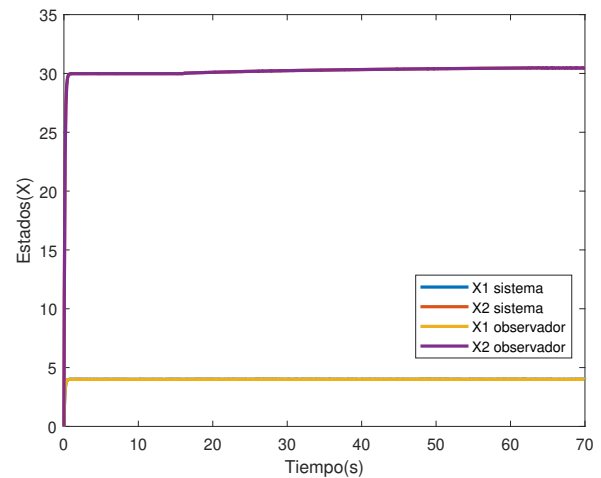


Figura 6. Señal de los estados del modelo junto con los estados estimados

presenta un sistema aumentado con respecto al sistema original, para el cual también se diseña un controlador basado en LMIs, de tal manera que el vehículo autónomo sigue un perfil de referencia deseado. Los resultados mostrados se basan en las simulaciones realizadas en Matlab-Simulink. Para el primer caso de simulación con el objetivo de mostrar la estabilidad asintótica del modelo se pudo apreciar que el sistema logra una estabilidad asintótica en aproximadamente 1.5 segundos, lo cual se considera una respuesta adecuada ante la señal de control. De igual manera se obtuvo una respuesta satisfactoria para el seguimiento de un perfil de referencia constante, y para un perfil de referencia aleatorio con tiempos de establecimiento de 0.75 segundos. Se ha considerado que para futuros trabajos se abordaran considerando técnicas de robustez para incluir el efecto de perturbaciones externas y ruidos de medición en el diseño del controlador.

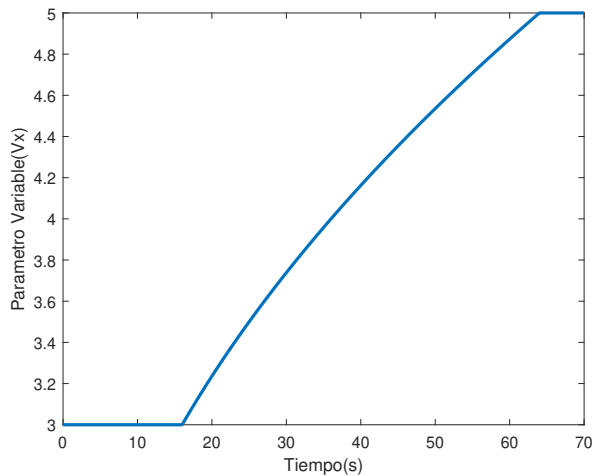


Figura 7. Parámetro variante del sistema

#### REFERENCIAS

- Abbas, M.A., Milman, R., and Eklund, J.M. (2017). Obstacle avoidance in real time with nonlinear model predictive control of autonomous vehicles. *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, 40(1), 12–22. doi:10.1109/CJECE.2016.2609803.
- Aguiar, A.P., Dačić, D.B., Hespanha, J.P., and Kokotović, P. (2004). Path-following or reference tracking?: An answer relaxing the limits to performance. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(8), 167–172. doi: https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)31970-5. IFAC/EURON Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles, Lisbon, Portugal, 5-7 July 2004.
- Alcalá, E., Puig, V., and Quevedo, J. (2019). Lpv-mpc control for autonomous vehicles. *IFAC-PapersOnLine*, 52(28), 106–113.
- Alcalá Baselga, E. (2020). Advances in planning and control for autonomous vehicles.
- Allibert, G., Courtial, E., and Touré, Y. (2008). Real-time visual predictive controller for image-based trajectory tracking of a mobile robot. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 11244–11249. doi: https://doi.org/10.3182/20080706-5-KR-1001.01905. 17th IFAC World Congress.
- Cheng, S., Li, L., Chen, X., Wu, J., et al. (2020). Model-predictive-control-based path tracking controller of autonomous vehicle considering parametric uncertainties and velocity-varying. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 68(9), 8698–8707.
- De Luca, A., Oriolo, G., Samson, C., and Laumond, J. (1998). Robot motion planning and control. *Feedback Control of a Nonholonomic Car-Like Robot, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer Verlag*, 229, 171–253.
- Guldner, J. and Utkin, V. (1994). Stabilization of non-holonomic mobile robots using lyapunov functions for navigation and sliding mode control. In *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, 2967–2972 vol.3. doi: 10.1109/CDC.1994.411340.
- Hoffmann, C. and Werner, H. (2014). A survey of linear parameter-varying control applications validated by experiments or high-fidelity simulations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(2), 416–433.
- Jiang, Z.P. and Nijmeier, H. (1999). A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form. 44, 265–279.
- Li, P., Nguyen, A.T., Du, H., Wang, Y., and Zhang, H. (2021). Polytopic lpv approaches for intelligent automotive systems: State of the art and future challenges. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 161, 107931.
- López-Estrada, F.R., Ponsart, J.C., Theilliol, D., Zhang, Y., and Astorga-Zaragoza, C.M. (2016). Lpv model-based tracking control and robust sensor fault diagnosis for a quadrotor uav. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 84(1), 163–177.
- Michalek, M. and Kozłowski, K. (2011). Finite-time and asymptotic stabilization of car-like kinematics with amplitude-limited control input. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 3497–3502. doi: https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.00104. 18th IFAC World Congress.
- Nascimento, T.P., Dórea, C.E.T., and Gonçalves, L.M.G. (2018). Nonholonomic mobile robots’ trajectory tracking model predictive control: a survey. *Robotica*, 36, 676–696.
- Németh, B., Gáspár, P., Orjuela, R., and Basset, M. (2015). Lpv-based control design of an adaptive cruise control system for road vehicles. *IFAC-PapersOnLine*, 48(14), 62–67.
- Rotondo, D., Sánchez, H.S., Nejjari, F., and Puig, V. (2019). Análisis y diseño de sistemas lineales con parámetros variantes utilizando lmis. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 16(1), 1–14.
- Sename, O., Gaspar, P., and Bokor, J. (2013). *Robust control and linear parameter varying approaches: application to vehicle dynamics*, volume 437. Springer.
- Shamma, J.S. (2012). An overview of lpv systems. *Control of linear parameter varying systems with applications*, 3–26.
- Snider, J.M. et al. (2009). Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking. *Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RITR-09-08*.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1), 116–132.
- Teppa Garrán, P.A. (2008). Control robusto de un sistema lineal de parámetros variantes (lpv): Un enfoque de las desigualdades matriciales lineales (lmi). *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, 23(1), 5–17.