

Real-time implementation of an online controller for the walking of the NAO robot

E. Marquez-Acosta * V. De-León-Gómez ** V. Santibañez ***

* *Tecnológico Nacional de México/I. T. La Laguna, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Torreón, Coahuila. (e-mail: m.jemarqueza@correo.itlalaguna.edu.mx).*

** *Facultad de Contaduría y Administración, Universidad Autónoma de Coahuila, Torreón, Coahuila (e-mail: v.gomez@uadec.edu.mx)*

*** *Tecnológico Nacional de México/I. T. La Laguna, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Torreón, Coahuila. (e-mail: vasantibanezd@lalaguna.tecnm.mx)*

Abstract: Practical problems for the implementation of a real-time controller for gaits subject to disturbances on the NAO robot are shown in this paper. Moreover, how to deal with them and carry out real-time practical stable walkings is explained. The robot is modeled with the Linear Inverted Pendulum (LIP) model, which is a simplified model that concentrates the mass of the robot in a single point and constrains the height of the Center of Mass to a straight line. The controller in charge of keeping a stable gait is the Model Predictive Controller (MPC). The MPC is perhaps the most used controller in legged robots due to its optimization over a time horizon and to the possibility of including constraints in the optimization problem. Furthermore, important notes about the implementation of real-time experiments with the NAO robot are discussed in this work. This work gives the first steps to achieve a real-time control using the Essential Model.

Keywords: Humanoid robots, Biped Walking, Linear Inverted Pendulum, Model Predictive Control, NAO robot

1. INTRODUCCIÓN

La principal diferencia entre un robot manipulador y un robot bípedo son las fuerzas de reacción que se presentan en el pie del robot al contactar con el suelo. Son estas fuerzas de reacción las que evitan que el robot caiga, por lo que su estudio y modelado es de gran importancia. Aquí surge el concepto del Punto de Momento Cero (ZMP) (Vukobratovic and Borovac, 2004), que ha sido estudiado y usado por muchos años como criterio de estabilidad de caminado en robots con patas.

Al trabajar con robots humanoides hay que tomar en cuenta que son sistemas con un gran número de actuadores, por lo que son sistemas complejos. Además, son sistemas no lineales, son híbridos debido a que suelen modelarse por una dinámica continua durante la fase de simple soporte y una dinámica discreta durante la fase de doble soporte. Más aún, al ser robots de base flotante, son sistemas subactuados. Debido a estas características, trabajar con el modelo dinámico completo de un robot

humanoide y un controlador en tiempo real resulta muy complicado. Una forma de lidiar con esta complejidad es simplificar la dinámica del robot a una más sencilla, la cual reduzca los cálculos en línea y facilite la implementación de un controlador.

El modelo Lineal de Péndulo Invertido (LIP), presentado en (Kajita et al., 2001), es el modelo simplificado más famoso para generar caminados en robots bípedos y numerosos caminados exitosos han resultado de este modelo a pesar de su simplicidad como los mostrados en (Kajita et al., 2003), (Wieber, 2006) y (Strom et al., 2010). El modelo LIP considera al robot como una masa concentrada en un sólo punto y restringe la altura del centro de masa (CoM) a permanecer constante ó moverse sobre una línea recta.

Existen diferentes variantes del modelo LIP, los cuales de acuerdo a los efectos físicos que se intentan capturar, son útiles en diversas aplicaciones. El modelo Lineal de Péndulo Invertido más Volante (LIPPF), aplicado en (Pratt et al., 2006), agrega un actuador al péndulo que le permite generar momento angular. El modelo de Péndulo Invertido con Resorte (SLIP) (Geyer and Saranli, 2019)

* Este trabajo es parcialmente apoyado por proyectos TecNM y beca CONACYT

agrega un resorte al péndulo y es principalmente usado para saltar y correr.

Existen otras metodologías para generar caminados en robots bípedos que no simplifican la dinámica del robot, como la Dinámica Cero con Restricciones Virtuales (Grizzle and Chevallereau, 2019), o el Modelo Esencial (DeLeón-Gómez et al., 2019). Sin embargo estas metodologías presentan ciertos inconvenientes. La Dinámica Cero no provee una expresión de las variables esenciales al caminar (el ZMP y el CoM). El Modelo Esencial es computacionalmente muy demandante y llevarlo a una aplicación en línea resulta inviable por el momento.

El Control por Modelo Predictivo (MPC) es tal vez el controlador más usado en locomoción bípeda y cuadrúpeda para generar caminados resistentes a perturbaciones, siendo usado en años recientes en robots populares como el robot cuadrúpedo MIT Cheetah (Bledt et al., 2018), el robot humanoide MIT humanoid (Chignoli et al., 2021), el robot humanoide Atlas de Boston Dynamics (Kuindersma et al., 2015), entre otros. Este controlador es computacionalmente demandante pero debido a la simplicidad del modelo LIP, un número relativamente alto de iteraciones pueden ser ejecutadas en tiempo real. Además de que el MPC permite introducir restricciones en los estados del sistema y en las entradas de control.

Debido a lo anterior, y a las limitaciones de software/hardware del robot NAO, en este trabajo se utiliza el modelo LIP con MPC para controlar en tiempo real el caminado de este robot, destacando las principales dificultades prácticas de su implementación, así como las soluciones propuestas que muchas veces son omitidas en otros trabajos.

El artículo está estructurado de la siguiente forma. En la Sección 2 se habla sobre el modelado de robots bípedos y el modelo usado en este trabajo. En la Sección 3, el controlador por modelo predictivo implementado en este artículo es discutido. La Sección 4 muestra los resultados en simulación del controlador. La Sección 5 menciona algunos detalles importantes al llevar el sistema de control a la experimentación en tiempo real. En la Sección 6 se muestran los resultados experimentales obtenidos, para finalmente presentar las conclusiones en la Sección 7.

2. MODELADO DE UN ROBOT HUMANOIDE

La dinámica de un robot humanoide suele dividirse en dos partes: la dinámica Lagrangiana relacionada con los estados actuados del robot (los actuadores del robot) y la dinámica *centroidal* relacionada con los estados subactuados del robot (la posición y orientación del CoM) (Budhiraja et al., 2019).

Esta división es muy importante ya que el CoM es un punto fundamental en la dinámica de un robot humanoide. Esta dinámica centroidal está dada por las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler:

$$m\ddot{\mathbf{c}} = \sum_k \boldsymbol{\lambda}_k + m\mathbf{g} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{L}} = \sum_k (\mathbf{p}_k - \mathbf{c}) \times \boldsymbol{\lambda}_k \quad (2)$$

donde $\mathbf{c} = [x \ y \ z]^T$ es el vector de posición del CoM, m es la masa total del robot, $\boldsymbol{\lambda}_k$ son las k fuerzas de contacto del robot, \mathbf{g} es el vector de gravedad, \mathbf{L} y $\dot{\mathbf{L}}$ es el vector de momento angular y su derivada respecto al tiempo, \mathbf{p}_k es la posición del k -ésimo punto de contacto del robot con el entorno. Las ecuaciones (1) y (2) son conocidas como el modelo centroidal (Orin et al., 2013).

Suponiendo que el robot sólo se encuentra en contacto con el suelo, este modelo describe una relación directa entre el ZMP y el CoM. Despejando el punto de contacto \mathbf{p} con el suelo (el ZMP) de las ecuaciones (1) y (2) se obtiene la posición del ZMP en el plano en $x - y$:

$$p_x = x - \frac{z\ddot{x}}{\ddot{z} + g} - \frac{\dot{L}_y}{m\ddot{z} + mg} \quad (3)$$

$$p_y = y - \frac{z\ddot{y}}{\ddot{z} + g} - \frac{\dot{L}_x}{m\ddot{z} + mg} \quad (4)$$

Estas ecuaciones son no lineales y trabajar con ellas en tiempo real resulta complicado, sobretodo con controladores computacionalmente demandantes como el MPC. Para esto pasemos a un modelo mucho más sencillo y lineal.

2.1 Modelo Lineal de Péndulo Invertido

Este modelo surge de considerar que el CoM del robot está concentrado en un punto y que su altura está restringida a moverse sobre una línea recta o a una altura constante. Lo que se traduce en anular la aceleración de la altura del CoM (\ddot{z}) y el momento angular ($\dot{\mathbf{L}}$) de la ecuación (3), resultando en el modelo LIP:

$$p_x = x - \frac{z}{g}\ddot{x}, \quad (5)$$

donde x es la posición del CoM, p_x es la posición del ZMP, z la altura del CoM y g la constante de aceleración de la gravedad. Esto para el eje x , para el eje y es la misma ecuación. Como puede verse es un modelo lineal y que puede ser ejecutado un número relativamente alto de veces en poco tiempo.

Una de las formas con las que se podría generar un caminado a partir del modelo LIP es encontrando las condiciones iniciales que generan un ciclo límite en el movimiento del CoM, como en (Márquez-Acosta et al., 2022). El problema es que la trayectoria obtenida en lazo abierto (lazo abierto en relación con la realimentación del CoM) es un ciclo límite inestable y ante cualquier perturbación el sistema será inestable (Fig. 1). Por lo que es necesario un control en lazo cerrado a nivel del CoM para resistir perturbaciones.

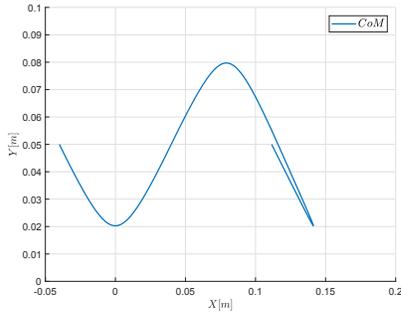


Fig. 1. Movimiento del CoM obtenido por el modelo LIP ante una perturbación.

3. CONTROL POR MODELO PREDICTIVO

El controlador elegido a aplicar en el modelo LIP es el Controlador por Modelo Predictivo (MPC) en tiempo discreto (Wieber, 2006). Observando la ecuación (5), puede verse que existe una relación entre el CoM y el ZMP, por lo que podemos usar el CoM para controlar el ZMP, hacer que siga una referencia y que se encuentre siempre dentro de la zona de soporte del pie. En este caso la trayectoria del CoM se definirá a través de su tercera derivada \ddot{x} , la cual será encontrada mediante un proceso de optimización que se mencionará más adelante. Sólo se verá el movimiento del CoM en el plano frontal (eje y) pero el procedimiento es el mismo para el plano sagital (eje x).

Discretizando el sistema se tiene:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_{k+1}]^T \quad \ddot{x}_k = \ddot{x}(kT) \quad z_k = z(kT), \quad (6)$$

donde k es el número de muestra y T el tiempo de muestreo.

Al ser \ddot{x}_k la entrada de control del sistema, podemos integrarla hacia adelante para encontrar el resto de los estados:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}\ddot{x}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} T^3/6 \\ T^2/2 \\ T \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \ddot{x}_k. \quad (7)$$

Mientras que el ZMP lo podemos calcular con la ecuación del modelo LIP:

$$z_k = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k = \underbrace{[1 \ 0 \ -z/g]}_{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{x}}_k \quad (8)$$

Usando las ecuaciones (7) y (8) de forma iterativa es posible calcular el comportamiento del ZMP en un periodo finito de tiempo (horizonte del MPC), respecto a la entrada de control:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} z_{k+1} \\ z_{k+2} \\ \vdots \\ z_{k+N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Z}_{k+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^N \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}_x} \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{P}_u \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x}_k \\ \ddot{x}_{k+1} \\ \vdots \\ \ddot{x}_{k+N-1} \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{X}}_k}, \quad (9)$$

con

$$\mathbf{P}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N-2}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

donde N es el número de muestras que el MPC calculará en el futuro. En forma compacta

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{P}_x \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{P}_u \ddot{\mathbf{X}}_k \quad (11)$$

De acuerdo con (Wieber, 2008), si se minimiza cualquier derivada del CoM mientras que el ZMP siga una referencia adecuada, el movimiento del CoM se encontrará acotado. Entonces, el problema de optimización busca minimizar el error de seguimiento del ZMP y la derivada de la aceleración del CoM:

$$\min_{\ddot{\mathbf{X}}_k} \frac{\alpha}{2} (\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_{k+1}^{ref})^2 + \frac{\beta}{2} \ddot{\mathbf{X}}_k^2, \quad (12)$$

donde α y β son los pesos asignados al seguimiento del ZMP y a la entrada de control respectivamente.

El mínimo global es encontrado derivando e igualando a cero la ecuación (12), lo que da como resultado la señal de control

$$\ddot{\mathbf{X}}_k = - \left(\mathbf{P}_u^T \mathbf{P}_u + \frac{\beta}{\alpha} \mathbf{I}_{N \times N} \right)^{-1} \mathbf{P}_u^T (\mathbf{P}_x \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{Z}_{k+1}^{ref}). \quad (13)$$

La cual será la entrada de control del sistema. Es importante señalar que en el MPC sólo se aplica la primera muestra de la señal de control, para posteriormente leer los estados del sistema y repetir el procedimiento. Otro detalle importante a destacar es que la mayoría de los términos de la ecuación (13) son constantes, por lo que podemos calcularlos fuera de línea y ahorrar tiempo de ejecución en línea.

En este caso no se aplicaron restricciones en la función a minimizar. Lo común es restringir el ZMP para que siempre se encuentre dentro de la zona de soporte, lo que de acuerdo con Wieber (2006), mejora la robustez del caminado ante perturbaciones más grandes. El problema es que al incluir este tipo de restricciones no es posible obtener una solución analítica al problema de optimización y algún procedimiento numérico tiene que ser usado para resolver el problema de programación cuadrática (QP), lo que consume mas tiempo de ejecución. Un procedimiento similar puede ser usado para aplicar MPC en el modelo LIPPF.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

A continuación se muestran los resultados de simulación del modelo LIP con controlador MPC para una simulación de 6 pasos con $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $h = 0.25 \text{ m}$, $\alpha/\beta = 10^{-6}$, $T = 5 \text{ ms}$ y $N = 300$, lo que produce un precálculo de trayectorias de 1.5 segundos calculado cada 5 ms. A este sistema se le introducirá una perturbación como una señal de tipo escalón con una fuerza de 0.5 N a los 2.5 segundos durante 0.1 segundos. Los resultados de

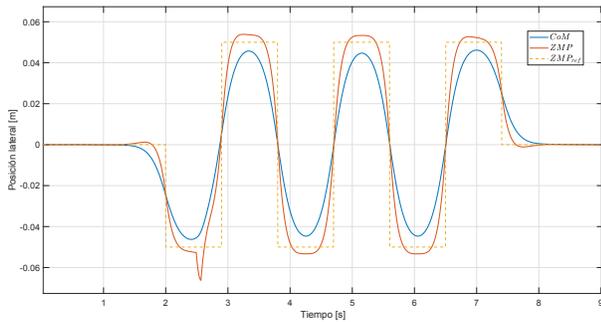


Fig. 2. Simulación del modelo LIP con MPC ante una perturbación.

simulación se muestran en la Fig. 2. Como puede verse en la figura, el comportamiento del CoM está acotado para todo tiempo, el ZMP del modelo LIP sigue a la referencia permaneciendo dentro de la zona de soporte y el sistema es capaz de resistir perturbaciones.

5. IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DEL CONTROLADOR

El sistema de control de caminado implementado es el mostrado en la Fig. 3. Donde el bloque del Controlador MPC y modelo LIP corresponde a lo descrito en la sección anterior. El bloque de planeador de trayectoria del pie tiene como salida la trayectoria de referencia del ZMP y la trayectoria del pie libre (en posición y orientación). A partir de estas coordenadas operacionales se obtiene el vector de posiciones articulares q que se enviarán al robot. La cinemática inversa de posición se realiza mediante el método de Newton-Raphson (más detalles en (Márquez-Acosta et al., 2022)).

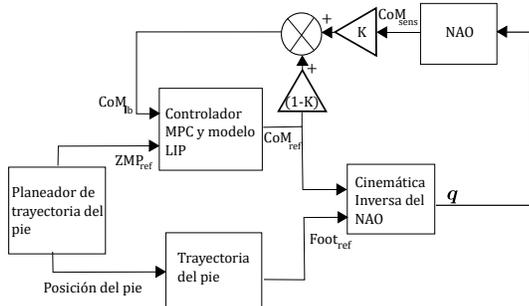


Fig. 3. Diagrama de control del caminado a implementar.

La transición entre las simulaciones del controlador y la implementación experimental no fue directa, algunas consideraciones tuvieron que hacerse para que los resultados experimentales fueran los esperados. Estas consideraciones se mencionan a continuación.

5.1 Realimentación del controlador

El primer problema está relacionado con la realimentación del controlador. Lo ideal sería realimentar los estados de posición, velocidad y aceleración del CoM en el controlador pero el robot sólo cuenta con sensores de posición para calcular la posición del CoM, por lo que solo se realimenta la posición del CoM. La velocidad y aceleración del CoM son calculadas integrando numéricamente la entrada de control \ddot{x} . Además, al igual que el controlador diseñado por (Gouaillier et al., 2010), sólo se realimenta un porcentaje de la posición medida del CoM. Este porcentaje estará dado por una ganancia K que varía entre 0 y 1. Entonces la realimentación del CoM está dada por:

$$CoM_{fb} = (1 - K)CoM_{ref} + KCoM_{sens} \quad (14)$$

Esta realimentación mejora notablemente los resultados experimentales respecto a que si sólo se realimentara el CoM obtenido por los sensores.

5.2 Medición del CoM

La medición del CoM se realiza mediante los encoders de posición con los que cuenta el robot y para calcular la posición del CoM se multiplican las matrices de transformación correspondiente. Si se quisiera calcular la posición exacta del CoM sería necesario medir los sensores de posición de todos los motores, además de multiplicar un número relativamente alto de matrices de transformación. Esto resultaría computacionalmente muy demandante, y debería evitarse en una aplicación en línea. Para solucionar este problema se considera que el CoM se encuentra en una posición fija con respecto a la cadera. De esta forma sólo es necesario leer los sensores de la pierna de soporte y el número de matrices de transformación a multiplicar se reduce drásticamente.

5.3 Offset en las articulaciones HipRoll

Durante las pruebas experimentales se observó un problema, en la fase de Simple Soporte (SS), cuando todo el peso del robot se encuentra sobre una pierna, la articulación *HipRoll* de la pierna de soporte no alcanza la posición deseada, esto debido al gran par que demanda todo el peso del cuerpo. Esto provoca que el pie libre no realice correctamente el movimiento deseado, tocando el suelo antes de lo que debería, desestabilizando de esta manera al robot.

Para solucionar este problema, al igual que en (Strom et al., 2010), fue necesario agregar un offset en las articulaciones *HipRoll* durante la fase de SS para que el movimiento del pie libre se realizará de manera adecuada.

Este offset se añadió mediante una señal trapezoidal, donde el tiempo de subida y bajada de la señal ocupa un 20% del tiempo de paso. La amplitud de la señal se obtuvo mediante la realización de una serie de simulaciones y experimentos dando como resultado una amplitud de entre 2 y 3 grados según el caminado.

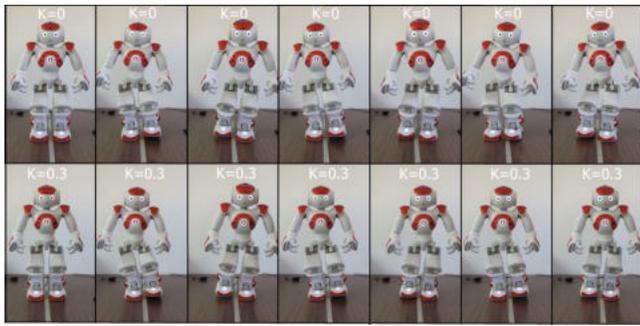


Fig. 4. Comparativa experimentos con y sin control (paso $S = 0$ m).

6. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados experimentales se presentan a través de una comparativa entre caminados con y sin control. En el primer caso (Fig. 4) el largo del paso S es igual a 0, es decir, no existe traslación del robot en el eje x . La comparativa muestra dos caminados: uno con ganancia $K = 0$ (sin control) y otro con ganancia de realimentación diferente de cero $K = 0.3$, ya que a partir de este valor de ganancia es donde los efectos de la realimentación son más apreciables. Un video de los resultados experimentales puede encontrarse en (Marquez-Acosta, 2023a) y en el siguiente enlace https://www.youtube.com/watch?v=iqLQVmYi3iw&ab_channel=EmanuelMarquez. Los experimentos muestran un mejor comportamiento al incluir la realimentación.

En la Fig. 5 se muestra la posición angular del torso del robot sobre el eje x durante el experimento. Esta información es tomada de la unidad de medición inercial con la que cuenta el robot. Puede verse como las oscilaciones disminuyen drásticamente al incluir la realimentación.

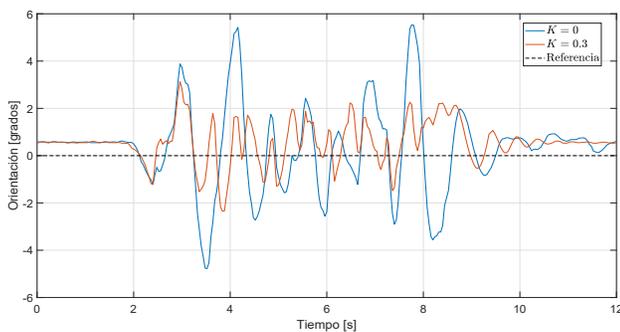


Fig. 5. Oscilaciones del torso sobre el eje x .

En el segundo caso (Fig. 6) se muestra la misma comparativa pero esta vez agregando un largo de paso $S = 0.05$ m, por lo que ahora si existe traslación en el eje x . La diferencia entre los resultados experimentales no es tan apreciable en la figura. Una mejor visualización de los resultados del experimento en vídeo puede encontrarse en (Marquez-Acosta, 2023b) https://www.youtube.com/watch?v=z07ijpJihow&ab_channel=EmanuelMarquez.

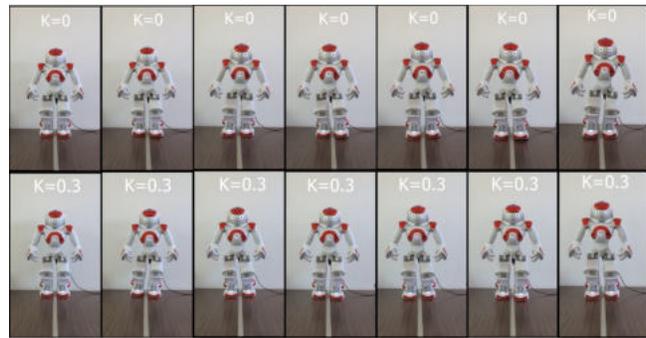


Fig. 6. Comparativa experimentos con y sin control (paso $S = 0.05$ m).

7. CONCLUSIONES

El control de caminado de robots humanoides es aún un problema de mucho interés. A pesar de existir caminados con muy buenos resultados, muchos problemas siguen abiertos: caminar en presencia de perturbaciones fuertes, el consumo de energía, el impacto con el suelo, caminar con apariencia humana, entre otros. Los modelos simplificados como el modelo LIP, ofrecen una alternativa para controlar el caminado de un robot bípedo que no requiere del modelo dinámico completo del robot. Los resultados experimentales muestran los beneficios de introducir realimentación del CoM en el sistema de control del caminado mejorando la estabilidad del caminado y reduciendo las oscilaciones no deseadas en el tronco del robot NAO. Las soluciones prácticas para lidiar con algunas de las limitaciones del robot NAO permitieron poder llevar a cabo las pruebas experimentales de caminado. Por lo que, este trabajo pretende inspirar a otros investigadores para lidiar con problemas similares en otros robots limitados, además de ser un pequeño paso para implementar un control en el robot NAO usando un modelo dinámico más completo. Como trabajo a futuro se pretende llevar a cabo la implementación de diferentes modelos y controladores en el robot NAO, con el objetivo de mejorar la robustez del caminado ante perturbaciones, y la posible aplicación de controladores usando modelos que consideren la dinámica completa del robot, como el Modelo Esencial.

REFERENCIAS

- Bledt, G., Powell, M.J., Katz, B., Di Carlo, J., Wensing, P.M., and Kim, S. (2018). Mit cheetah 3: Design and control of a robust, dynamic quadruped robot. In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2245–2252. doi:10.1109/IROS.2018.8593885.
- Budhiraja, R., Carpentier, J., and Mansard, N. (2019). Dynamics consensus between centroidal and whole-body models for locomotion of legged robots. In *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 6727–6733. doi:10.1109/ICRA.2019.8793878.
- Chignoli, M., Kim, D., Stanger-Jones, E., and Kim, S. (2021). The mit humanoid robot: Design, motion planning, and control for acrobatic behaviors.

- In *2020 IEEE-RAS 20th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, 1–8. doi:10.1109/HUMANOIDS47582.2021.9555782.
- De-León-Gómez, V., Luo, Q., Kalouguine, A., Pámanes, J.A., Aoustin, Y., and Chevallereau, C. (2019). An essential model for generating walking motions for humanoid robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 112, 229–243. doi:https://doi.org/10.1016/j.robot.2018.11.015.
- Geyer, H. and Saranlı, U. (2019). Gait based on the spring-loaded inverted pendulum. In A. Goswami and P. Vadakkepat (eds.), *Humanoid Robotics: A Reference*, 923–947. Springer Netherlands, Dordrecht. doi:10.1007/978-94-007-6046-2\43.
- Gouaillier, D., Collette, C., and Kilner, C. (2010). Omnidirectional closed-loop walk for nao. In *2010 10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 448–454. doi:10.1109/ICHR.2010.5686291.
- Grizzle, J.W. and Chevallereau, C. (2019). Virtual constraints and hybrid zero dynamics for realizing underactuated bipedal locomotion. In A. Goswami and P. Vadakkepat (eds.), *Humanoid Robotics: A Reference*, 1045–1075. Springer Netherlands, Dordrecht. doi:10.1007/978-94-007-6046-2\47.
- Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Harada, K., Yokoi, K., and Hirukawa, H. (2003). Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point. In *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*, volume 2, 1620–1626 vol.2. doi:10.1109/ROBOT.2003.1241826.
- Kajita, S., Kanehiro, F., Kaneko, K., Yokoi, K., and Hirukawa, H. (2001). The 3d linear inverted pendulum mode: a simple modeling for a biped walking pattern generation. In *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the the Next Millennium (Cat. No.01CH37180)*, volume 1, 239–246 vol.1. doi:10.1109/IROS.2001.973365.
- Kuindersma, S., Deits, R., Fallon, M., Valenzuela, A., Dai, H., Permenter, F., Koolen, T., Marion, P., and Tedrake, R. (2015). Optimization-based locomotion planning, estimation, and control design for the atlas humanoid robot. *Autonomous Robots*, 40. doi:10.1007/s10514-015-9479-3.
- Marquez-Acosta, E. (2023a). Robot nao mpc 3dlip. https://www.youtube.com/watch?v=iqLQVmYi3iw&ab_channel=EmanuelMarquez. Accessed: 2023-06-16.
- Marquez-Acosta, E. (2023b). Robot nao mpc 3dlip part 2. https://www.youtube.com/watch?v=z07ijpJihow&ab_channel=EmanuelMarquez. Accessed: 2023-06-16.
- Márquez-Acosta, E., De-León-Gómez, V., Santibáñez, V., Chevallereau, C., and Aoustin, Y. (2022). Caminado omnidireccional del robot nao venciendo la restricción de la cadera mediante el modelo esencial. In *Congreso Mexicano de Robótica COMRob 2022*.
- Orin, D., Goswami, A., and Lee, S. (2013). Centroidal dynamics of a humanoid robot. In *Autonomous Robots*, volume 35, 161–176. doi:10.1007/s10514-013-9341-4.
- Pratt, J., Carff, J., Drakunov, S., and Goswami, A. (2006). Capture point: A step toward humanoid push recovery. In *2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 200–207. doi:10.1109/ICHR.2006.321385.
- Strom, J., Slavov, G., and Chown, E. (2010). Omnidirectional walking using zmp and preview control for the nao humanoid robot. In J. Baltes, M.G. Lagoudakis, T. Naruse, and S.S. Ghidary (eds.), *RoboCup 2009: Robot Soccer World Cup XIII*, 378–389. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Vukobratovic, M. and Borovac, B. (2004). Zero-moment point - thirty five years of its life. *I. J. Humanoid Robotics*, 1, 157–173. doi:10.1142/S0219843604000083.
- Wieber, P. (2006). Trajectory free linear model predictive control for stable walking in the presence of strong perturbations. In *2006 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 137–142. doi:10.1109/ICHR.2006.321375.
- Wieber, P.B. (2008). Viability and predictive control for safe locomotion. In *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1103–1108. doi:10.1109/IROS.2008.4651022.