

Neuro-integral sliding mode control for the perturbed unicycle mobile robot [★]

Iván Salgado ^{*} Manuel Mera ^{**} Mariana Ballesteros ^{*,***}
Héctor Ríos ^{****,†}

^{*} *Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo, Instituto Politécnico Nacional, Mexico City, Mexico, (e-mail: isalgador@ipn.mx).*

^{**} *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, Mexico City, Mexico (e-mail: mlmerah@gmail.com)*

^{***} *Unidad Profesional Interdisciplinaria de Biotecnología, Instituto Politécnico Nacional, México city, México (e-mail: mballesterose@ipn.mx)*

^{****} *Tecnológico Nacional de México/I.T. La Laguna, C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México (e-mail: hrriosb@lalaguna.tecnm.mx)*

[†] *CONAHCYT IxM, C.P. 03940, CDMX, México*

Abstract: This work proposes the design of a robust controller for the perturbed kinematic model of the unicycle mobile robot. The controller is based on integral sliding modes (ISMs) and the approximation provided by a differential neural network (DNN) for the tracking error dynamics, represented as an uncertain time-varying linear system. The methodology ensures asymptotic stability for the tracking error despite multiplicative disturbances in the control channel. The ISM compensates for the matched dynamics identified with the DNN. Then, a feedback controller minimizes the effect of unmatched dynamics by solving a set of Linear Matrix Inequalities. Simulation results show the feasibility of the proposed strategy against classical controllers.

Keywords: Unicycle mobile robot, Integral sliding modes, Differential Neural Networks.

1. INTRODUCCIÓN

Existen diversas aplicaciones en ingeniería que requieren el uso de robots móviles (RMs) autónomos para resolver tareas particulares (Rubio et al., 2019), (Patle et al., 2019). Por ejemplo, en cuestiones de agricultura, el uso de dispositivos móviles permite la identificación de plagas a partir del monitoreo de invernaderos y plantaciones a través de sistemas robóticos móviles terrestres y aéreos. Consecuentemente, el diseño de algoritmos de control que permita el seguimiento de trayectorias, el movimiento punto a punto ó el control a partir de un modelo de referencia. Uno de los principales retos que conlleva el diseño de técnicas de control para RMs es la presencia de restricciones no holónomas que limitan el uso de técnicas convencionales

como controladores lineales o por retroalimentación de estados (Hichri et al., 2022).

De acuerdo a su configuración cinemática, existen diferentes RMs que requieren un análisis particular para el desarrollo de algoritmos de control. Uno de los RMs más estudiados por su versatilidad y libertad de movimiento, son los robots tipo unicycle (UMR, por sus siglas en inglés) cuya aplicación en problemas reales es variada (Patle et al., 2019). Es importante notar que los UMR no pueden ser estabilizados mediante algoritmos estáticos, lo anterior a partir de la condición de Brockett (Pourboghrat, 2002). Como consecuencia, la mayor parte de los algoritmos de control, implementan estrategias de control de retroalimentación variantes en tiempo o algoritmos de control con estructura variable. Muchos de estos desarrollos consideran el estudio cinemático, el cual no incluye fuerzas externas como la gravedad y/o la fricción en las ruedas (Tzafestas, 2018). Sin embargo, otros fenómenos como el derrape, el deslizamiento y el ruido acoplado a la señal de control deben de considerarse para obtener un algoritmo robusto que permita un buen desempeño de los RMs en aplicaciones reales (Rochel et al., 2022).

[★] Este trabajo fue apoyado en parte por el proyecto SEP-CONACYT-ANUIES-ECOS NORD 315597. El trabajo se desarrolló en el marco de la Red Internacional de Control y Cómputo Aplicados, TecNM. Héctor Ríos agradece el apoyo por parte de CONAHCYT IxM CVU 270504 Proyecto 922, y de Proyectos TecNM. Manuel Mera agradece el apoyo por parte del proyecto IPN-SIP 20230170. Iván Salgado y Mariana Ballesteros agradecen el apoyo por parte de los proyectos SIP 20231030, SIP 20231089, SIP 20231293.

Algunos desarrollos para el control del UMR implementan teorías de inteligencia artificial como la lógica difusa (Das y Kar, 2006) ó redes neuronales para producir una señal de entrada variante en tiempo que garantice la estabilidad en lazo cerrado del error de seguimiento (Pourboghrat y Karlsson, 2002). Otras técnicas no lineales consideran señales discontinuas para lograr un error de seguimiento de cero en tiempo finito a pesar de las incertidumbres externas (Rochel et al., 2022) y (Díaz et al., 2022). El control por modos deslizantes integrales (ISMC, por sus siglas en inglés) permiten rechazar perturbaciones en el canal del control y establecer un control nominal. Se han propuesto estrategias compuestas con modos deslizantes de alto orden o controles discontinuos y técnicas clásicas por retroalimentación, basados en los llamados métodos elipsoidales (Gutierrez et al., 2023). En el caso de perturbaciones multiplicativas en el canal del control, la representación del error de seguimineto del UMR se convierte en un sistema variante en tiempo incierto. Para lidiar con sistemas inciertos, las redes neuronales diferenciales (DNN, por sus siglas en inglés) permite identificar en línea dinámicas no modeladas de sistemas no lineales. La principal ventaja de estos sistemas, a diferencia de las redes estáticas, es la obtención de las leyes de adaptación de la red a partir de funciones controladas de control, garantizando estabilidad práctica, consecuencia del número finito de elementos en la base de aproximación (Poznyak et al., 2023). Este error de aproximación puede ser rechazado por técnicas robustas basadas en modos deslizantes. .

Este artículo propone una solución al problema de seguimiento de trayectoria de un UMR con perturbaciones en el canal del control. El error de seguimiento se puede representar por un sistema no lineal incierto, el cual, será identificado por una DNN cuya estabilidad se estudia a través del segundo método de estabilidad de Lyapunov. Una vez que se tienen identificadas las dinámicas no modeladas, las dinámicas acopladas al canal del control serán compensadas por el algoritmo de control, el error de modelado de la red será rechazado por el ISMC y la dinámica no acoplada al control sera estudiado con un esquema de retroalimentación de estados. Se muestra una comparación con el control propuesto en (Maghenem et al., 2017). Finalmente, la sección 5 presenta las conclusiones del trabajo.

Notación: Se denotan las funciones trigonométricas como $s(\theta) = \sin(\theta)$, $c(\theta) = \cos(\theta)$, $t(\theta) = \tan(\theta)$, $\|\varphi\|_{\lambda}^2 = \varphi^T \Lambda \varphi$; I_n representa la identidad de dimensión $n \times n$.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El modelo dinámico de un robot tipo unicycle (UMR, por sus siglas en inglés) se representa por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales (see, Fig. 1)

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= [1 + d_1(t)]\omega, & \dot{x} &= [1 + d_2(t)]c(\theta)v, \\ \dot{y} &= [1 + d_2(t)]s(\theta)v, \end{aligned} \quad (1)$$

donde $x \in \mathbb{R}$ y $y \in \mathbb{R}$ denotan el punto medio entre las llantas del robot y $\theta \in \mathbb{R}$ representa la orientación del ángulo

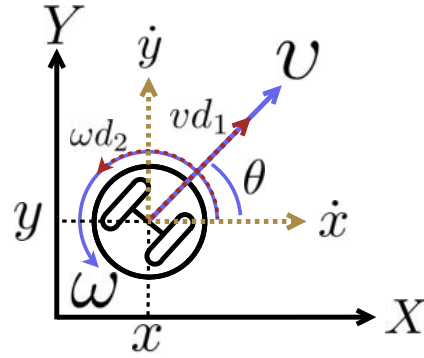


Fig. 1. Robot tipo unicycle (UMR)

del UMR. Los términos v y ω son las velocidades lineal y angular respectivamente. Para el caso del presente trabajo, estas variables constituyen las entradas de control. Los términos d_1 y d_2 son perturbaciones variantes en tiempo que son multiplicativas a la señal de control. Estos valores pueden ser originados al convertir la señal de control, que corresponden a una velocidad, en señales de corriente y voltaje que se aplican directamente a los motores que permiten el movimiento del robot. Adicionalmente, pueden representar cinemáticas no modeladas proporcionales a la señal de control, como deslizamiento, ó derrape de las llantas (Guerra et al., 2016), (Wang y Low, 2008). Para este trabajo se asume que éstas perturbaciones $d_i(t)$ son desconocidas y acotadas, i.e., $-1 < d_i(t) \leq d_{\max} < 1$, para $i = 1, 2$, d_{\max} es una constante conocida y positiva. La restricción $d_i(t) > -1$ asegura que la perturbación no implica un cambio de signo en la señal de control. Este trabajo busca el diseño de un controlador para seguimiento de trayectoria para el UMR que sea capaz de compensar perturbaciones multiplicativas mediante técnicas de estimación no paramétrica basada en DNN.

3. PROPUESTA DE CONTROL ROBUSTO PARA EL UMR

3.1 Dinámica del control de seguimiento

El modelo de referencia para el UMR esta dado por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\dot{\theta}_d = \omega_d, \quad \dot{x}_d = c(\theta_d)v_d, \quad \dot{y}_d = s(\theta_d)v_d, \quad (2)$$

donde x_d , y_d y θ_d son la posición deseada en el plano $X - Y$ del UMR, v_d y ω_d son las velocidades deseadas, lineal y angular, respectivamente. Se asume que estas velocidades son continuas y acotadas a partir de las siguientes constantes positivas \underline{v}_d , \bar{v}_d y $\bar{\omega}_d$, i.e., $0 < \underline{v}_d < v_d(t) \leq \bar{v}_d$, y $\|\omega_d\|_{\infty} \leq \bar{\omega}_d$, tal que $v_d(t) \in \mathbb{V} \subset \mathbb{R}$ y $\omega_d(t) \in \mathbb{W} \subset \mathbb{R}$, for all $t \geq 0$. De igual forma, se considera que los estados deseados estan acotados, i.e., $x_d(t) \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}$ and $y_d(t) \in \mathbb{Y} \subset \mathbb{R}$, para todo $t \geq 0$. Con base al modelo descrito anteriormente, el error de seguimiento se define como $e_1 = \theta_d - \theta$, $e_2 = c(\theta)(x_d - x) + s(\theta)(y_d - y)$ and, $e_3 = c(\theta)(y_d - y) - s(\theta)(x_d - x)$. Obteniendo la dinámica del error de seguimiento tenemos

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -\omega d_2(t) + \tau_1, \\ \dot{e}_2 &= [1 + d_2(t)]\omega e_3 - v d_1(t) + \tau_2, \\ \dot{e}_3 &= -[1 + d_2(t)]\omega e_2 + v d_s(e_1), \end{aligned} \quad (3)$$

con las entradas virtuales de control denominadas como τ_1 y τ_2 definidas como

$$\tau_1 = \omega_d - \omega, \quad \tau_2 = v_d c(e_1) - v. \quad (4)$$

La dinámica del error de seguimiento (3) puede ser descrita como un sistema lineal con parámetros variantes en tiempo, i.e.,

$$\dot{e} = A(\rho)e + B[\tau + F(\rho)d], \quad (5)$$

donde $e = (e_1, e_2, e_3)^\top \in \mathbb{R}^3$, $\tau = (\tau_1, \tau_2)^\top \in \mathbb{R}^2$, $d = (d_1, d_2)^\top \in \mathbb{R}^2$. $A(\rho)$, B y $F(\rho)$ se definen como

$$\begin{aligned} A(\rho) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [1 + d_2(t)]\omega \\ v_d s c(e_1) & -[1 + d_2(t)]\omega & 0 \end{pmatrix}, \\ B &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F(\rho) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ -v & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

siendo $\rho = (v_d, s c(e_1), v, \omega, d_2)^\top \in \mathbb{R}^5$, el vector de incertidumbres a identificar por una propuesta adaptable. La señal de control se define como

$$\tau = u_0 + u_1. \quad (7)$$

Es importante notar que la ecuación (7) esta dividida en dos partes. El elemento no lineal u_1 estará constituido por un control basado en ISMC con el objetivo de compensar las perturbaciones que se encuentran en el canal del control, esta técnica permite un comportamiento por modos deslizantes sin fase de llegada, mientras u_0 es el control nominal compuesto por una retroalimentación de estados, resultado del identificador basado en DNN.

3.2 Modelado no paramétrico del error de seguimiento

La dinámica del error de seguimiento en la ecuación (5) puede ser aproximada por,

$$\dot{e} = (A_0 + W_1^* \sigma_1(e))e + B(\tau + W_2^* \sigma_2(e)) + \tilde{f}(e, \rho, d), \quad (8)$$

donde $A_0 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz Hurwitz, $W_1^* \in \mathbb{R}^{3 \times q}$, $W_2^* \in \mathbb{R}^{2 \times r}$ son los parámetros que mejor aproximan el modelo no lineal, estos valores son desconocidos pero se consideran acotados, i.e., $\|W_i^*\|_F^2 \leq W_i^+$, donde $\|W^*\|_F^2$ representa cualquier norma cuadrática matricial y $W_i^+ \in \mathbb{R}_+$, con $i = 1, 2$. $\sigma_1: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{q \times 3}$ y $\sigma_2: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ son las funciones de activación, las cuales en este trabajo fueron seleccionadas como sigmoides, cada elemento de σ_1 y σ_2 se define como:

$$\sigma_z(e) = \left(a_z + b_z \exp^{-c_z^\top e} \right)^{-1}, \quad (9)$$

donde $a_z \in \mathbb{R}$, $b_z \in \mathbb{R}$ and $c_z \in \mathbb{R}^3$ son parámetros libres a seleccionar por el usuario, así como el número de funciones que se usarán para aproximar el sistema. La dinámica no modelada $\tilde{f}: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^5 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ compacta las incertidumbres y dinámica no modelada del sistema, así como el error de aproximación de la red, i.e., $\tilde{f} = B\tilde{f}_1 + \tilde{f}_2$. El error de aproximación depende del número de elementos

que constituyen la base de aproximación, en este estudio sería el número de funciones sigmoidales Cybenko (1992). La dinámica de \tilde{f} se considera acotada como $\|\tilde{f}\|_\Lambda^2 \leq f^+$, $\Lambda = \Lambda^\top > 0$ representa una matriz positiva definida y simétrica. El identificador basado en DNN tiene la siguiente estructura.

$$\dot{\hat{e}} = (A_0 + W(t)\sigma(e))\hat{e} + B(\tau + W_2(t)\sigma_2(e)), \quad (10)$$

Las leyes de aprendizaje del identificador están definidas como

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 &= -\alpha W_1 - K_1 P \Delta \hat{e}^\top \sigma_1^\top(e), \\ \dot{W}_2 &= -\alpha W_2 - K_2 B^\top P \Delta \sigma_2^\top(e), \end{aligned} \quad (11)$$

donde $\Delta = \hat{e} - e$ es el error de identificación, K_1 y K_2 son matrices positivas definidas de dimensiones apropiadas, $P = P^\top > 0$ es una matriz positiva definida y simétrica, solución de la siguiente desigualdad matricial tipo Raccati.

$$\begin{aligned} P A + A^\top P + P R P + \alpha P + Q &\leq 0, \\ R &= (W_1^+ + W_2^+) I_{3 \times 3}, \\ Q &= (\sigma_1^+ + L_{\sigma_2^+}) I_{3 \times 3}, \quad \alpha \in \mathbb{R}_+. \end{aligned} \quad (12)$$

La convergencia del observador se resume en el siguiente teorema

Teorema 1. Considere la aproximación del error de seguimiento del UMR en la ecuación (5) por la DNN descrita en (8). Si el identificador propuesto en la ecuación (10) es entrenado con las leyes de actualización en (11) y la desigualdad matricial tipo Riccati en (12) tiene una solución positiva definida $P = P^\top > 0$, el error de aproximación converge a un conjunto alrededor del origen delimitado por la magnitud de las perturbaciones definido como

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha}, \quad (13)$$

con $\beta := W_1^+ + W_2^+ + f^+$.

Demostración. La prueba de este Teorema se basa en una función de Lyapunov definida como

$$V = \Delta^\top P \Delta + \text{tr} \left\{ \tilde{W}_1^\top K_1^{-1} \tilde{W}_1 \right\} + \text{tr} \left\{ \tilde{W}_2^\top K_2^{-1} \tilde{W}_2 \right\}. \quad (14)$$

Con $\tilde{W}_i = W_i(t) - W_i^*$. \square

3.3 Control basado en modos deslizantes integrales

Es posible representar la aproximación basada en DNN como (la dependencia del tiempo se omite de aquí en adelante)

$$\dot{\hat{e}} = A\hat{e} + \phi_1 + B(\phi_2 + \tau + \tilde{f}_1) + \tilde{f}_2 \quad (15)$$

donde ϕ_1 y ϕ_2 se definen como $\phi_1 = B^\perp (B^\perp)^\dagger W_1 \sigma(e) \hat{e}$ representa la parte de la dinámica de la estimación obtenida por la red que no esta acoplada al control y el término ϕ_2 representa la dinámica de la red acoplada al control, i.e., $\phi_2 = B^+ W_1 \sigma(e) \hat{e} + W_2 \sigma_2$. Esta separación asegura que $I_n = B B^+ + B^\perp (B^\perp)^\dagger$ de acuerdo al trabajo en (Rubagotti et al., 2011). Los términos \tilde{f}_1 y \tilde{f}_2 conideran el error de modelado de la red. Estos términos dependen

de los pesos de la red y de las funciones de activación, por lo tanto, partiendo del resultado del Teorema 1, estos valores se mantienen acotados. Con la definición de la señal de control en la ecuación (7), el control nominal u_0 es seleccionado como

$$u_0 = K\hat{e}, \quad (16)$$

donde $K \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ es una ganancia que será diseñada posteriormente. El controlador robusto basado en modos deslizantes se describe como

$$u_1 = -\phi_2 - \rho \frac{(GB)^\top s}{\|(GB)^\top s\|}. \quad (17)$$

La ganancia ρ debe de ser positiva y su valor se especifica posteriormente. La superficie de deslizamiento se define como

$$s(\hat{e}) = G(\hat{e}(t) - \hat{e}(0)) - G \int_0^t (A_0 \hat{e}(\varphi) + Bu_0(\varphi) + \phi_1(\varphi)) d\varphi. \quad (18)$$

3.4 Resultado principal

El siguiente teorema describe el resultado principal de este trabajo

Teorema 2. Considere la dinámica del error (3) aproximada por el identificador en (10), si el control τ descrito en la ecuación (7) se compone con el control nominal u_0 en (16) con K obtenida a partir de la siguiente desigualdad matricial

$$\Omega = \begin{pmatrix} P_2 A_0 + A_0^\top P_2 + BK + K^\top B^\top + Q_e + \mu P_2 & P_2 \\ P_2 & -Q_\Phi \end{pmatrix},$$

para una $P_2 = P_2^\top$ y del ISMC u_1 descrito en (17), con $\rho = \|\tilde{f}_1 - (GB)^{-1}G\tilde{f}_2\| + \gamma$ y $\gamma > 0$, el error de seguimiento tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable en cero.

Demostración. La derivada de la superficie de deslizamiento con el control definido en (17) es

$$\dot{s} = GB \left(-\rho \frac{(GB)^\top s}{\|(GB)^\top s\|} + \tilde{f}_1 \right) + G\tilde{f}_2. \quad (19)$$

Si se propone la función de Lyapunov $V_s = s^\top s/2$, su derivada a partir de la ecuación (17) es la siguiente

$$\dot{V}_s \leq -\|(GB)^\top\| \left(\rho - \|\tilde{f}_1 - (GB)^{-1}G\tilde{f}_2\| \right). \quad (20)$$

Por lo tanto es suficiente con seleccionar ρ como se describe en el Teorema 2 para garantizar la existencia del modo deslizante, i.e., $\dot{V}_s \leq -\gamma\|(GB)^\top\|V_s^{\frac{1}{2}}$. En la superficie de deslizamiento el control equivalente se define como

$$v_{D_{eq}} = -(GB)^{-1}G\tilde{f}_2 - \tilde{f}_1, \quad (21)$$

y la dinámica del error de seguimiento en la superficie deslizante queda establecido como $\dot{\hat{e}} = A_0\hat{e} + Bu_0 + \Phi$, donde Φ engloba la perturbación no acoplada y la dinámica de la red que no se puede compensar directamente por el control, i.e., $\Phi = \phi_1 + (I_3 - B(GB)^{-1}G)\tilde{f}_2$. Es importante notar que Φ depende de la dinámica no modelada de la red \tilde{f}_2 , y de la parte no acoplada del término $W_1\sigma_1(e)\hat{e}$,

por lo tanto Φ es una perturbación y/o incertidumbre no paramétrica desvaneciente cuya cota se puede representar como $\|\Phi\|_{Q_\Phi} \leq \hat{e}^\top Q_e \hat{e}$. Si se define una función candidata de Lyapunov $V_2 = \hat{e}^\top P_2 \hat{e}$, con derivada con respecto al tiempo $\dot{V}_2 = 2\hat{e}^\top P_2 \dot{\hat{e}}$ y sustituyendo la dinámica del error de seguimiento en la superficie de deslizamiento, se tiene el siguiente resultado, $\dot{V} = 2\hat{e}^\top P_2 (A_0\hat{e} + Bu_0 + \Phi)$. Sustituyendo el control nominal y añadiendo el término nulo $\pm\|\Phi\|_{Q_\Phi}$, el sistema en lazo cerrado se convierte en

$$\dot{V} = \hat{e}^\top \begin{pmatrix} P_2 A_0 + A_0^\top P_2 + BK + K^\top B^\top & P_2 \\ P_2 & -Q_\Phi \end{pmatrix} \hat{e} - \Phi^\top Q_\Phi \Phi. \quad (22)$$

Tomando en consideración la cota para Φ y sumando y restando $\mu\|\hat{e}\|_{P_2}^2$ es posible obtener la ecuación $\dot{V} = \hat{e}^\top \Omega \hat{e} - \mu\hat{e}^\top P_2 \hat{e}$, donde, Ω está definido en el Teorema 1. Si la matriz $\Omega \leq 0$, $\dot{V} \leq -\mu V$, lo que implica convergencia a cero del error de seguimiento del UMR. \square

4. RESULTADOS

Esta sección muestra la viabilidad de la implementación del control propuesto. La trayectoria de referencia usada en simulación es $x_d = \cos(w_0 t)$ y $y_d = \sin(2w_0 t)$ con $w_0 = 0.2094$. Con estos valores, el ángulo de orientación deseado θ_d y las velocidades deseadas v_d y ω_d se obtuvieron de acuerdo a la formulación descrita en (Rochel et al., 2022). El valor de las perturbaciones fue seleccionado como $d_1(t) = 0.5 \sin(3t) + 0.3$ y $d_2(t) = 0.5 \cos(t) + 0.3$. Todas las simulaciones se realizaron con un método de integración de cuarto orden y paso de muestreo de 0.001 segundos. Las condiciones iniciales del UMR fueron $x(0) = 1.01$, $y(0) = 0$ y $\theta(0) = 1.5$.

4.1 Identificador por DNNs

Los parámetros del identificador basado en DNNs fueron seleccionados como

$$A_0 = \begin{pmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0.1833 & 0 & -10 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 280 & 0 & 0 \\ 0 & 280 & 0 \\ 0 & 0 & 280 \end{pmatrix},$$

Los coeficientes de aprendizaje fueron $K_1 = 10.5I_3$ y $K_2 = 10.7I_2$. En relación a las funciones de activación, para sigma σ_1 se seleccionó $q = 3$ por lo que $\sigma_1 = [\sigma_{1ij}]_{i=1:3, j=1:3}$ con los siguientes elementos (de acuerdo a la definición e propuesta en (9)):

$$\begin{aligned} a_{\sigma_1} &= 150 \times (0.5 \ 0.7 \ -0.2 \ 1 \ 0.5 \ 0.7 \ -0.2 \ 1 \ 0.2)^\top, \\ b_{\sigma_1} &= 20 \times (1.5 \ 1.7 \ 1.2 \ 1 \ 2.3 \ -1.2 \ 2.2 \ 0.9 \ 0.1)^\top, \\ c_{\sigma_1} &= 20 \times \begin{pmatrix} 0.5470 & 0.1890 & 0.3685 \\ 0.2963 & 0.6868 & 0.6256 \\ 0.7447 & 0.1835 & 0.7802 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Se tiene la siguiente definición para el segundo conjunto de funciones sigmoideas $\sigma_2 = (\sigma_{21} \ \sigma_{22})^\top$ con los siguientes parámetros

$$\begin{aligned} a_{\sigma_2} &= 15 \times (0.5 \ 0.7)^\top, \quad b_{\sigma_2} = 50 \times (1.5 \ 1.7)^\top, \\ c_{\sigma_2} &= 5 \times \begin{pmatrix} 0.5470 & 0.1890 & 0.3685 \\ 0.5470 & 0.1890 & 0.3685 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

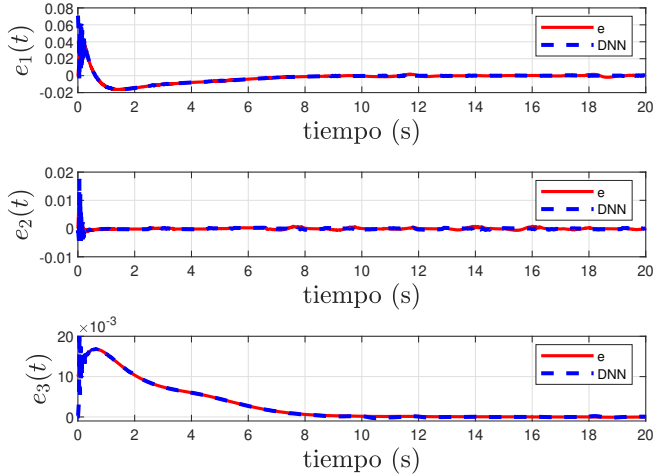


Fig. 2. Estimación del error de seguimiento por la DNN. La línea azul punteada representa las trayectorias generadas por la DNN y la roja continua representa el error de seguimiento.

Las condiciones iniciales de los pesos (W_1, W_2) fueron escogidas de manera aleatoria con valores entre 0 y 1. Las condiciones iniciales del identificador fueron tomadas como cero. La figura 2 muestra la estimación del error de seguimiento por parte del identificador, es importante notar que después del periodo de entrenamiento de la red, las trayectorias del error son estimadas correctamente. El periodo de entrenamiento fue menor a un segundo, esto permite compensar la dinámica variante en tiempo del sistema mediante el control compuesto por ISM y la retroalimentación de estados. La figura 3 muestra la norma del error de identificación. Esta métrica corrobora el desempeño del identificador y el resultado obtenido en el Teorema 1, que prueba estabilidad práctica. El tiempo de simulación que se gráfica difiere del tiempo presentado en la figura 2, lo anterior para enfatizar el proceso de aprendizaje de la red, que son las oscilaciones que se muestran en los primeros 0.5 segundos de simulación. Una vez que pasa este periodo, el error de identificación se mantiene cercano a cero.

4.2 Control por modos deslizantes integrales

Los parámetros del controlador por ISM fueron seleccionados como $G = B^+$, $\rho = 0.75$. La ganancia para el control nominal u_0 fue obtenida como

$$K = \begin{pmatrix} 1.75 & 0 & 3.4097 \\ 0 & 1.55 & 0 \end{pmatrix}.$$

El control desarrollado se compara con la propuesta desarrollada en Maghenem et al. (2017). El control está descrito por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} v &= v_d(t) \cos(e_1) + K_x e_2, \\ \omega &= \omega_d + K_\theta e_1 + v_d K_y e_2 \phi(e_1), \\ \phi(e_1) &= \frac{\sin(e_1)}{4} e_1. \end{aligned} \quad (23)$$

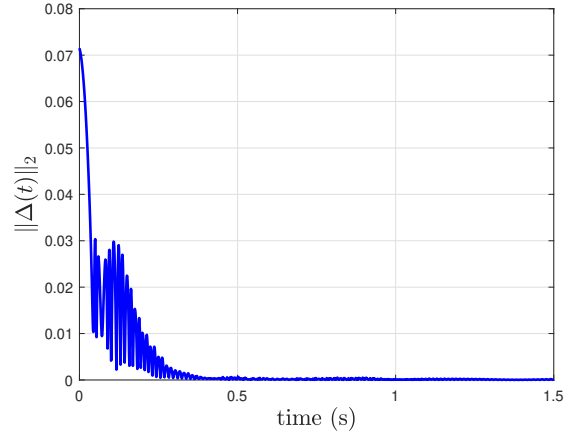


Fig. 3. Norma del error de identificación de la DNN. Solo se grafican los primeros 1.5 segundos de simulación que es el tiempo que le toma a la red identificar las trayectorias del error.

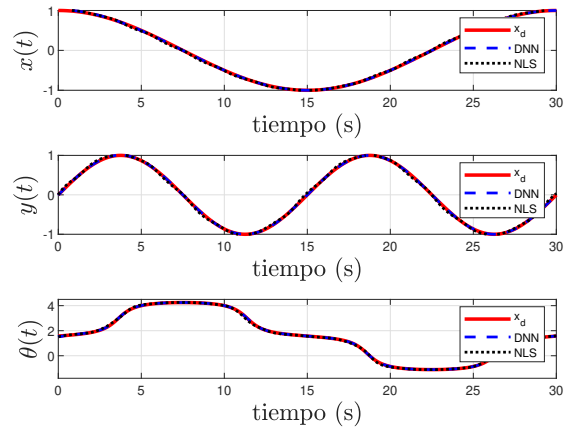


Fig. 4. Comparación del seguimiento de trayectoria del UMR por el ISMC compensando las no linealidades acopladas al control por medio del identificador basado en DNN.

Los valores usados en simulación fueron $K_x = K_y = K_\theta = 4$. La figura 4 muestra el seguimiento de trayectoria del UMR. Ambos controles realizan el seguimiento de trayectoria. Sin embargo, la presencia de la perturbación provoca algunas oscilaciones con el control. La figura 5 muestra el seguimiento de trayectoria en el plano $x - y$. A primera vista no es posible apreciar las ventajas del controlador por ISMC. Por lo anterior, la figura 6 muestra la norma dos del error de seguimiento. La línea roja continua representa el error de seguimiento de la DNN, el cual presenta oscilaciones al inicio de la simulación, las cuales corresponden al periodo de entrenamiento de la red, posteriormente converge a una región más pequeña que el controlador no lineal propuesto en las ecuaciones (23). Esta gráfica demuestra las ventajas al aplicar el algoritmo combinado entre DNN e ISMC.

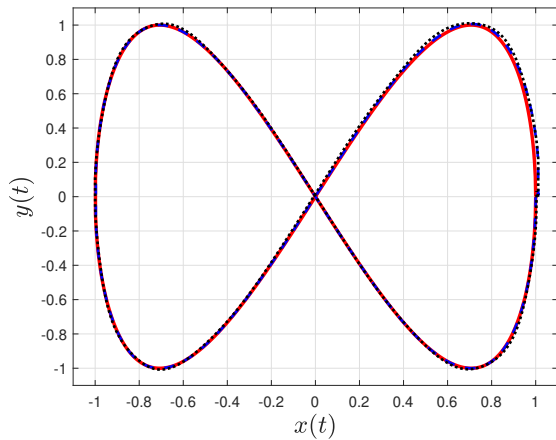


Fig. 5. Seguimiento en el semiplano $X - Y$. La línea roja es la trayectoria deseada, la línea azul el control por DNN e ISMC y la línea punteada negra el control en (23)

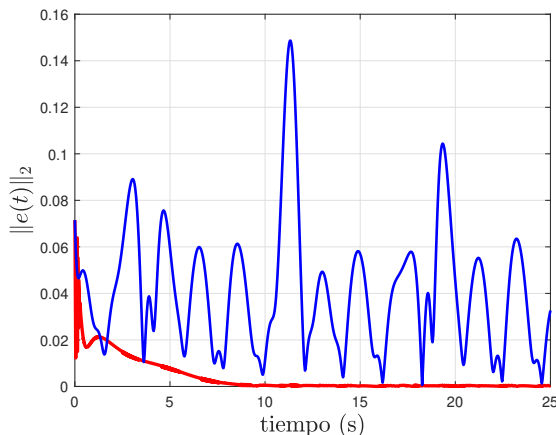


Fig. 6. Norma del error de seguimiento. La línea azul representa el control no lineal en (23) y la línea roja el controlador por DNN y ISM.

5. CONCLUSIONES

La técnica aplicada en el presente artículo, permitió la estimación de la parte variante en tiempo del error de seguimiento del UMR aplicando DNNs. La calidad de seguimiento mejora en términos de desempeño, obteniendo una zona de convergencia menor comparada con técnicas clásicas de control; de igual forma, la energía de control que se aplica se ve reducida al compensar las dinámicas obtenidas con el algoritmo de RNDs.

REFERENCES

Cybenko, G. (1992). Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 5, 455–455.
Das, T. y Kar, I.N. (2006). Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 14(3), 501–510.

Díaz, Y., Dávila, J., y Mera, M. (2022). Leader-follower formation of unicycle mobile robots using sliding mode control. *IEEE Control Systems Letters*, 7, 883–888.
Guerra, M., Efimov, D., Zheng, G., y Perruquetti, W. (2016). Avoiding local minima in the potential field method using input-to-state stability. *Control Engineering Practice*, 55, 174–184.
Gutierrez, A., Mera, M., y Ríos, H. (2023). Integral sliding-mode-based robust output-regulation for constrained and uncertain linear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 33(3), 2205–2218.
Hichri, B., Gallala, A., Giovannini, F., y Kedziora, S. (2022). Mobile robots path planning and mobile multi-robots control: A review. *Robotica*, 1–14.
Maghenem, M., Loría, A., y Panteley, E. (2017). Formation-tracking control of autonomous vehicles under relaxed persistency of excitation conditions. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(5), 1860–1865.
Patle, B., Pandey, A., Parhi, D., Jagadeesh, A., et al. (2019). A review: On path planning strategies for navigation of mobile robot. *Defence Technology*, 15(4), 582–606.
Pourboghrat, F. (2002). Exponential stabilization of nonholonomic mobile robots. *Computers & Electrical Engineering*, 28(5), 349–359.
Pourboghrat, F. y Karlsson, M.P. (2002). Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints. *Computers & Electrical Engineering*, 28(4), 241–253.
Poznyak, A., Noriega-Marquez, S., Hernandez-Sanchez, A., Ballesteros-Escamilla, M., y Chairez, I. (2023). Min-max dynamic programming control for systems with uncertain mathematical models via differential neural network bellman’s function approximation. *Mathematics*, 11(5), 1211.
Rochel, P., Ríos, H., Mera, M., y Dzul, A. (2022). Trajectory tracking for uncertain unicycle mobile robots: A super-twisting approach. *Control Engineering Practice*, 122, 105078.
Rubagotti, M., Estrada, A., Castaños, F., Ferrara, A., y Fridman, L. (2011). Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(11), 2699–2704.
Rubio, F., Valero, F., y Llopis-Albert, C. (2019). A review of mobile robots: Concepts, methods, theoretical framework, and applications. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 16(2), 1729881419839596.
Tzafestas, S.G. (2018). Mobile robot control and navigation: A global overview. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 91, 35–58.
Wang, D. y Low, C.B. (2008). Modeling and analysis of skidding and slipping in wheeled mobile robots: Control design perspective. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3), 676–687.