

FPGA-based extremum seeking control to maximize the hydrogen productivity rate of a MEC

José de Jesús Colín Robles * Ixbalank Torres **
Glenda Cea-Barcia *** Fernando López-Caamal ****
Víctor Alcaraz-González *****

* *Tecnológico Nacional de México/ITS de Purísima del Rincón, Purísima del Rincón, México (e-mail: jesus.cr@purisima.tecnm.mx).*

** *Departamento de Ingeniería Electrónica - Universidad de Guanajuato, Salamanca, México (e-mail: ixbalank@ugto.mx).*

*** *Departamento de Ingeniería Ambiental - Universidad de Guanajuato, Irapuato, México (e-mail: glendacea@ugto.mx).*

**** *Departamento de Ingeniería Química - Universidad de Guanajuato, Guanajuato, México (e-mail: fernando.lopez@ugto.mx).*

***** *CUCEI - Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México (email: victor.agonzalez@academicos.udg.mx).*

Resumen In this article it is presented an FPGA-based extremum seeking control that is used to maximize the hydrogen productivity rate in a microbial electrolysis cell (MEC) using the dilution rate as a control action. This extremum seeking control is based in the hydrogen productivity gradient and does not need a mathematical model. To achieve a positive energy balance, such optimization algorithm is implemented in an FPGA using a fixed point representation. By a closed loop simulation test and performance analysis of the FPGA-based extremum seeking control, it is demonstrated that FPGAs are the best implementation choice.

Keywords: Microbial electrolysis cell, Extremum seeking control, Finite difference, FPGA, Fixed point-based digital architecture.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la demanda de energía aumenta continuamente, provocando una crisis energética y ambiental a nivel mundial. Según la Agencia Internacional de la Energía, la demanda mundial de energía aumentará un 50 % en 2030 (Kumar and Lim, 2022). Hasta la fecha, más del 95 % de esta enorme demanda de energía es abastecida por combustibles fósiles. Sin embargo, el uso de combustibles fósiles libera al medio ambiente una elevada concentración de gases de efecto invernadero y sustancias tóxicas, contribuyendo al calentamiento global y generando daños a la salud de los seres humanos y a los ecosistemas. Debido a esta problemática, ha surgido la necesidad de desarrollar fuentes de energía alternativas que sean ecológicas y renovables. Entre las energías alternativas, el hidrógeno es uno de los combustibles que mayor interés despierta por ser una fuente de energía renovable limpia, además de ser el elemento más abundante del universo. El gas hidrógeno tiene propiedades energéticas únicas, como alta densidad de energía (120 MJ/kg) y baja densidad de energía volumétrica (8 MJ/L). Además, su principal producto de combustión es el agua (Kumar and

Lim, 2022; Cinivis and Köse, 2012). Sin embargo, no está disponible directamente en el planeta, puede obtenerse de fuentes renovables y no renovables como la biomasa, el agua, el agua de mar, las aguas residuales y los combustibles fósiles. El hidrógeno se clasifica en diferentes colores (azul, gris, marrón, negro y verde), de acuerdo con la tecnología de producción empleada, fuente de energía (renovable o no renovable) e impacto ambiental generado. Uno de los más estudiados en la actualidad es el hidrógeno verde. El hidrógeno verde se puede producir a partir de agua dulce, agua de mar o aguas residuales, y electricidad mediante un proceso de electrólisis; en este proceso el agua se transforma en hidrógeno (H_2) y oxígeno (O_2) con cero emisiones de carbono.

En la producción de hidrógeno verde, la electricidad utilizada debe provenir de energías renovables o de energías bajas en carbono. Sin embargo, para aprovechar esta tecnología, el hidrógeno producido debe almacenarse y luego volver a convertirse en agua y así liberar la energía almacenada. Para lograr este objetivo, se deben desarrollar estrategias que permitan acoplar los procesos de electrólisis de agua y celdas de combustible de manera

eficiente y a un bajo costo (Kumar and Lim, 2022; Cinivis and Köse, 2012).

Una Celda de Electrólisis Microbiana (MEC, por su siglas en inglés) es un sistema electroquímico que degrada la materia orgánica presente en aguas residuales y como producto se obtiene principalmente hidrógeno. Este tipo de sistemas biológicos poseen un gran potencial para la degradación de materia orgánica, por lo que estos sistemas resultan ideales para el tratamiento de aguas residuales a escala industrial (Zhen et al., 2017). En la literatura se pueden encontrar una gran variedad de estrategias en las cuales se propone optimizar la operación de una MEC mediante el uso de diferentes enfoques (Tartakovsky et al., 2011; Azwar et al., 2020; Nath and Das, 2011).

La implementación de complejos algoritmos de control utilizando tecnología de gran capacidad de procesamiento como los FPGAs (Field Programmable Gate Array) permite un bajo consumo de energía, muy importante en procesos biotecnológicos de producción de energía. Además, el paralelismo de procesamiento de los FPGAs ofrece la posibilidad de diseñar arquitecturas digitales en las cuales los recursos de hardware no son compartidos, esto trae como ventaja el tener sistemas concurrentes que pueden trabajar de forma independiente dentro de un mismo sistema mínimo. Algunos ejemplos de algoritmos de control embebidos en FPGA se pueden encontrar en (Asano et al., 2009; Lúa et al., 2019; Zumel et al., 2002; Charaabi et al., 2002).

Este artículo presenta un algoritmo de búsqueda de extremos en tiempo discreto. La estrategia propuesta es embebida en un FPGA y aplicada al modelo de una MEC para maximizar la producción de hidrógeno. Las operaciones aritméticas, representación de señales de entrada y salida de la arquitectura digital del algoritmo de búsqueda de extremos son representadas utilizando números fraccionarios de punto fijo. Mediante el almacenamiento temporal de muestras de productividad de hidrógeno utilizando registros y bloques aritméticos de punto fijo es posible calcular el gradiente para, posteriormente, calcular la tasa de dilución que lleve a la MEC a su máxima productividad en estado estacionario.

2. CELDA DE ELECTRÓLISIS MICROBIANA

En este trabajo se considera a una MEC de dos cámaras que están separadas por una membrana catódica. En la cámara anódica, se encuentra un ánodo el cual está cubierto por una biopelícula de bacterias anodofilas y bacterias metanogénicas. Dichas bacterias son alimentadas con acetato el cual es degradado y como producto se obtienen protones de hidrógeno y un flujo de electrones. Los protones pasan a la cámara catódica a través de la membrana catódica y se combinan con los electrones que son impulsados desde la cámara del ánodo por un pequeño voltaje aplicado entre los electrodos. Por otro lado, la degradación del acetato, contempla una competición entre

las bacterias anodofilas y metanogénicas para decidir quien será la responsable de dicha degradación.

2.1 Modelo matemático

El comportamiento dinámico de una MEC se puede modelar mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales Flores-Estrella et al. (2020):

$$\dot{s} = (s_{in} - s)D - k_a\mu_a x_a - k_m\mu_m x_m \quad (1)$$

$$\dot{x}_a = \mu_a x_a - k_{d,a} x_a - \alpha_a D x_a \quad (2)$$

$$\dot{x}_m = \mu_m x_m - k_{d,m} x_m - \alpha_m D x_m, \quad (3)$$

donde s y s_{in} son las concentraciones de acetato dentro y a la entrada del sistema respectivamente (mgL^{-1}), mientras que x_a y x_m son las concentraciones de bacterias anodofilas y metanogénicas respectivamente (mgL^{-1}); D es la tasa de dilución, $D = F_{in}/V_r$ (d^{-1}), donde F_{in} es el flujo de entrada (Ld^{-1}) y V_r es el volumen del reactor (L); α_a y α_m son constantes adimensionales de retención de la biopelícula. Las constantes μ_a y μ_m son las tasas de crecimiento (d^{-1}) para las bacterias anodofilas y metanogénicas, respectivamente, y están definidas como:

$$\mu_a = \mu_{max,a} \frac{s}{k_{s,a} + s} \frac{1}{1 + e^{-\frac{F}{RT}\eta}} \quad (4)$$

$$\mu_m = \mu_{max,m} \frac{s}{k_{s,m} + s}, \quad (5)$$

donde $\mu_{max,a}$ y $\mu_{max,m}$ son tasas de máximo crecimiento ($\text{mg}(s)\text{L}^{-1}$), $k_{s,a}$ y $k_{s,m}$ son constantes de tasa media de crecimiento ($\text{mg}(s)\text{L}^{-1}$), F es la constante de Faraday ($\text{C mol}^{-1} \text{e}^{-1}$), R es la constante de los gases ideales ($\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$), T es la temperatura (K), $\eta = E_{anode} - E_{Ka}$ es el potencial local, E_{anode} es el potencial del ánodo (V) y E_{Ka} es el potencial de aceptor de electrones anódicos de velocidad media máxima, es decir, el potencial que ocurre cuando $s = k_{s,a}$ y la tasa de crecimiento es la mitad de la máxima tasa de crecimiento (Kato Marcus et al., 2007).

2.2 Productividad de la MEC

El flujo de hidrógeno producido por la MEC, como función de la corriente generada por el voltaje aplicado entre los electrodos está determinado por:

$$Q_{H_2} = Y_{H_2} A_a \frac{I_{MEC}}{mF} \frac{RT}{P}, \quad (6)$$

donde Y_{H_2} es la eficiencia adimensional del cátodo, A_a es el área del ánodo (m^2), m es el número de electrones en moles por especie ($\text{mol e}^{-} \text{mol}^{-1} \text{M}^{-1}$) y P es la presión dentro de la cámara catódica (atm). En la ecuación (6), el consumo por parte de las bacterias metanogénicas es ignorado y únicamente se considera a las bacterias anodofilas como las responsables de la degradación del acetato. La corriente entre los electrodos es modelada de la siguiente manera:

$$I_{MEC} = (\gamma_s k_a \mu_a x_a L_f (1 - f_s^0) + \gamma_x b x_a L_f) A_{sur}, \quad (7)$$

donde γ_s y γ_x ($\text{mFM}^{-1}\text{W}_s^{-1}$) son coeficientes relacionados con el número de Coulombs que es posible obtener de

W_s (g mol⁻¹) y W_x (g mol⁻¹) es decir, del acetato y la biomasa, respectivamente; f_s^0 es la fracción adimensional de electrones usados para síntesis celular, b es coeficiente de decaimiento endógeno (d⁻¹) y L_f es el grosor de la biopelícula (m).

La productividad de hidrógeno $Q_{H_{2,p}}$ se define como el flujo de hidrógeno producido por volumen del reactor ($L[H_2]L^{-1}d^{-1}$):

$$Q_{H_{2,p}} = \frac{Q_{H_2}}{V_r}. \quad (8)$$

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considérese el modelo (1)-(3) de la forma compacta como:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, u, w); \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= J(x), \end{aligned} \quad (9)$$

donde $x = [S \ X_a \ X_m]^T \in \mathcal{D} \subset R^3$, es el vector de estados, $u = D \in \mathcal{N} \subseteq R$ es la entrada de control, $w = S_{in} \in \mathcal{M} \subseteq R$ es la entrada no controlada y $y = Q_{H_{2,p}} \in R$ es la salida medida. Además $f : \mathcal{D} \times \mathcal{N} \times \mathcal{M} \rightarrow R^3$ y $J : \mathcal{D} \rightarrow R$ son suaves en todo $\mathcal{D}$.

Primero considérese las siguientes suposiciones (Zhang and Ordóñez, 2012):

Suposición 1. Existe una función $l : \mathcal{N} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{D}$ tal que $f(x^*, u, w) = 0$ si y solamente si $x^* = l(u, w)$.

Suposición 2. El punto de operación $x^* = l(u, w)$ del sistema (9). es local y exponencialmente estable para cada $u \in \mathcal{N}$ y para cada $w \in \mathcal{M}$.

Suposición 3. El mapeo entrada-salida en estado estacionario

$$y = J(l(u, w)), \quad (10)$$

es convexo y unimodal en la región de operación $\mathcal{N}$.

Suposición 4. Para cada $w \in \mathcal{M}$, existe un $u^* \in \mathcal{N}$ tal que:

$$\frac{\partial}{\partial u} J(l(u^*, w)) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} J(l(u^*, w)) < 0. \quad (12)$$

Mediante las suposiciones anteriores aseguramos la existencia de un punto de máxima productividad de hidrógeno y una tasa de dilución óptima dentro de la región de operación $\mathcal{N}$.

El problema a resolver consiste en embeber un algoritmo de búsqueda de extremos en tiempo discreto en un FPGA para maximizar la productividad de la MEC en estado estacionario, y reducir al mismo tiempo el consumo de energía del hardware utilizado. Para maximizar la productividad de hidrógeno en la MEC en estado estacionario se plantea el siguiente problema de optimización:

$$\max_u J(l(u, w))$$

tal que:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, u, w) \\ y(t) &= J(x). \end{aligned} \quad (13)$$

A partir del modelo (1)-(6), la productividad de hidrógeno en estado estacionario está dada por

$$Q_{H_{2,p}}(D, S_{in}) = J(l(u, w)) = \frac{Y_{H_2} R T A_a}{m F P V_r} I_{MEC}^*(u, w), \quad (14)$$

donde I_{MEC}^* es la corriente de la MEC en estado estacionario. La Figura 1 muestra la función objetivo (14) para diferentes concentraciones de acetato en la entrada. Como se puede ver, la productividad de la MEC es una función convexa y por lo tanto tiene un máximo para cada par (D, S_{in}) .

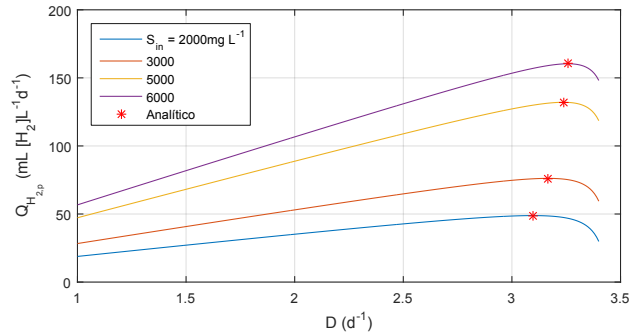


Figura 1. Cálculo de la máxima productividad en estado estacionario de la MEC mediante $\frac{\partial J}{\partial u} = 0$.

4. OPTIMIZACIÓN BASADA EN EL GRADIENTE

En esta sección se presenta un controlador de búsqueda de extremos (ESC, por sus siglas en inglés) para maximizar la productividad de la MEC mediante el cálculo en línea del valor óptimo de la tasa de dilución u . Esta estrategia está basada en el gradiente $y = \partial J(l(u, w)) / \partial u$ el cual es calculado a partir de la medición de la productividad de hidrógeno.

Los algoritmos de optimización basados en el gradiente consisten en el cálculo de una serie de iteraciones $u(k)$, para $k \in Z^+$, hasta alcanzar una solución con suficiente precisión. Para decidir cómo moverse de una iteración $u(k)$ a una nueva iteración $u(k+1)$ se considera el gradiente $\partial J / \partial u$. Los algoritmos de optimización basados en el gradiente usan esta información para calcular un nuevo iterado $u(k+1)$ con un valor $J(u)$ más grande que el obtenido a partir de $u(k)$. Así, el nuevo valor iterado $u(k+1)$ es calculado como:

$$u(k+1) = u(k) + \alpha_d \frac{\partial J}{\partial u}; \quad \alpha_d > 0, u(0) = u_0, \quad (15)$$

donde α_d es la distancia a moverse en la dirección del gradiente (Wright, 2006).

Aproxímese el gradiente por medio de diferencias finitas como:

$$\frac{\partial J}{\partial u} \approx \frac{\Delta J}{\Delta u}$$

de tal manera que la ecuación (15) queda de la siguiente manera:

$$u(k+1) = u(k) + \alpha_d \frac{\Delta J}{\Delta u}. \quad (16)$$

La aproximación del gradiente por diferencias finitas genera una incertidumbre en el cálculo del gradiente. Sin embargo, el signo del gradiente permite determinar la dirección donde J crece más rápido. De esta manera, se propone un controlador de búsqueda de extremos robusto como:

$$u(k+1) = u(k) + \alpha_d \text{signo} \left(\frac{\Delta J}{\Delta u} \right); \alpha_d > 0, u(0) = u_o, \quad (17)$$

donde la función signo se define como:

$$\text{signo} \left(\frac{\Delta J}{\Delta u} \right) = \begin{cases} 1; & \frac{\Delta J}{\Delta u} > 0 \\ -1; & \frac{\Delta J}{\Delta u} < 0 \end{cases} \quad (18)$$

y $\text{signo}(0) \in [-1, 1]$ (Shtessel et al., 2014). La ecuación (18) define un modo deslizante de primer orden con la diferencia finita $\Delta J/\Delta u$ como variable deslizante.

Teorema 1. El algoritmo de búsqueda de extremos (17) genera la entrada de control $u(k)$ que maximiza la función objetivo $J(u)$ en estado estacionario.

Prueba 1. Sea $e(k) := J(u^*) - J(u(k))$, el cual representa la diferencia entre la salida máxima y la salida en la iteración k (Zhang and Ordóñez, 2012). Considérese ahora la siguiente función de Lyapunov candidata:

$$V(e) = e(k). \quad (19)$$

Debido a que $J(u^*) \geq J(u(k))$ para $k \geq 0$, $V(e)$ es positiva definida. Por otro lado, $V(e(k+1)) - V(e(k))$ está dada por

$$\begin{aligned} V(e(k+1)) - V(e(k)) &= e(k+1) - e(k) \\ &= -(J(k+1) - J(k)) \\ &= -\Delta J \\ &= -\Delta J \frac{\Delta u}{\Delta u} \\ &= -\frac{\Delta J}{\Delta u} (u(k+1) - u(k)) \\ &= -\frac{\Delta J}{\Delta u} \left(\alpha_d \text{sign} \left(\frac{\Delta J}{\Delta u} \right) \right). \end{aligned}$$

Es decir,

$$V(e(k+1)) - V(e(k)) = -\alpha_d \left| \frac{\Delta J}{\Delta u} \right|, \quad \forall e \neq 0.$$

Así, las dinámicas del error son global y asintóticamente estables y, por lo tanto, la función $J(u(k))$ se aproxima a $J(u^*)$ cuando $k \rightarrow \infty$. La prueba está completa. ■

5. IMPLEMENTACIÓN EN EL FPGA

El ESC libre de modelo (17) se implementó en un FPGA ALTERA DE2 Educational board con una frecuencia

de reloj f_{CLK} de 50MHz utilizando un formato de representación de punto fijo de 16 bits en la parte entera y 24 bits en la parte flotante.

Para poder ejecutar este controlador (17) en el FPGA, se diseñó un núcleo de propiedad intelectual capaz de ejecutar la división en punto fijo mediante el algoritmo CORDIC (Coordinate Digital Computer) (Ercegovac and Lang, 2004). Por otro lado las operaciones de suma, y producto se implementaron utilizando la estructura CLA (Carry Lock Ahead) y diseño a dos niveles de compuertas respectivamente.

La arquitectura del controlador (17) en el FPGA se puede apreciar en la Figura 2. Puede observarse que el cálculo del gradiente $\Delta J/\Delta u$ se obtiene utilizando la división basada en CORDIC. Sin embargo el término ΔJ y el término Δu son calculados con anterioridad utilizando dos sumadores CLA, los cuales reciben como entradas provenientes de registros, las muestras de la tasa de dilución y de la productividad de hidrógeno en los instantes de tiempo k y $k-1$. Finalmente se utiliza un tercer sumador CLA el cual calcula el valor $D(k+1)$ a partir de la muestra $D(k)$, la ganancia α_d y la función $\text{signo}(\Delta J/\Delta u)$. La jerarquía de las operaciones que integran a la ecuación (17) es clave para comprender el funcionamiento de su arquitectura digital. Por lo tanto, se diseñó una máquina de Estados Finitos (FSM, por sus siglas en inglés) para asegurar que la jerarquía de operaciones se respete durante su ejecución del controlador (17) en el FPGA (vease la Figura 3).

6. RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados mostrados en esta sección se obtuvieron mediante pruebas de simulación en lazo cerrado durante un periodo de 120 días de operación de la MEC a partir de la solución del modelo (1)-(8) sometido a incertidumbres paramétricas (vease la Tabla 1). Por otro lado, el periodo de optimización utilizado en este trabajo fue de 8 horas e influye en la aproximación del gradiente $\partial J/\partial u$ por diferencias finitas. Para verificar la robustez de la estrategia ESC con respecto a la concentración (desconocida) de acetato en la entrada de la MEC se definió la función $s_{in}(t)$ mostrada en la Figura 4.

Parámetro	Valor	Unidad
α_a	0.6944	
α_m	0.5250	
K_{da}	0.1034	d^{-1}
K_{dm}	0.0061	d^{-1}
k_a	0.7671	$mg[S]mg[X_a]^{-1}$
k_m	3.7654	$mg[S]mg[X_m]^{-1}$
K_{Sa}	23	$mg[S]L^{-1}$
μ_{maxa}	2.5216	d^{-1}
K_{Sm}	68	$mg[S]L^{-1}$
μ_{maxm}	0.3420	d^{-1}
T	238.52	K
η	0.33	$volts$

Tabla 1. Parámetros inciertos de la MEC.

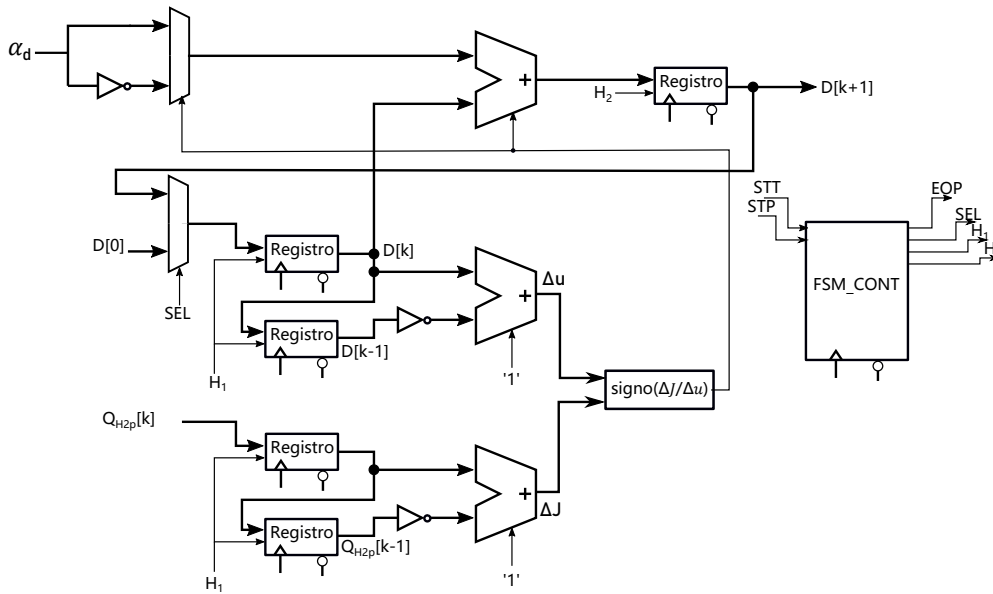


Figura 2. Arquitectura digital del controlador de búsqueda de extremos.

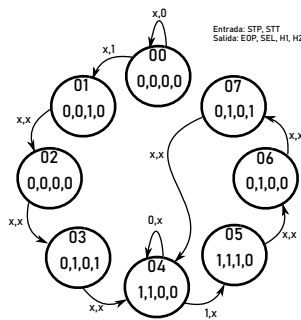


Figura 3. Máquina de estados finitos de la arquitectura digital del controlador de búsqueda de extremos.

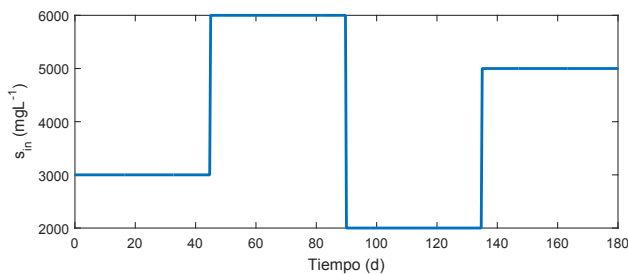


Figura 4. Concentración de acetato a la entrada.

6.1 Implementación de la estrategia ESC

La Figura 5a muestra la máxima productividad de hidrógeno obtenida al aplicar la tasa de dilución, mostrada en la Figura 5b, generada por el controlador de búsqueda de extremos (17) embebido en un FPGA ALTERA DE2 a partir del día 20 de la operación de la MEC. Como se puede ver, la productividad converge después

de 21 días al valor máximo para una concentración de acetato de $2g L^{-1}$, posteriormente tarda menos de 10 días en converger, cabe resaltar que el comportamiento discontinuo de dicha productividad Q_{H_2} se debe a que s_{in} también es discontinua, sin embargo Q_{H_2} es diferenciable en todo momento. Por otro lado, la tasa de dilución muestra *chattering*, debido al modo deslizante de orden 1, sin embargo oscila al rededor del valor óptimo. Para propósitos de implementación en una planta física del algoritmo de optimización implementado en el FPGA, el efecto del chattering no es un factor a considerar ya que el tiempo de muestreo es de 8 horas por lo tanto el actuador utilizado para controlar el flujo de agua residual a la entrada de la planta no se verá afectado.

6.2 Reporte de síntesis

Tabla 2. Recursos de hardware utilizados por ESC libre de modelo.

Elementos Digitales	Recursos	Usados	
Total E.L.	33,216	1,507	5 %
Registros		1409	4 %
LUT/Registros		333	1 %
R.L.D.	483,340	431	1 %
M4K		0	0.00 %
Multiplicador 8b.		0	0 %

Utilizando el formato de representación de números fraccionarios de punto fijo (16,24) para la implementación de la arquitectura digital de la Figura 2 se necesitaron los recursos de hardware mostrados en la Tabla 2. La arquitectura digital solo requiere $100\mu s$ en cada iteración para calcular la tasa de dilución usando el controlador (17). Utilizando el PowerPlay Early Power Estimator Cyclone II Familyv8.0 SP1, se estima que la arquitectura digital

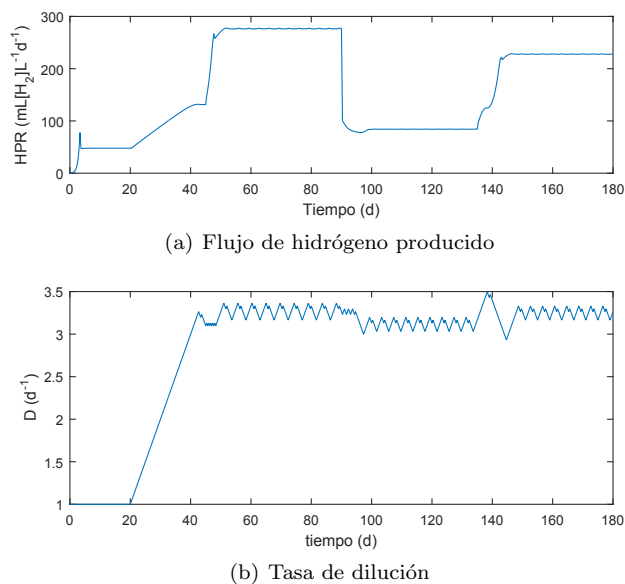


Figura 5. Resultados obtenidos de ESC libre de modelo.

del controlador de búsqueda de extremos (17) tiene un consumo de energía de solo 111mWh.

7. CONCLUSIÓN

En este trabajo se presentó una estrategia robusta de control de búsqueda de extremos en tiempo discreto y se demostró su convergencia asintótica. El controlador de búsqueda de extremos fue embebido en un FPGA usando una arquitectura digital y se estimó el consumo de energía necesario para su ejecución. Para demostrar el desempeño de la estrategia de búsqueda de extremos embebida en un FPGA, se implementó para maximizar la producción de hidrógeno en una celda de electrólisis microbiana.

La productividad fue correctamente maximizada a partir de valores de tasas de dilución calculados por el algoritmo propuesto, y para concentraciones de acetato en la entrada dentro de la región de operación de la MEC.

ACKNOWLEDGEMENTS

Este trabajo fue soportado por el programa SNI del CONAHCyT.

REFERENCIAS

Asano, S., Maruyama, T., and Yamaguchi, Y. (2009). Performance comparison of FPGA, GPU and CPU in image processing. In *2009 International Conference on Field Programmable Logic and Applications*, 126–131. IEEE.

Azwar, A., Muslim, A., Mukhlisshien, M., Jakfar, J., and Zail, M. (2020). Automation of bio-hydrogen gas production in a fed-batch microbial electrolysis cell reactor by using internal model control of neural network.

Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences, 67(2), 89–96.

Charaabi, L., Monmasson, E., and Slama-Belkhouja, I. (2002). Presentation of an efficient design methodology for fpga implementation of control systems. application to the design of an antiwindup pi controller. In *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. IECON 02*, volume 3, 1942–1947. IEEE.

Cinivis, M. and Köse, H. (2012). Hydrogen use in internal combustion engine: A review. *International Journal of Automotive Engineering and Technologies*, 1, 1–15.

Ercegovac, M.D. and Lang, T. (2004). *Digital arithmetic*. Elsevier.

Flores-Estrella, R., Rodríguez-Valenzuela, G., Ramírez-Landeros, J., Alcaraz-González, V., and González-Álvarez, V. (2020). A simple microbial electrochemical cell model and dynamic analysis towards control design. *Chemical Engineering Communications*, 207(4), 493–505.

Kato Marcus, A., Torres, C.I., and Rittmann, B.E. (2007). Conduction-based modeling of the biofilm anode of a microbial fuel cell. *Biotechnology and bioengineering*, 98(6), 1171–1182.

Kumar, S.S. and Lim, H. (2022). An overview of water electrolysis technologies for green hydrogen production. *Energy Reports*, 8, 13793–13813.

Lúa, C.A., Di Gennaro, S., Guzman, A.N., Ortega-Cisneros, S., and Domínguez, J.R. (2019). Digital implementation via fpga of controllers for active control of ground vehicles. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(4), 2253–2264.

Nath, K. and Das, D. (2011). Modeling and optimization of fermentative hydrogen production. *Bioresource Technology*, 102(18), 8569–8581.

Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., and Levant, A. (2014). *Sliding mode control and observation*. Springer.

Tartakovsky, B., Mehta, P., Santoyo, G., and Guiot, S. (2011). Maximizing hydrogen production in a microbial electrolysis cell by real-time optimization of applied voltage. *International journal of hydrogen energy*, 36(17), 10557–10564.

Wright, J.N.S.J. (2006). Numerical optimization.

Zhang, C. and Ordonez, R. (2012). *Extremum-seeking control and applications: a numerical optimization-based approach*. Springer.

Zhen, G., Lu, X., Kumar, G., Bakonyi, P., Xu, K., and Zhao, Y. (2017). Microbial electrolysis cell platform for simultaneous waste biorefinery and clean electro-fuels generation: Current situation, challenges and future perspectives. *Progress in Energy and Combustion Science*, 63, 119–145.

Zumel, P., De Castro, A., Garcia, O., Riesgo, T., and Uceda, J. (2002). Concurrent and simple digital controller of an ac/dc converter with power factor correction. In *APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No. 02CH37335)*, volume 1, 469–475. IEEE.