

# A novel backstepping controller based on saturation gains for power converters

Yoswaldo Gómez Cabrera \* Eduardo Campos Mercado \*\*

\* *Universidad del Istmo, Tehuantepec, Oaxaca, México (e-mail: yoswaldo.gomez.cabrera@gmail.com).*

\*\* *CONAHCYT-Universidad del Istmo, Tehuantepec, Oaxaca, México (e-mail: ecampos@conacyt.mx)*

---

**Abstract:** The following paper presents the modeling and design of a backstepping controller based on saturation functions for a single-phase off-grid inverter system. The proposed controller consists of an algorithm that modifies the controller gains as a function of the error, which is intended to avoid the windup effect and to adapt to changes in system parameters, such as inverter load. The objective of the backstepping controller acting on the system is to reduce the tracking error and improve the voltage quality at the inverter output by reducing the total harmonic distortion. The results of the backstepping controller with saturated gains are compared against backstepping with constant gains in order to test its performance improvement.

*Keywords:* backstepping control, energy system, power system, linear system, Lyapunov method.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Con el fin de disminuir la huella de carbono, la lucha contra el cambio climático, mejorar la calidad del aire y reducir los costos de las tarifas en energía eléctrica las energías renovables han sido más demandadas. Entre las fuentes de energía renovables empleadas en los sistemas de generación de baja potencia esta la solar, la mini-eólica, la mini-hidráulica y los que emplean biocombustibles. La energía eólica entre todas las energías limpias y renovables es una alternativa viable por su disponibilidad y la eficiencia que se logra en estos sistemas, muy cercano a la eficiencia teórica. Sin embargo, la electricidad generada con los aerogeneradores presenta el problema de la distorsión armónica en el voltaje y la corriente, transitorios y caídas de tensión ocasionado por la naturaleza aleatoria del viento, repercutiendo en la calidad de la energía. Para solventar estos problemas se hace el uso de la electrónica de potencia, para regular el voltaje suministrado por el generador se emplea convertidores CC (corriente continua) a CC y para realizar la conversión de corriente continua (CC) a alterna (CA) se hace uso de inversores, tales que el voltaje de alterna cumpla con las características de amplitud, frecuencia, fase y la reducción de la distorsión armónica total (DAT) requeridas para la transmisión a la red eléctrica. En este artículo se abordará el problema de mantener la amplitud y frecuencia del inversor a los estándares usados en la red de baja tensión, la cual estará conectado de manera aislada a una carga resistiva y no lineal.

En la literatura existen diversos algoritmos de control implementado en los convertidores electrónicos de potencia para lograr el seguimiento o regulación del voltaje de salida del convertidor al voltaje deseado. Existen trabajos basados en el enfoque clásico del control PID como se cita en (Ramesh et al., 2014; Anak Ajot et al., 2017; Cherati et al., 2011). Otros, como en (Bagheri and Komurcugil, 2022; Guo et al., 2019) hacen uso de técnicas de control no lineal como los modos deslizantes empleando estrategias de reducción de chattering para evitar el efecto de ruido que provocaría en sistemas eléctricos. En (Kolbaşı and Seker, 2019) se propone el uso del control robusto basado en el backstepping con el objetivo de dar seguimiento a una referencia de voltaje a través de una acción de control suave. En (Omar et al., 2019) se diseña un control backstepping para un inversor monofásico que opere de manera independiente a la red eléctrica, el controlador se realimenta de tres señales siendo estas el voltaje en la carga, la corriente que le suministra a la carga y la corriente de la bobina. En (Abouloifa et al., 2018) se diseña un controlador usando la misma técnica de control pero usando también observadores de estados lineales y adaptativos, con el fin de controlar el sistema de convertidor boost-inversor monofásico. En (Abderrahim et al., 2013) se propone la técnica de control backstepping junto a la técnica del seguimiento del máximo punto de potencia (MPPT, por sus siglas en inglés) con el fin de variar la tensión de referencia y la corrección del factor de potencia (PFC, por sus siglas en inglés).

La técnica de control propuesta en este artículo es una nueva metodología basada en el backstepping implementando ganancias variables en función del error con el fin de evitar el efecto windup en el sistema.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se describe las ecuaciones del inversor monofásico de potencia de puente completo. En la sección 3, se diseña el controlador backstepping usando las funciones de saturación. En la sección 4, se presentan los resultados de la simulación en los casos de carga resistiva constante y variable, además de carga no lineal representado por un rectificador de onda completa. Finalmente, las conclusiones se presentan en la sección 5.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema del inversor monofásico de puente completo está compuesto por la etapa de potencia, la etapa de filtrado, la etapa de conmutación-control, y la carga resistiva. En la Fig. 1, se muestra el diagrama a bloques que representa al sistema a controlar.

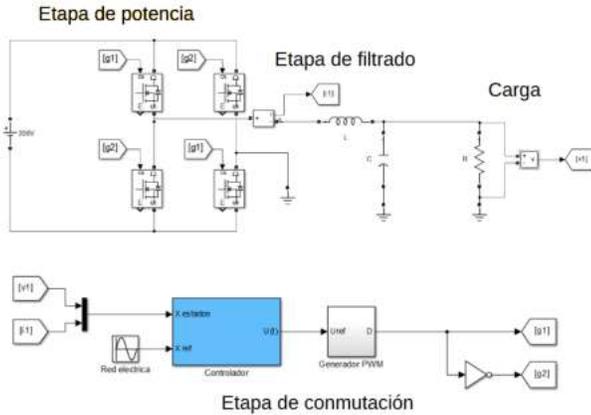


Fig. 1. Diagrama a bloques del inversor.

### 2.1 Modelado del sistema

El modelo matemático del inversor monofásico de puente completo se obtiene a partir de analizar el flujo de la corriente en el circuito. Al conmutar los transistores que forman la etapa de potencia, el voltaje de salida  $V_{AB}$  alterna entre  $E$  y  $-E$ , la cual es la tensión de la fuente de DC, véase la Fig. 2.

La señal que controla la apertura y cierre de los transistores es  $g$ . Cuando  $g=1$ , los transistores  $S1$  y  $S4$  conducen y los restantes no, la corriente circula como se muestra en la Fig. 2. A partir de las leyes de corriente y voltaje de Kirchof se obtiene la dinámica de la corriente en el inductor y del voltaje del capacitor.

$$C\dot{v}_C = -v_C/R + i_L, \quad (1)$$

$$L\dot{i}_L = E - v_C, \quad (2)$$

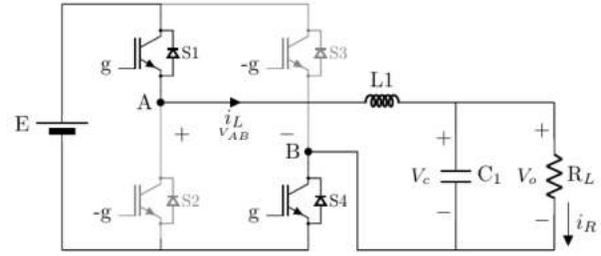


Fig. 2. Modo de operación 1.

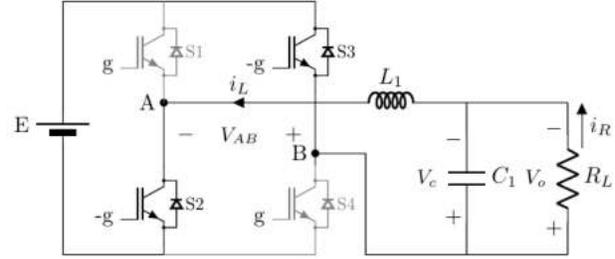


Fig. 3. Modo de operación 2.

donde  $i_L$  es la corriente de la bobina,  $v_C$  es el voltaje del capacitor que está en paralelo a la resistencia de carga resistiva  $R$ ,  $L$  es la inductancia,  $C$  es la capacitancia y  $E$  es el voltaje de CC que alimenta al inversor.

Cuando  $g=-1$ , los transistores  $S3$  y  $S2$  conducen y los restantes no, la corriente cambia de dirección como se ilustra en la Fig. 3. Realizando el mismo análisis, se obtiene:

$$C\dot{v}_C = -v_C/R + i_L, \quad (3)$$

$$L\dot{i}_L = E - v_C. \quad (4)$$

Estas ecuaciones representan el comportamiento del inversor en los dos estados de conmutación dada por  $g$  se pueden promediar, haciendo un cambio en (2) y (4), introducimos una nueva variable  $u$  que cambie el signo del voltaje  $E$ . Al realizar estos cambios se obtiene el modelo promedio del inversor.

$$\dot{v}_C = -v_C/(RC) + i_L/C, \quad (5)$$

$$\dot{i}_L = E/Lu - v_C/L, \quad (6)$$

$$y = v_C. \quad (7)$$

La salida del sistema  $y$  es la variable de estado  $v_C$ , que es el voltaje del inversor. La salida del sistema estará siguiendo una señal de referencia sinusoidal con frecuencia y amplitud establecidas.

## 3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Se propone un esquema de control backstepping modificando la ganancia del controlador en base a la saturación del error.

$$\kappa_i = \begin{cases} b_i |z_i|^{(\mu-1)} & \text{si } |z_i(t)| > d_i \\ b_i d_i^{(\mu-1)} & \text{si } |z_i(t)| \leq d_i \end{cases}. \quad (8)$$

La función de saturación (8) esta definida a trozos,  $b_i$  y  $d_i$  acota las ganancias  $\kappa_i$  en función del error y el coeficiente  $0 < \mu_i \leq 1$  define el comportamiento de la función de saturación como se ilustra en la Fig. 4. Observe que, si  $\mu_i = 1$  entonces la ganancia  $\kappa_i$  se vuelve constante y toma el valor de  $b_i$ . El control backstepping con ganancia variable pasa a ser un control backstepping con ganancias contantes.

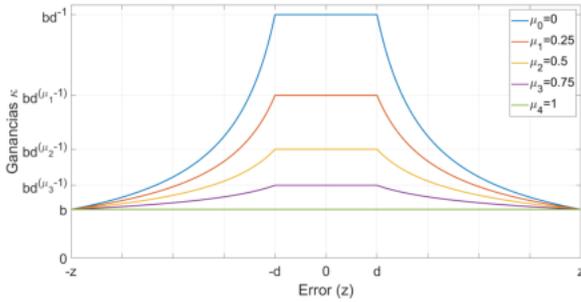


Fig. 4. Función de saturación para diferentes valores de  $\mu$ .

El diseño del controlador backstepping emplea el teorema de Lyapunov (Gordillo, 2009), que define la estabilidad del sistema en lazo cerrado implementando el controlador backstepping.

*Teorema 1.* Considere el sistema dado por  $\dot{x} = f(x)$  y suponga que existe una función continuamente diferenciable  $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$V(0) = 0, \quad (9)$$

$$V(x) > 0, \quad x \in \mathcal{D}, \quad x \neq 0, \quad (10)$$

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq 0, \quad x \in \mathcal{D}. \quad (11)$$

Entonces, el equilibrio  $x = 0$  es estable en el sentido de Lyapunov. Si además cumple

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0, \quad x \in \mathcal{D}, \quad x \neq 0, \quad (12)$$

el equilibrio  $x = 0$  es asintóticamente estable. Esta estabilidad será global si  $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$  y, además, la función  $V$  es radialmente no acotada, es decir,  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$ . Finalmente existen escalares  $\delta, \beta, \gamma > 0$  y  $p \geq 1$  tales que

$$\delta \|x\|^p \leq V(x) \leq \beta \|x\|^p, \quad x \in \mathcal{D}, \quad (13)$$

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq \gamma V(x), \quad x \in \mathcal{D},$$

entonces el equilibrio  $x = 0$  es exponencialmente estable. Esta estabilidad será considerada exponencialmente estable si existen escalares  $\alpha$  y  $\beta$  tales que cumplan:

$$\|x\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\beta t}, \quad t \geq 0, \quad \text{para todo } x(0) \in \mathbb{R}^n. \quad (14)$$

A partir del modelo del inversor propuesto en las expresiones (5) y (6) deberemos hacer las siguientes suposiciones para el diseño del controlador:

- (1) El voltaje del capacitor  $v_C$  y la corriente de la bobina  $i_L$  están disponibles para su medición.

- (2) Los parámetros del inversor como lo son la inductancia ( $L$ ), la capacitancia ( $C$ ) y la resistencia ( $R$ ) son constantes y conocidas.
- (3) La referencia de voltaje ( $v_r$ ) es continua y derivable múltiples veces.

Para el diseño del controlador, se realiza un cambio de coordenadas que define el error de seguimiento de una trayectoria dada por la referencia de voltaje

$$z_1 = v_C - v_r, \quad (15)$$

$$z_2 = \frac{i_L}{C} - \alpha - \dot{v}_r. \quad (16)$$

En la ecuación (16), la variable  $\alpha$  se le denomina control virtual y este será determinado después usando el teorema 1.

Al derivar la expresión (15) se obtiene la dinámica del error  $z_1$ .

$$\dot{z}_1 = -\frac{v_C}{RC} + \frac{i_L}{C} - \dot{v}_r. \quad (17)$$

Se propone a  $i_L$  como la entrada de control del subsistema (17). Se sustituye la ecuación (16) en (17) dejándolo en términos de  $z_2$  y de  $\alpha$ .

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha - \frac{v_C}{RC}. \quad (18)$$

Empleando el teorema 1 se propone la función de Lyapunov que cumpla con las condiciones de dicho teorema.

$$V_1(z_1) = 1/2 z_1^2. \quad (19)$$

Se propone la ley de control virtual  $\alpha$ , para sustituirlo en la ecuación (18).

$$\alpha = -\kappa_1 z_1 + \frac{v_C}{RC}. \quad (20)$$

Al derivar la ecuación (19) y sustituirla en (18) verificamos que la función candidata de Lyapunov será estable si  $z_2 \rightarrow 0$  en un tiempo  $t \rightarrow \infty$ .

$$\dot{V}_1 = -\kappa_1 z_1^2 + z_1 z_2. \quad (21)$$

Para el diseño de la ley de control que establezca la dinámica en lazo cerrado del inversor, se deriva la dinámica del error en la ecuación (16).

$$\dot{z}_2 = \frac{E}{LC} u - \frac{v_C}{LC} - \frac{\partial \alpha}{\partial v_C} \dot{v}_C - \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \dot{v}_r - \ddot{v}_r. \quad (22)$$

Se propone la función candidata de Lyapunov expresado en la ecuación (23), para poder diseñar la ley de control  $u$ .

$$V_2(z_1, z_2) = V_1 + 1/2 z_2^2. \quad (23)$$

Se propone la ley de control

$$u = \frac{LC}{E} \left[ -\kappa_2 z_2 - z_1 + \frac{v_C}{LC} + \frac{\partial \alpha}{\partial v_C} \dot{v}_C + \frac{\partial \alpha}{\partial v_r} \dot{v}_r + \ddot{v}_r \right], \quad (24)$$

donde las derivadas parciales de la ley de control virtual son:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial v_C} = \begin{cases} -b_1 \mu_1 |z_1|^{(\mu_1-1)} + 1/RC & \text{si } |z_1| > d_1 \\ -b_1 \mu_1 d_1^{(\mu_1-1)} + 1/RC & \text{si } |z_1| \leq d_1, \end{cases} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial v_r} = \begin{cases} -b_1 \mu_1 |z_1|^{(\mu_1-1)} & \text{si } |z_1| > d_1 \\ -b_1 \mu_1 d_1^{(\mu_1-1)} & \text{si } |z_1| \leq d_1. \end{cases} \quad (26)$$

Para comprobar la estabilidad del inversor con el controlador propuesto, se verifica la estabilidad asintótica empleando la expresión (23). Al derivar  $V_2$  y sustituir en la ecuación (24), se comprueba que ésta sea definida negativa, como se muestra en la expresión (27).

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -\kappa_1 z_1^2 - \kappa_2 z_2^2 \leq 0.\end{aligned}\quad (27)$$

#### 4. RESULTADOS

Con el propósito de demostrar el correcto funcionamiento del sistema bajo la ley de control propuesta, se presentan los resultados de simulación que compara a los controladores backstepping (BS) y backstepping con ganancia saturada (BSSG) implementado en el sistema de inversor monofásico electrónico de potencia. Los parámetros del sistema se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros de la simulación.

Parámetro	Valor	Unidad
Voltaje de fuente DC, E	200	$V_{DC}$
Inductancia, L	220	$\mu\text{H}$
Capacitancia, C	200	$\mu\text{F}$
Resistencia nominal, R	20	$\Omega$
Frecuencia de conmutación, $f_{sw}$	15	kHz
Voltaje de salida, $V_{out}$	120	$V_{RMS}$
Frecuencia de salida, $f_e$	60	Hz
$R_2$	200	$\Omega$
$C_2$	600	$\mu\text{F}$
$b_1$	$1.96 \times 10^5$	
$b_2$	$2.55 \times 10^5$	
$d_1$	0.01	
$d_2$	1	
$\mu_1$	0.95	
$\mu_2$	0.98	

Se propone tres casos de operación para el inversor: en el caso nominal, la resistencia de carga del inversor permanece constante en el tiempo que dura la simulación; en el caso de carga resistiva variable, la resistencia varía en el tiempo; en el tercer caso, la carga del inversor es un rectificador de puente completo, el cual representa una carga no lineal para el sistema.

##### 4.1 Caso nominal

En el caso nominal, la resistencia de la carga permanece constante en el tiempo que dura la simulación.

En la Fig. 5 se observa los resultados de la simulación para los controladores BS y BSSG en el seguimiento de voltaje. Ambos controladores logran el seguimiento de la referencia sin transitorios perceptibles o sobreimpulso. El error de seguimiento de voltaje es menor a los 200 mV pico, como se muestra en la Fig. 6.

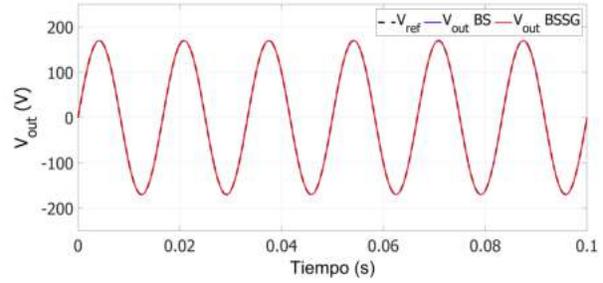


Fig. 5. Voltaje de salida del inversor. Comparación de resultados entre los controlador BS y BSSG.

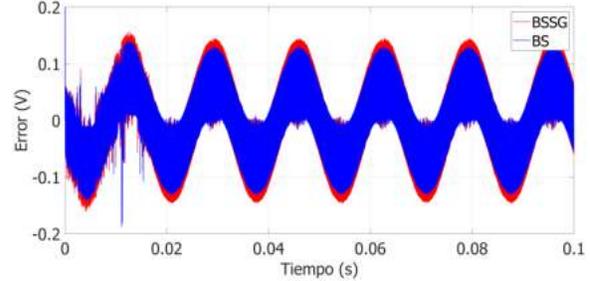


Fig. 6. Comparación del error de seguimiento entre el voltaje de salida del inversor y la referencia senoidal.

Las ganancias empleadas por el controlador BSSG se muestra en la Fig. 7. La variación de estas ganancias,  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$ , dependen de los errores  $z_1$  y  $z_2$  y de las tolerancias  $d_1$  y  $d_2$ .

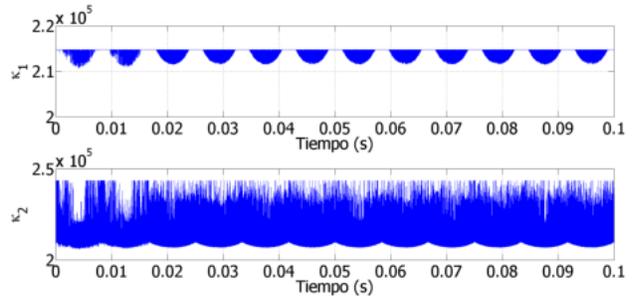


Fig. 7. Ganancias del control BSSG en el caso nominal.

Los resultados para el caso nominal se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultado del controlador en el caso nominal dónde la carga resistiva es constante.

Controlador	DAT	$V_{out}$
BS	0.04%	120 V RMS
BSSG	0.03%	120 V RMS

##### 4.2 Caso de carga resistiva variable

La carga varía según la ecuación (28), esto provoca una perturbación para el sistema que fue diseñado tomando

en cuenta una resistencia nominal de  $20 \Omega$ .

$$R = \begin{cases} 20 \Omega & \text{si } t < 50 \text{ ms} \\ 12 \Omega & \text{si } t \geq 50 \text{ ms}. \end{cases} \quad (28)$$

En la Fig. 8 y Fig. 9 se presentan los resultados de los controladores BS y BSSG para el sistema del inversor monofásico con cambio de carga. Al realizar el cambio de la resistencia de carga, la demanda de corriente provoca una caída de tensión que debe ser compensada por el controlador.

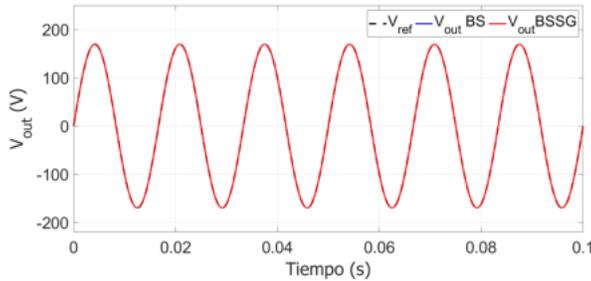


Fig. 8. Voltaje de salida del inversor. Comparación de los controladores BS y BSSG para el caso de carga variable resistiva.

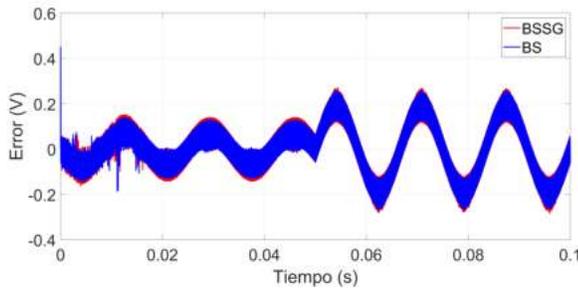


Fig. 9. Error de seguimiento de los controladores BS y BSSG para el caso de carga resistiva variable.

El efecto de la perturbación en la resistencia de carga afecta al error de seguimiento de voltaje y por ende a las ganancias del control BSSG, como se muestra en la Fig. 10, esto por el error del voltaje en la salida del sistema.

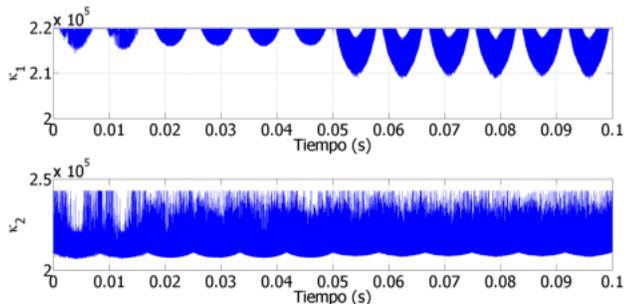


Fig. 10. Ganancias del controlador BSSG para el caso donde el inversor opera con cambio en la resistencia de carga.

Los resultados para el caso de carga resistiva variable se resumen en la Tabla 3.

Tabla 3. Resultados obtenidos al hacer variar la carga en el inversor.

Controlador	DAT	$V_{out}$
BS	0.06%	120 V rms
BSSG	0.06%	120 V rms

#### 4.3 Caso de carga no lineal

En la Fig. 12 se muestra los resultados del voltaje de salida del sistema controlado por BS y BSSG. El error de seguimiento, mostrado en la Fig. 13, presenta picos con amplitud de 500 mV debido a la presencia de la carga no lineal. La carga no lineal es representado por el rectificador de onda completa con carga de una resistencia en paralelo con un capacitor para reducir el rizado, como se muestra en la Fig 11.

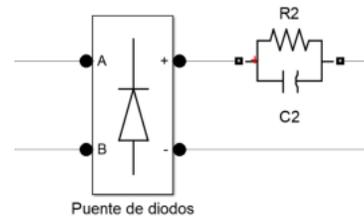


Fig. 11. Puente de diodos con carga RC en paralelo.

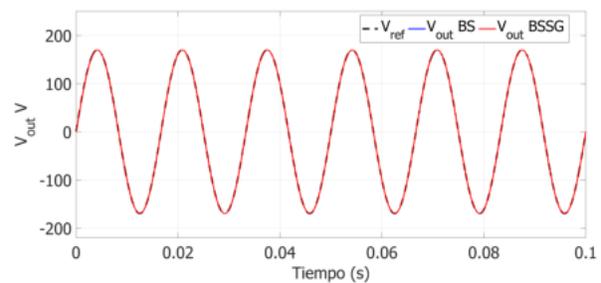


Fig. 12. Voltaje de salida del inversor. Comparación de los controladores BS y BSSG para el caso de carga no lineal.

Las ganancias del controlador BSSG se muestra en la Fig. 14. La variación del error de seguimiento provoca la disminución del valor de las ganancias  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$ .

En la Tabla 4, se resumen los resultados obtenidos al implementar los controladores BS y BSSG en el inversor para el caso de carga no lineal.

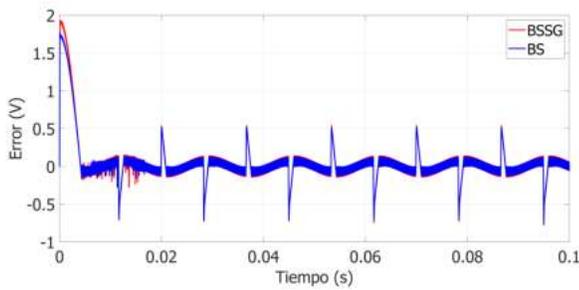


Fig. 13. Error de seguimiento de los controladores BS y BSSG para el caso de carga no lineal.

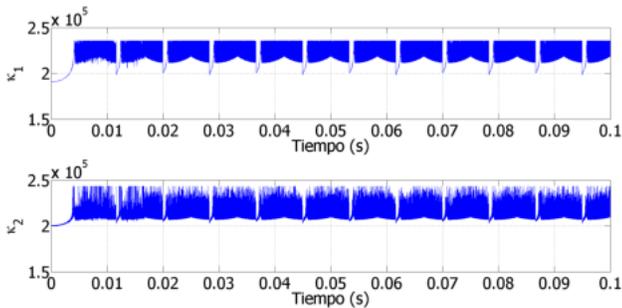


Fig. 14. Ganancias del controlador BSSG en el caso de carga no lineal.

Tabla 4. Resultado del sistema implementando los controladores BS y BSSG para el caso de carga no lineal.

Controlador	DAT	$V_{out}$
BS	0.19%	120 V rms
BSSG	0.20%	120 V rms

## 5. CONCLUSIÓN

Se implementó con éxito la técnica de control backstepping con ganancia saturada en un inversor electrónico de puente completo, se realizaron las simulaciones para diferentes casos de operación a los que podría operar el sistema. Los resultados demuestran que en ambos controladores lograron el seguimiento de la señal de referencia, ante cargas lineales y no lineales sin deformar la onda sinusoidal. El índice de distorsión armónica se mantuvo por debajo del 5% como señala las norma IEEE-519. En los casos donde la carga era completamente resistiva el algoritmo de control BSSG tiene un transitorio menor al BS. Por otro lado no se puede apreciar una mejora significativa en la reducción del índice DAT.

Este algoritmo de control podrá implementarse en un inversor monofásico tomando en consideración el uso de sensores para cada variable del sistema. El procesamiento computacional de las derivadas y las condiciones usadas por la función saturación requerirá de el uso de procesadores digitales de señales.

## ACKNOWLEDGEMENTS

Los autores agradecen a la Universidad del Istmo por prestar las instalaciones, y al CONAHCYT por el apoyo económico y de recursos académicos.

## REFERENCES

- Abderrahim, E.F., Fouad, G., and Abdelmounime, E.M. (2013). Backstepping control for maximum power tracking in single phase grid-connected photovoltaic system. *International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*.
- Abouloifa, A., Aouadi, C., Lachkar, I., Boussairi, Y., Aourir, M., and Hamdoun, A. (2018). Output-feedback nonlinear adaptive control strategy of the single-phase grid-connected photovoltaic system. *Journal of Solar Energy*.
- Anak Ajot, T., Salimin, S., and Roziah, A. (2017). Application of pi current controller in single phase inverter system connected to non linear load. *International Research and Innovation Summit (IRIS2017)*.
- Bagheri, F. and Komurcugil, H. (2022). A sliding-mode control with efficient chattering alleviation for single-phase voltage source inverters. *GAZI UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE*.
- Cherati, S., Azli, N., Md, S., and Mortezaei, A. (2011). Design of a current mode pi controller for a single-phase pwm inverter. *IEEE Applied Power Electronic Colloquium*, 180–184. doi:10.1109/IAPEC.2011.5779864.
- Gordillo, F. (2009). Estabilidad de sistemas no-lineales basada en la teoría de lyapunov. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 6.
- Guo, B., Su, M., Sun, Y., Wang, H., Dan, H., Tang, Z., and Cheng, B. (2019). A robust second-order sliding mode control for single-phase photovoltaic grid-connected voltage source inverter. *IEEE Access*, 7, 53202–53212.
- Kolbaşı, E. and Seker, M. (2019). Nonlinear robust backstepping control method approach for single phase inverter.
- Omar, D., Najia, E.S., Fatima, E., Ahmed, G., and Chakib, A. (2019). Control of single phase inverter using backstepping in stand alone mode. *International Conference on Wireless Technologies, Embedded and Intelligent Systems*.
- Ramesh, R., Dhanaseely, A.J., and Malar, R.S.M. (2014). Design of single phase inverter using pid controller for nonlinear load application.