

# Synchronization and consensus of a group of direct current servo motors using the differential flatness control approach

Bogdan Kaleb García Rivera\* Jesús Linares Flores\*\*
Arturo Hernández Méndez\*\*\* José Antonio Juárez Abad\*\*\*\*
Antonio Orantes Molina†

```
* Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, 69000 México
(e-mail: garb981202@gs.utm.mx)

*** (e-mail: jlinares@mixteco.utm.mx)

**** (e-mail: arturo@mixteco.utm.mx)

**** (e-mail: tonito@mixteco.utm.mx)
```

Abstract: This article deals with a differential flatness control leader-follower for a group of DC servo motors. Graph theory uses to design the form of connection and communication between servo motors. Each servo motor includes an integral action in its local control. In contrast, the input control law of the leader incorporates the speed desired reference trajectory, which will track each servo motor connected to the leader. The speed desired reference trajectory build employing a high-order Bezier polynomial—the experimental setup using the dSPACE equipment DS1104 model. The experimental results show the effectiveness and robustness of the synchronization and consensus of the control based on the differential flatness property for the group of DC servomotors.

Keywords: Synchronization and Consensus, DC Servomotors, DC Motor Model, Differentially Flatness Systems, Linear Extended State Observer.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, existe una amplia gama de aplicaciones industriales donde los motores de corriente directa (CD) son ampliamente utilizados debido a su costo económico, fácil mantenimiento, alta confiabilidad y alta eficiencia (Güzey and DUMLU (2018)). En muchas aplicaciones se requiere de una buena sincronización entre los diferentes actuadores (motores de CD) y para conseguir eso se aplica el enfoque de control de consenso a un conjunto de actuadores.

En este sentido, se han desarrollado esquemas de control para la sincronización de velocidad, de corriente y reparto de par en motores de CD. Un ejemplo relevante es el trabajo realizado por Zhang et al. (2019), donde propone un sistema de control cooperativo que se enfoca a conseguir consenso en la cantidad total de par desarrollado en cada actuador de un conjunto regulando a una referencia deseada.

En este contexto, el consenso y la sincronización se aplica a diversas variables de control. Un trabajo relevante en este sentido se realiza por Zhang et al. (2022), donde se propone la implementación de un control de seguimiento utilizando el concepto líder-seguidor. Este enfoque utiliza un observador para verificar el control de coordinación de sincronismo en un sistema multimotor. De esta forma se realiza el consenso de la velocidad y posición angular a través de una interacción parcial de los agentes.

De acuerdo a lo que se propone en Zhu et al. (2014), se establece que para facilitar un control de sincronización entre motores de CD, se necesita que los actuadores sean muy parecidos en características y tamaño. Esto asegura que los motores respondan de forma similar a las señales de control aplicadas, lo cual es fundamental para lograr una sincronización efectiva. La sincronización se logra mediante la intercomunicación eventos, donde la información se transmite a través de los estados adyacentes de los motores. Esta acción corresponde a los sistemas multiagente inteligente.

Zhou et al. (2019) hace uso del enfoque de control basado en la propiedad de planitud diferencial del sistema robótico con la finalidad de estabilizar y hacer seguimiento de trayectorias. Esta propiedad permite diseñar un control robusto en lazo cerrado. Los experimentos realizados, utilizan objetos con diversas distribuciones de presión, formas y materiales de contacto, los cuales se colocaron en diferentes posiciones iniciales que requieren

maniobras de acción de cambio, difíciles de alcanzar para la posición de destino. Los resultados obtenidos mostraron un promedio de error de 1,67 mm en traslación y 0,5° en orientación a lo largo de 60 ensayos experimentales, por lo que el diseño del controlador basado en planitud diferencial logra la estabilidad adecuada en este caso. Por otra parte, Ramírez-Cárdenas et al. (2019) presenta una estrategia de control distribuido con comunicación activada por eventos, que resuelve el problema de consenso líder-seguidor, de un conjunto de robots móviles tipo péndulo invertido (RMPI). La linealización de las ecuaciones de movimiento de los RMPI, alrededor del punto de equilibrio permite explotar las propiedades de planitud diferencial. Asumiendo que los vehículos se comunican mediante una red, cuya topología es representada por un grafo no dirigido y fuertemente conectado, se diseña una ley de control distribuido y una función de evento que indica el instante en el que el i-ésimo vehículo debe transmitir información (su estado) a sus vecinos.

## 1.1 Contribución

Se lleva a cabo el diseño e implementación de un control de consenso y sincronización de un grupo de motores de CD. El sistema se basa en el modelo dinámico de un motor de CD y se usa la propiedad de planitud diferencial para diseñar los controladores distribuidos de seguimiento de velocidad angular del tipo proporcional-integral (PI). El objetivo principal es lograr una sincronización de posición y velocidad angular del grupo de motores interconectados. Para esto, se utiliza el concepto de lider-seguidor, donde un motor maestro establece la referencia de velocidad angular para que el resto de los motores sigan esta referencia. Se diseñan observadores de estado extendido que permite a los motores esclavos prescindir de sensores de velocidad. Los resultados a nivel simulación y experimentación muestran la efectividad y robustez de la propuesta.

En la segunda sección del documento se examina el modelo dinámico de un motor de CD, mientras que en la tercera sección se expone el diseño de control basado en la propiedad de planitud diferencial y el concepto líder-seguidor. Lo resultados a nivel simulación se presentan en la cuarta sección. Mientras que la quinta sección se muestra el diseño de la plataforma experimental. La sección seis muestra los resultados experimentales del controlador. Finalmente, la séptima sección proporciona las conclusiones de todo el trabajo.

#### 2. MODELO DINÁMICO DEL MOTOR DE CD

A partir de la Fig. 1 y aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff y la segunda ley de Newton, se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = u - R_a i_a - K_e \omega \tag{1}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_m i_a - D\omega - \tau_L \tag{2}$$

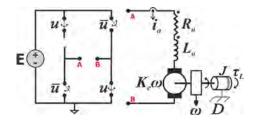


Fig. 1. Modelo dinámico de un motor de CD.

donde, la variable u corresponde al valor promedio de la señal de control,  $L_a$  es el valor nominal de la inductancia de armadura,  $i_a$  es la corriente de armadura,  $\omega$  representa la velocidad angular del motor, J es el momento de inercia del eje del motor, el coeficiente de fricción viscosa se denota como D y el par de carga desconocido se representa como  $T_L$ . Las constantes  $K_m$  y  $K_e$ , corresponden a la constante del par del motor y de fuerza electromotriz producida, las cuales se consideran iguales por el principio de conservación de la energía.

$$L_a \frac{di_a}{dt} = u - R_a i_a - K_e \omega \tag{3}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = K_m i_a - D\omega - \tau_L \tag{4}$$

#### 3. PARAMETRIZACIÓN DIFERENCIAL

Usando la Proposición 2.4.1 Sira-Ramirez and Agrawal (2004) se sabe que el sistema (3) y (4) es completamente controlable y por lo tanto cumple con ser diferencialmente plano, de ahí se calcula la salida plana mediante la siguiente ecuación:

$$F = (0 \ 1)\varsigma^{-1} \begin{pmatrix} i_a \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{JL_a}{K_m} \omega \tag{5}$$

donde,  $\varsigma$  es la matriz de controlabilidad de Kalman del sistema (3) y (4). Por lo tanto, de esta última ecuación sin perdida de generalidad se escoge como salida plana a la velocidad angular del motor,

$$F = \omega \tag{6}$$

Antes de llevar a cabo la parametrización diferencial, se realiza un par de suposiciones, la primera es que si la inductancia de armadura es de un valor muy pequeño, es decir, muy cercano a cero. Entonces la caída de potencial en esa inductancia también es cercana a cero.

$$L_a \approx 0, L_a \frac{di_a}{dt} \approx 0 \tag{7}$$

De ahí, despejando el valor nominal de la corriente de armadura en equilibrio, se obtiene lo siguiente:

$$\bar{i_a} = \frac{u - K_e \omega}{R_a} \tag{8}$$

Sustituyendo (8) en (4) y asumiendo que la constante del par del motor  $(K_m)$  y la constante de fuerza electromotriz  $(K_e)$  son iguales, es decir,  $K_m = K_e = K$ . Por lo tanto, al resolver la ecuación para la entrada de control en función de la salida plana, se obtiene

$$u = \left(\frac{JR_a}{K}\right)\dot{F} + \left(\frac{DJR_a}{K} + JK\right)F\tag{9}$$

Note que el sistema reducido de primer orden del motor de CD conserva la propiedad de planitud diferencial, es decir conserva la salida plana escogida en (6). Este resultado es fundamental para el diseño del controlador de seguimiento de velocidad angular de sincronización y consenso basado en el principio líder-seguidor.

## 3.1 Teoría de grafos y algoritmo de consenso líder-seguidor

La teoría de grafos se ha utilizado de manera extensa en el control de sistemas dinámicos, especialmente en el ámbito del control distribuido y en la planificación de rutas y trayectorias de robots móviles. Esta teoría proporciona herramientas y técnicas para representar y analizar la estructura y las interconexiones de los componentes de un sistema dinámico, lo que resulta útil para diseñar estrategias de control y coordinación eficientes.

Un grafo se puede representar matemáticamente como  $\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$ , donde  $\mathcal{V}$  representa el conjunto de vértices existentes en el grafo, es decir,  $\mathcal{V}=1,2,...,N,$  y  $\mathcal{E}$  representa los enlaces o aristas del grafo. Si un enlace (i,j) está en  $\mathcal{E}$ , entonces (j,i) también está en  $\mathcal{E}$ , lo cual implica que el grafo  $\mathcal{G}$  es bidireccional. Si esta condición no se cumple, se dice que el grafo es dirigido (Olfati-Saber and Murray (2004)). Los estados de cada nodo se desarrollan en función de su dinámica específica.

$$\dot{x_i} = f(x_i, u_i) \tag{10}$$

donde  $x_i \in \mathbf{R^n}$  y  $u_i \in \mathbf{U} \in \mathbf{R^p}$ . De esta manera, se puede establecer una relación matemática entre los nodos del grafo y los estados del sistema dinámico. La idea central de la sincronización y consenso del sistema dinámico completo implica que todos los componentes del sistema deben converger hacia una misma trayectoria común, denotada como  $x_s(t)$ . Matemáticamente, esto se expresa mediante la condición de convergencia:

$$\lim_{t \to \infty} ||x_i(t) - x_s(t)|| = 0 \ para \ i = (1, 2, ...N)$$
 (11)

En base a lo mencionado anteriormente, el sistema exhibirá una topología cíclica, lo que implica que los sistemas adyacentes de los actuadores intercambiarán información retroalimentada entre sí. La Figura 2 ilustra el diagrama del sistema, mostrando la interconexión entre los actuadores. Con esto dicho, el sistema se implementa con una entrada de control como la siguiente:

$$u_i(t) = -\sum_{j \in N_i} K(x_i(t) - x_j(t))$$
 (12)

Donde K es una ganancia y los estados de los subsistemas adyacentes se representan por  $x_i$  y  $x_j$  respectivamente.

Para el caso del consenso líder-seguidor, el objetivo principal es que todos los agentes de un sistema converjan a una misma trayectoria en común, siendo lidereados por uno de ellos. El sistema en lazo cerrado debe cumplir con lo siguiente:

$$||x_i(t) - x_0(t)|| = 0, i = 1, ..., N$$

El consenso líder-seguidor en un sistema se logra cuando cada agente, representado por el índice "i" en el conjunto

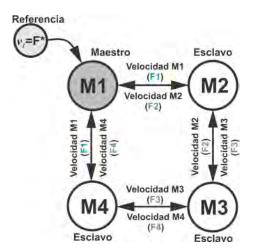


Fig. 2. Grafos para la sincronización y consenso de velocidad angular de los 4 servomotores de CD.

de agentes 1,...,N, utiliza un control distribuido estático  $u_i$  que depende únicamente de los estados de los agentes vecinos  $x_j$  donde j pertenece al conjunto de vecinos del agente i, denotado como  $N_i$ .

$$||x_i(t) - x_0(t)|| \le \Delta, \ i = 1, ..., N$$

La representación del vector de estado del líder se denota como  $x_0$ , que pertenece a un conjunto X que está contenido en el espacio de n dimensiones,  $\mathbf{R^n}$ . Además, cuando  $t \to \infty$  con  $\Delta \epsilon \mathbf{R^n} > 0$  y para cualquier condición inicial  $x_i(0), i = 0, 1..., N$ .

#### 3.2 Control de sincronización y consenso líder-sequidor

A partir de (9) y siguiendo las interconexiones dadas en la Fig. 2, se diseña el control de sincronización y consenso de velocidad angular del líder y de sus respectivos seguidores. Se sustituye la derivada de más alto orden de la salida plana por un controlador virtual denotado por,  $v_1 = \dot{F}$ . De ahí, se tiene el diseño del controlador líder (maestro) de la siguiente manera:

$$u_{1} = \beta_{1}v_{1} + \beta_{0}F_{1}$$

$$v_{1} = \dot{F}^{*} - k_{1}(F_{1} - F^{*}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{1}(\tau) - F^{*}(\tau)) d\tau$$

$$-k_{1}(F_{1} - F_{2}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{1}(\tau) - F_{2}(\tau)) d\tau$$

$$-k_{1}(F_{1} - F_{4}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{1}(\tau) - F_{4}(\tau)) d\tau$$

$$(14)$$

con

$$\beta_1 = \frac{JR_a}{K}, \ \beta_0 = \frac{DJR_a}{K} + JK$$

El diseño de los controladores llamados seguidores o esclavos se escriben de la siguiente forma,

 $u_2 = \beta_1 v_2 + \beta_0 F_2$ 

$$v_{2} = -k_{1} (F_{2} - F_{1}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{2} (\tau) - F_{1} (\tau)) d\tau$$

$$-k_{1} (F_{2} - F_{3}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{2} (\tau) - F_{3} (\tau)) d\tau$$
(16)
$$u_{3} = \beta_{1} v_{3} + \beta_{0} F_{3}$$
(17)
$$v_{3} = -k_{1} (F_{3} - F_{2}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{3} (\tau) - F_{2} (\tau)) d\tau$$

$$-k_{1} (F_{2} - F_{4}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{2} (\tau) - F_{4} (\tau)) d\tau$$
(18)
$$u_{4} = \beta_{1} v_{4} + \beta_{0} F_{4}$$
(19)
$$v_{4} = -k_{1} (F_{4} - F_{3}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{4} (\tau) - F_{3} (\tau)) d\tau$$

$$-k_{1} (F_{4} - F_{1}) - k_{0} \int_{0}^{t} (F_{4} (\tau) - F_{1} (\tau)) d\tau$$
(20)

(15)

Donde el subíndice 1 se refiere al control del motor maestro, mientras que los subíndices 2 al 4 se refieren a los controladores de los motores esclavos. Las ganancias  $k_1$  y  $k_0$  de los controladores se sintonizan a través de un polinomio Hurwitz de segundo con el firme objetivo de asegurar la estabilidad asintótica de los errores de seguimiento de la velocidad angular en cada uno de los agentes, y con ello garantizar la sincronización y consenso de la velocidad angular entre los cuatro agentes.

#### 3.3 Diseño de los observadores de estado extendido

En el trabajo presentado por Linares-Flores et al. (2012) se plantea el objetivo de estimar la velocidad angular del motor de CD utilizando un observador lineal de estado extendido de orden reducido. Para el diseño del observadores de estado extendido de la velocidad angular de los motores esclavos, la variable de monitoreo disponible es la velocidad angular del motor maestro, así como cada una de las entradas de control de los respectivos motores (seguidores o esclavos). Los valores nominales de los parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son conocidos. A partir de la derivada de la velocidad angular en (9), se hace una copia de la misma y se añade una extensión dínamica de la perturbación desconocida, pero radialmente acotada.

$$Y_i = \hat{\omega}, u_i, \eta_i = p(t) \tag{21}$$

donde  $Y_i$  representa la estimación de la velocidad angular, $u_i$  es la entrada de control del sistema y  $\eta_i$  es la entrada de perturbación desconocida, pero acotada.

$$\dot{Y}_i = u_i + \eta_i + \lambda_1(\omega_1 - Y_i) 
\dot{\eta}_i = \lambda_0(\omega_1 - Y_i)$$
(22)

En esta expresión,  $\omega_1$  representa la velocidad del motor maestro, mientras que  $\lambda_1$  y  $\lambda_0$  son las ganancias del observador. Del mismo modo, el subíndice i abarca desde 2 hasta 4, representando a los motores esclavos. Para determinar las ganancias  $\lambda_1$  y  $\lambda_0$ , es necesario igualarlas a un polinomio Hurwitz de la forma  $s^2 + 2\zeta\omega_n s + w_n^2$ . En este caso, se tiene que  $\lambda_1 = 2\zeta\omega_n$  y  $\lambda_0 = w_n^2$ .

Al aplicar el diseño de los observadores la única variable que se monitorea es la variable  $\omega_1$  la cual corresponde al motor maestro. Por lo tanto, a continuación se tiene el diseño de los tres observadores de estado extendido que estiman las variables de velocidad angular de los tres motores esclavos:

$$\dot{Y}_2 = u_2 + \eta_2 + \lambda_1(\omega_1 - Y_2) \dot{\eta}_2 = \lambda_0(\omega_1 - Y_2)$$
(23)

$$\dot{Y}_3 = u_3 + \eta_3 + \lambda_1(\omega_1 - Y_3) \dot{\eta}_3 = \lambda_0(\omega_1 - Y_3)$$
(24)

$$\dot{Y}_4 = u_4 + \eta_4 + \lambda_1(\omega_1 - Y_4) \dot{\eta}_4 = \lambda_0(\omega_1 - Y_4)$$
(25)

donde los subíndices de 2 al 4 se refieren a los motores esclavos, y  $\omega_1$  es la variable medida del motor maestro. Los valores de las ganancias  $\lambda_1$  y  $\lambda_0$  aseguran la estabilidad asintótica de los errores de observación de cada una de velocidades angulares de cada uno de los agentes. Los eigenvalores para la sintonización de las ganancias de los observadores  $\lambda_1$  y  $\lambda_0$ , no son afectados por los eigenvalores de los controladores del tipo PI y viceversa. El diseño de los controladores y de los observadores de estado extendido se llevan a cabo de forma independiente, y esto se logra gracias al principio de separación.

## 4. CO-SIMULACIÓN DEL SISTEMA

La co–simulación Matlab/Simulink–PSIM del sistema propuesto se basó en la metodología dada en Sira-Ramírez et al. (2014), con el objetivo de lograr una mayor aproximación a los resultados experimentales. En dichas pruebas se ajusta el periodo de muestreo en 100  $\mu$ s para que coincida con las pruebas experimentales. La velocidad de referencia dada por el nodo maestro se establece en  $\omega^*=250$  rpm. En Fig. 3 se muestran las respuestas de las cuatro velocidades angulares de cada nodo ajustándose a la referencia deseada.

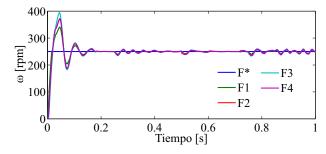


Fig. 3. Respuestas de velocidad angular del grupo de servomotores de CD.

En la simulación se aplican perturbaciones de par en cada motor del sistema. Al motor maestro M1 la perturbación se aplica en el instante de tiempo t=0.25s, al motor esclavo M2 se le aplica en t=0.5s y finalmente al motor esclavo M3 la perturbación de par es en t=0.75s. En la Fig. 3 se observa que se compensan adecuadamente las perturbaciones.

En Fig. 4 se muestra la respuesta de velocidad angular en los cuatro motores de CD, de los cuales tres se sincronizan con la velocidad angular del motor de CD maestro. Otro escenario de prueba en la simulación, es provocar un fallo en los sensores de velocidad angular de los motores esclavos. En el tiempo t=0.2s se activan las velocidades estimadas por los tres observadores de estado extendido. La velocidad angular de referencia de M1 (maestro) se establece en 250rpm. En la Fig. 4 se muestra que las velocidades angulares de M2, M3 y M4 convergen en la referencia de velocidad deseada.

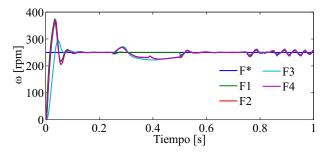


Fig. 4. Respuesta de velocidad angular usando las variables estimadas.

#### 5. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

En Fig. 5 se muestra la plataforma experimental la cual se compone de 4 servomotores de CD, 4 motores de CD para aplicación de par de carga, 4 convertidores de puente completo, 2 convertidores de frecuencia a voltaje y un equipo dSPACE CP1104. El periodo de muestreo utilizado es de 100  $\mu$  s.



Fig. 5. Plataforma experimental.

Los parámetros nominales de los motores M1, M2, M3 y M4, se obtienen mediante la metodología descrita en Hernández Capacho and Quijano Ortega (2013-07-16). Los valores nominales de los parámetros se muestran en la Tabla 1. La Tabla 2 muestra los dispositivos empleados en la plataforma experimental.

## 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Figura 6 muestra la respuesta de velocidad angular de los cuatro motores sincronizados y consensados a la trayectoria de referencia deseada. En el intervalo de tiempo de 1 a

Tabla 1. Parámetros nominales de los servomotores de CD.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Momento de inercia	J	1.4756 E-05	$Kg.m^2$
Fricción viscosa	В	8.7019 E-06	N.m.s
Fuerza electromotríz	$K_e$	0.05182931	V/rad.s
Par del motor	$K_m$	0.05182931	N.m/A
Resistencia de armadura	R	7.1	Ω
Inductancia eléctrica	L	0.002987	Н

Tabla 2. Dispositivos electrónicos de la plataforma experimental.

Nombre	Valor
Motor CD	Modelo JGA-25
Motor CD	Modelo 775
Conversor de frecuencia-voltaje	Modelo: LM2907
Fuente de alimentación	12 V a 10 A
Puente H	Modelo: L298N
Relé	$36~\mathrm{V}$ DC a $10~\mathrm{A}$
Equipo dSpace	Modelo: CP1104

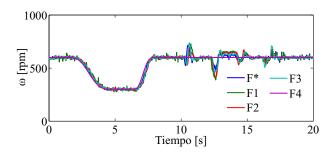


Fig. 6. Respuestas de velocidad angular ante perturbaciones de par de carga en cada motor.

 $5\ s$ , se redujo la velocidad de  $600\ a$   $300\ rpm$ , y luego en el intervalo de  $6\ a$   $8\ s$ , se aumentó la velocidad de  $300\ a$   $600\ rpm$ . Durante esta prueba, se provocó una perturbación de par en el servomotor maestro en t=10s. Posteriormente en t=12s se aplica un par de carga en el esclavo M2. También, se provocaron otras dos perturbaciones de par de carga en el motor esclavo M3 en t=14s y en el motor esclavo M4 en t=16s. El desempeño estático y dinámico del control de sincronización y consenso en presencia de par de carga en los diferentes servomotores es muy robusto y estable.

En Fig. 7 se muestra la respuesta de velocidad angular del sistema con una trayectoria de referencia que parte de un valor inicial de 600~rpm hasta 400~RPM en un intervalo de tiempo de 4s. Después de 1s, se realiza otra trayectoria que inicia en 400~rpm y llega a 200~rpm en un intervalo de 2~s. Posteriormente, se activan pares de carga en M4~t=10s y en M3 en t=12s. En seguida, también se aplica par de carga en M2 en t=14s y en t=16s.

Para las pruebas experimentales utilizando estimación de velocidad angular en los motores esclavos, se utiliza el perfil de referencia de velocidad angular mostrado en Fig. 6. En esta prueba se provoca un fallo del sensor de

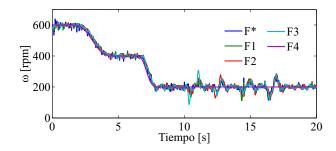


Fig. 7. Respuesta de velocidad angular ante perturbaciones de par de carga.

velocidad en M2 en t=3s. En Fig. 8 se muestra el comportamiento dinámico de la respuesta de velocidad angular ante par de carga aplicado a cada motor.

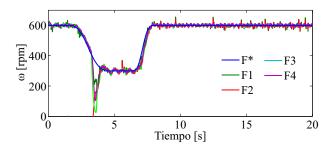


Fig. 8. Respuesta de velocidad angular de sincronización y consenso usando la variable de velocidad estimada en M2.

La sustitución de las velocidades estimadas por los observadores de estado extendido se utilizan en la ley de control de sincronización y consenso del grupo de servomotores de CD interconectados como esclavos. Se utiliza la misma trayectoria que se utilizó anteriormente. En este caso, se realiza la activación parcial de los observadores de los motores. En t=3s se activa el observador del motor esclavo M2, seguido de la activación del observador del motor esclavo M3 y, finalmente, se activa el último observador correspondiente al motor esclavo M4. Para validar el control, se realiza la misma activación del par de carga aplicado a cada uno de los ejes como se muestra en Fig. 6.

#### 7. CONCLUSIONES

La sincronización y el consenso de velocidad angular del sistema se lograron gracias a la aplicación de la teoría de grafos y al enfoque líder-seguidor en sistemas multiagente-inteligente para un grupo de servomotores de CD. La propiedad de planitud diferencial y la teoría de perturbaciones singulares fue clave en el cálculo del algoritmo de sincronización y consenso. Esto simplificó el diseño del controlador basado en planitud diferencial más un término integral del error de la salida. El diseño de los observadores de estado extendido sirvió para simplificar el diseño de la propuesta del sistema multiagente—inteligente, ya que mediante el cual se evita medir las

velocidades angulares de los tres servomotores esclavos. Se comprueba la robustez del algoritmo de sincronización y consenso de velocidad angular del grupo de servomotores de CD aplicando perturbaciones de par en pruebas experimentales.

#### REFERENCES

Güzey, H.M. and DUMLU, A. (2018). Nonlinear consensus-based synchronizing tracking control of networked dc motors. In 2018 6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT), 1–6. doi:10.1109/CEIT.2018.8751823.

Hernández Capacho, C.G. and Quijano Ortega, M.G. (2013-07-16). Obtención experimental de los parámetros del motor que se utilizará en el sistema de locomoción de una esfera rodante.

Linares-Flores, J., Barahona-Avalos, J.L., Sira-Ramirez, H., and Contreras-Ordaz, M.A. (2012). Robust passivity-based control of a buck-boost-converter/dcmotor system: An active disturbance rejection approach. IEEE Transactions on Industry Applications, 48(6), 2362–2371.

Olfati-Saber, R. and Murray, R. (2004). Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. <u>IEEE Transactions on Automatic Control</u>, 49(9), 1520–1533. doi:10.1109/TAC.2004.834113.

Ramírez-Cárdenas, O.D., Guerrero-Castellanos, J.F., J., L.F., J., Durand, S., and Guerrero-Sánchez, W. (2019). Control descentralizado basado en eventos para el consenso de múltiples robots tipo péndulo invertido en el esquema líder-seguidor. Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial, 16(4), 435–446. doi:10.4995/riai.2019.11113.

Sira-Ramirez, H. and Agrawal, S.K. (2004). <u>Differentially</u> flat systems. Crc Press.

Sira-Ramírez, H., Linares-Flores, J., García-Rodríguez, C., and Contreras-Ordaz, M.A. (2014). On the control of the permanent magnet synchronous motor: An active disturbance rejection control approach. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 22(5), 2056–2063. doi:10.1109/TCST.2014.2298238.

Zhang, B., Mo, S., Zhou, H., Qin, T., and Zhong, Y. (2022). Finite-time consensus tracking control for speed sensorless multi-motor systems. Applied Sciences, 12(11).

Zhang, C., Lin, Z., Liu, J., He, J., Wu, H., and Li, P. (2019). Consensus-based total-amount cooperative tracking control for multi-motor locomotive traction system. <u>Journal of the Franklin Institute</u>, 356(2), 819–834.

Zhou, J., Hou, Y., and Mason, M.T. (2019). Pushing revisited: Differential flatness, trajectory planning, and stabilization. The International Journal of Robotics Research, 38(12-13), 1477–1489.

Zhu, W., Jiang, Z.P., and Feng, G. (2014). Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models. Automatica, 50(2), 552–558. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2013.11.023.