

# Formation Control Design for Multi-Quad-Rotors with Experimental Validation

JC Rodríguez-Cervantes \* A. Dzul \* H. Ríos \*.\*\*

\* Tecnologico Nacional de México/I.T. La Laguna, C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México. (E-mails: rodriguezcervantesjc@gmail.com, aedzull@lalaguna.tecnm.mx, hriosb@lalaguna.tecnm.mx) \*\* CONAHCYT IxM, C.P. 03940, CDMX, México.

Resumen: This paper deals with the design of a controller that guarantees the formation of multiple flying vehicles, specifically Quad-Rotor vehicles. The proposed controller is based on PID control laws and Continuous Sliding Modes (Continuous Twisting Algorithms). In order to show the feasibility and performance of the controller, experimental results were carried out using the Crazeflie Quad-Rotors.

Keywords: Multi-Agent Systems, Formation Control, UAV, Quad-Rotors, Tracking.

# 1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas dos décadas, el interés en la investigación sobre el control cooperativo, aplicado en sistemas de tipo multi-agentes, ha ido incrementando exponencialmente, tanto en las comunidades de control automático como en las de robótica. Esto se debe a las diversas aplicaciones potenciales en áreas civiles y militares (Ren and Beard, 2008). Por ejemplo, algunas de estas aplicaciones incluyen el mapeo y la localización (McGuire et al., 2019), la vigilancia de objetivos (Kingston et al., 2008), la búsqueda y rescate (Senanayake et al., 2016), la agricultura inteligente (Albani et al., 2017), así como el transporte cooperativo (Maza et al., 2009).

El objetivo del control cooperativo consiste en el diseño de una ley de control que considere la dinámica de los robots (agentes) y la topología de interacción entre ellos, con el fin de alcanzar la tarea deseada para el grupo. En comparación con un sólo robot, el uso de varios robots, que trabajan de manera cooperativa para resolver una tarea en grupo, nos proporciona robustez ante fallos individuales; además, mejora la efectividad operativa y reduce los costos, entre otros beneficios (Li and Duan, 2017). En este trabajo, se analizará el diseño del control de formación de Quad-Rotors.

En este contexto, es posible encontrar una amplia cantidad de literatura centrada en estrategias de control para estabilizar y dar seguimiento a trayectorias utilizando Quad-Rotors. Diversos estudios han propuesto enfoques y técnicas para optimizar su rendimiento y capacidad de respuesta. El control de formación es una técnica fundamental en el ámbito del control cooperativo de sistemas multi-agentes. En el control de formación, el objetivo es lograr que todos los robots alcancen y mantengan una configuración geométrica predefinida (Ren et al., 2007). En el trabajo de (Turpin et al., 2012), se estudió el control de formación para Quad-Rotors y se propuso un algoritmo de planificación de trayectorias para vuelos en formación agresiva. Por otro lado, en (Dong et al., 2014), se propuso un controlador basado en consenso para abordar el problema de formación variante en el tiempo en múltiples Quad-Rotors.

En el trabajo (Damien, 2009), se propone un controlador robusto basado en un observador de perturbaciones utilizando Modos Deslizantes, con el fin de lograr el vuelo en formación; sin embargo, este enfoque se limita a configuraciones triangulares, restringiendo la realización de ciertos patrones geométricos. Por otro lado, en el trabajo (González-Sierra et al., 2016), se propone un enfoque de control multi-agentes para lograr la formación de patrones geométricos, considerando la evasión de obstáculos y colisiones mediante el uso de campos vectoriales repulsivos.

Estos estudios demuestran una variedad de enfoques y técnicas utilizadas para abordar el control y la formación de UAVs, considerando factores como la evasión de obstáculos, perturbaciones externas. Cada uno de estos enfoques contribuye al avance de la investigación en este campo y ofrece perspectivas interesantes para el desarrollo de sistemas de control más robustos y eficientes, sin embargo, muy pocos muestran resultados experimentales.

En este trabajo, se busca lograr el seguimiento de trayectorias para una formación de un grupo de Quad-Rotors, adoptando un patrón geométrico deseado. Para lograrlo, se utiliza un enfoque basado en técnicas de Modos Deslizantes, (González-Sierra et al., 2020) y (Ríos et al., 2019), el cual permite un seguimiento robusto de trayectorias al controlar la posición y orientación de cada Quad-Rotor. Este enfoque es validado experimentalmente.

La organización del documento es la siguiente: en la Sección 2 se presenta el planteamiento del problema; en la Sección 3, se muestran algunos conceptos necesarios para el desarrollo del controlador obtenido. En la Sección 4, se describe la selección de los controladores virtuales para las señales de referencia, así como la estrategia de control. La validación experimental de esta propuesta está plasmada en la Sección 5. Finalmente, se presentan las conclusiones en la Sección 6.

### 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA



Figura 1. Representación esquemática del Quad-Rotor

Considere un grupo de n Quad-Rotors. La dinámica simplificada de cada uno de ellos (ver Figura 1, y para detalles de modelado, ver Carrillo et al. (2013)), está dada por:

$$\dot{\xi}_{1i} = \xi_{2i},\tag{1a}$$

$$\dot{\xi}_{2i} = g_{\xi}(\eta_{1i})u_{mi} - G,$$
 (1b)

$$\dot{\eta}_{1i} = \eta_{2i},\tag{1c}$$

$$\dot{\eta}_{2i} = J_i \tau_i + \Xi_i w_\eta(\eta_{2i}), \tag{1d}$$

donde  $i = 1, 2, \ldots, n = \overline{1, n}$ , con n como la cantidad de Quad-Rotors en la formación.  $\xi_{1i} := \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$ ,  $\xi_{2i} := \begin{bmatrix} \dot{x}_i & \dot{y}_i & \dot{z}_i \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$ ,  $\eta_{1i} := \begin{bmatrix} \phi_i & \theta_i & \psi_i \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$ ,  $\eta_{2i} := \begin{bmatrix} \dot{\phi}_i & \dot{\theta}_i & \dot{\psi}_i \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$ . Las variables  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$  representan las coordenadas en el plano horizontal,  $z_i \in \mathbb{R}$  es la posición vertical, mientras que  $\phi_i, \theta_i, \psi_i \in \mathbb{R}$  son el ángulo de inclinación alrededor del eje X (alabeo), el ángulo de inclinación alrededor del eje Y (cabeceo), y el ángulo de giro alrededor del eje Z (guiñada), respectivamente. Los términos  $G := \begin{bmatrix} 0 & 0 & g \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3, J_i := \text{diag}(J_{xi}^{-1}, J_{yi}^{-1}, J_{zi}^{-1}) \in$  $\mathbb{R}^{3\times 3}$  y  $\tau_i := \begin{bmatrix} \tau_{\phi_i} & \tau_{\theta_i} & \tau_{\psi_i} \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$ , son el vector de gravedad, la matriz de inercia y el vector de momento angular, con g como la aceleración gravitacional,  $J_{xi}, J_{yi}$  y  $J_{zi}$  como los momentos de inercia a lo largo de los ejes X, Y y Z, mientras que  $\tau_{\phi_i}, \tau_{\theta_i}$  y  $\begin{array}{ll} \tau_{\psi_i} \in \mathbb{R} \text{ representan los momentos angulares de ba-}\\ \text{lanceo, cabeceo y guiñada, respectivamente. El término}\\ u_{m_i} \coloneqq u_i/m_i, \text{ donde } u_i \in \mathbb{R} \text{ representa el empuje total y}\\ m_i \in \mathbb{R}^+ \text{ representa la masa de cada Quad-Rotor. La matriz } \Xi_i \coloneqq \text{diag}(b_{\phi_i}, b_{\theta_i}, b_{\psi_i}) \in \mathbb{R}^{3\times3} \text{ está dada por}\\ \text{los coeficientes de inercia } b_{\phi_i} \coloneqq (J_{yi} - J_{zi})/J_{xi}, b_{\theta_i} \coloneqq (J_{zi} - J_{xi})/J_{yi} \text{ y } b_{\psi_i} \coloneqq (J_{xi} - J_{yi})/J_{zi}. \text{ Las funciones}\\ g_{\xi}(\eta_{1i}) \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \text{ y } w_{\eta}(\eta_{2i}) \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \text{ se definen}\\ \text{de la siguiente manera: } g_{\xi}(\eta_{1i}) \coloneqq [\cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i - \sin \phi_i \cos \psi_i \cos \phi_i \cos \theta_i]^\top\\ \text{ y } w_{\eta}(\eta_{2i}) \coloneqq [\dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \ \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i \ \dot{\psi}_i \dot{\theta}_i]^\top. \text{ Se considera la configuración "+" para los Quad-Rotors. \end{array}$ 

El propósito de este artículo consiste en resolver el problema de formación, para un sistema de múltiples Quad-Rotors, mostrando su viabilidad al obtener resultados experimentales con vehículos nano Quad-Rotors de Crazeflie.

#### 3. PRELIMINARES

Considere una ecuación diferencial, variante en el tiempo (Khalil, 2014), y representada por:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t)), \quad t \ge t_0, \quad t_0 \in \mathbb{R},$$
(2)

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$  es una función continua con respecto a x y medible con respecto a t, con f(t,0) = 0. Se asume que la solución del sistema (2), para una condición inicial  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ , en un tiempo  $t_0 \in \mathbb{R}$  está dada por  $x(t, t_0, x_0)$ , y está definida en algún intervalo de tiempo  $[t_0, t_0 + T)$  donde  $0 \leq T < \infty$ . Sea  $\Omega$  un subconjunto abierto de  $\mathbb{R}^n$  tal que  $0 \in \Omega$ .

Definición 1. (Khalil, 2014), (Polyakov, 2011). En el punto de equilibrio x = 0, el sistema (2) se caracteriza de la siguiente manera:

- Se dice que es Uniformemente Estable (UE) si, para cualquier  $\epsilon > 0$ , existe un  $\delta(\epsilon)$  tal que para cualquier  $x_0 \in \Omega$ , si  $|x_0| \le \delta(\epsilon)$ , entonces  $|x(t, t_0, x_0)| \le \epsilon$  para todo  $t \ge t_0$ , para cualquier  $t_0 \in \mathbb{R}$ .
- Se dice que es Uniformemente Exponencialmente Estable (UEE) si cumple la condición de UE y tiene convergencia exponencial desde  $\Omega$ , es decir, para cualquier  $x_0 \in \Omega$ , se cumple que  $|x(t, t_0, x_0)| \leq k \cdot$  $|x_0| \cdot e^{-\gamma(t-t_0)} \operatorname{con} k, \gamma > 0$  para todo  $t \geq t_0 y$ cualquier  $t_0 \in \mathbb{R}$ .
- Se dice que es Uniformemente Estable en Tiempo-Finito (UETF) si cumple la condición de UE y converge en un tiempo finito desde  $\Omega$ , es decir, para cualquier  $x_0 \in \Omega$ , existe un  $0 \leq T_{x_0} < +\infty$ tal que  $x(t, t_0, x_0) = 0$  para todo  $t \geq t_0 + T_{x_0}$  y cualquier  $t_0 \in \mathbb{R}$ . La función  $T_0(x_0) = \inf\{T_{x_0} \geq 0 :$  $x(t, t_0, x_0) = 0, \forall t \geq t_0 + T_{x_0}\}$  se denomina tiempo de establecimiento del sistema (2).

Si  $\Omega = \mathbb{R}^n$ , entonces se dice que x = 0 es globalmente UE (GUE), UEE (GUEE) o UETF (GUETF), respectivamente.

Definición 2. (Ren and Beard, 2008) Un grafo de formación  $\mathcal{G} = \{N, E, C\}$  se compone de un conjunto de nodos  $N = \{R_1, \ldots, R_n\}$ , que corresponden a cada agente; un conjunto de aristas  $E = \{(R_jR_i) \in N \times N, |, i = j\}$ , que indica que el agente  $R_i$  recibe información del agente  $R_j$ , y un conjunto de etiquetas  $C = \{c_{ji} \in \mathbb{R}^3, |, (R_jR_i) \in N \times$  $N, i = j\}$ , que representa un vector de posición relativa deseada del agente  $R_i$  con respecto al agente  $R_j$ . Además, sea  $N_i \subset N$  el conjunto de posiciones detectables del agente  $R_i$ .

Definición 3. (Ren and Beard, 2008) Sea  $\mathcal{G} = \{N, E, C\}$ un grafo de formación. La matriz de adyacencia  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathcal{A} = [a_{ij}]$  de  $\mathcal{G}$  se define como

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & si \ (j,i) \in E, \\ 0, & en \ otro \ caso. \end{cases}$$

Ahora, se introducen las siguientes afirmaciones:

- El agente R<sub>n</sub> se considera el agente líder y los demás agentes como seguidores.
- Si  $N_n = \emptyset$ , significa que el agente líder no recibe información de ningún otro agente.
- Los vectores de formación deseados  $c_{ji}$  son invariantes en el tiempo, es decir,  $c_{ji} = \begin{bmatrix} c_{jix} & c_{jiy} & c_{jiz} \end{bmatrix}^{\top}$ .
- La trayectoria deseada para el agente  $R_n$  se define como  $\xi_d = [x_d \ y_d \ z_d]^T$  y  $\eta_d = [\phi_{\star_n} \ \theta_{\star_n} \ \psi_d]^T$ , donde  $x_d, y_d, z_d$  y  $\psi_d \in \mathcal{C}^{\infty}$  son algunas trayectorias deseadas a seguir, mientras que  $\phi_{\star_n}$  y  $\theta_{\star_n}$  son señales de referencia generadas con unos controles virtuales (serán diseñados más adelante).

Observación 1. El líder es el único agente capaz de conocer la trayectoria deseada.

Observación 2. En el grafo estudiado, el líder tiene un árbol de expansión dirigido, es decir, hay caminos dirigidos desde el líder hacia todos los demás agentes.

Observación 3. La observación 2, indica que ningún agente quedará aislado. De esta manera, se asegura que los agentes converjan hacia la formación deseada utilizando la cantidad mínima de información que los agentes necesitan conocer.

#### 4. ESTRATEGIA DE CONTROL

A continuación, se presenta una estrategia de control basada en tres controladores PID y tres controladores por modos deslizantes continuos (Ríos et al., 2019). El diseño del control de formación propuesto aborda la estrategia para un grupo de Quad-Rotors. Se considera el grafo de formación representado en la Figura 2.

Defínanse los errores de seguimiento del sistema multiagente como:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_{\xi} &= \tilde{\xi}_1 - \xi_d, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\xi} &= \dot{\boldsymbol{e}}_{\xi}, \quad \boldsymbol{\epsilon}_{\xi} &= \int_0^t \boldsymbol{e}_{\xi}(\tau) d\tau, \\ \boldsymbol{e}_{\eta} &= \tilde{\eta}_1 - \eta_d, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{\eta} &= \dot{\boldsymbol{e}}_{\eta}, \quad \boldsymbol{\epsilon}_{\eta} &= \int_0^t \boldsymbol{e}_{\eta}(\tau) d\tau, \end{aligned}$$



Figura 2. Grafo de formación centrado en el líder.

 $\eta_{1n}]^{\top}$ , y  $\eta_d = [\eta_{d1} \quad \eta_{d2} \quad \dots \quad \eta_{dn}]^{\top}$ ; donde  $C_{n,i} \in \mathbb{R}^3$  corresponde al vector de formación del *i*-ésimo agente con respecto al líder,  $\eta_{dk} = [\phi_{\star i} \quad \theta_{\star i} \quad \psi_n]^{\top}$ , con  $i = \overline{1, n-1}$ , y  $\eta_{dn} = [\phi_{\star n} \quad \theta_{\star n} \quad \psi_d]^{\top}$ .  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  y tiene la siguiente forma:

	$\begin{array}{c} 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \\ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \end{array}$	
$\mathcal{A} =$	::··.::	
	0001	
	0000	
	L J	

Es bien conocido que un Quad-Rotor es un sistema subactuado (cuatro entradas para seis grados de libertad), es por ello que dos de los grados de libertad son "controlados" de manera independiente. Generalmente, esos dos grados de libertad corresponden al cabeceo y al alabeo, diseñándose como señales de referencia que facilitan la tarea deseada del Quad-Rotor (regulación o seguimiento). Estas señales de referencia, denotadas como  $\phi_{\star i}$  y  $\theta_{\star i}$ , así como las entradas de control  $u_{m_i}$  y  $\tau_i$ , deben diseñarse adecuadamente para lograr que cada agente esté, a cada instante, en su posición deseada y ángulo deseado. En el caso de las señales de referencia, del *i*-ésimo Quad-Rotor, se introduce un controlador virtual  $\nu_i := [\nu_{x_i} \quad \nu_{y_i} \quad \nu_{z_i}]^{\top}$ en la dinámica del error de posición, por lo tanto:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\xi i} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\xi i}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\xi i} = \nu_i + \omega_{\xi i} (\eta_{1i}, u_{mi}, \nu_i) - \dot{\xi}_{di}$$
(3a)

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\eta i} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\eta i}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\eta i} = J_i \tau_i + \Xi_i w_\eta (\eta_{2i}) - \ddot{\eta}_{di}$$
 (3b)

donde  $\omega_{\xi i}(\eta_{1i}, u_{mi}, \nu_i) = g_{\xi}(\eta_{1i})u_{mi} - G - \nu_i, \ \xi_{di} = [\ddot{\xi}_{dxi} \quad \ddot{\xi}_{dyi} \quad \ddot{\xi}_{dzi}]^{\top}, \ y \ \ddot{\eta}_{di} = [\ddot{\phi}_{\star i} \quad \ddot{\theta}_{\star i} \quad \ddot{\Psi}_i]^{\top}; \ \text{entonces, la} \nu_i \ \text{puede elegirse como:}$ 

$$\nu_{x_i} = u_{m_i}(\cos\phi_{\star_i}\sin\theta_{\star_i}\cos\Psi_i + \sin\phi_{\star_i}\sin\Psi_i), \quad (4a)$$

$$\nu_{y_i} = u_{m_i}(\operatorname{sen}\phi_{\star_i}\operatorname{sen}\theta_{\star_i}\operatorname{sen}\Psi_i - \operatorname{sen}\phi_{\star_i}\cos\Psi_i), \quad (4b)$$

$$\nu_{z_i} = u_{m_i}(\cos\phi_{\star_i}\cos\theta_{\star_i}) \tag{4c}$$

donde  $i = \overline{1, n}$ , y  $\Psi_i = \psi_n$ , salvo en i = n, siendo  $\Psi_n = \psi_d$ . Despejando de (4), el empuje total y las señales de referencia de cada agente están dadas por:

$$u_i = m_i \sqrt{\nu_{xi}^2 + \nu_{yi}^2 + (\nu_{zi} + g)^2},$$
 (5a)

$$\phi_{\star i} = \arcsin\left(u_{m_i}^{-1}(\nu_{xi} \sin \Psi_i - \nu_{yi} \cos \Psi_i)\right),\tag{5b}$$

$$\theta_{\star i} = \arctan\left((\nu_{zi} + g)^{-1}(\nu_{xi}\cos\Psi_i + \nu_{yi}\sin\Psi_i)\right).$$
 (5c)

Las señales generadas a partir de (5) ayudarán a que el sistema logre el vuelo deseado (regulación o seguimiento).

Por lo tanto, el objetivo ahora consiste en diseñar a los controladores virtuales  $\nu_i$ , y la entrada de control  $\tau_i$ , de manera que el vector de error de seguimiento  $e := [e_{\xi} \quad \varepsilon_{\xi} \quad e_{\eta} \quad \varepsilon_{\eta}]^{\top}$  converja a cero. Para ello, considérese que los controladores virtuales  $\nu_{x_i}, \nu_{y_i}$  y  $\nu_{z_i}$ , son diseñados como PIDs, dados por:

$$\nu_{x_i} = K_{0_x i} \epsilon_{x_i} + K_{1_x i} e_{x_i} + K_{2_x i} \varepsilon_{x_i} + \ddot{\xi}_{dxi}, \qquad (6a)$$

$$\nu_{y_i} = K_{0_y i} \epsilon_{y_i} + K_{1_y i} e_{y_i} + K_{2_y i} \varepsilon_{y_i} + \ddot{\xi}_{dyi}, \qquad (6b)$$

$$\nu_{z_i} = K_{0_z i} \epsilon_{x_i} + K_{1_z i} e_{z_i} + K_{2_z i} \varepsilon_{z_i} + \ddot{\xi}_{dzi}, \qquad (6c)$$

donde  $K_{j_x i}, K_{j_y i}, K_{j_z i},$  con  $i = \overline{1, n}$  y  $j = \overline{0, 2}$ , tienen la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ K_{0pi} & K_{1pi} & K_{2pi} \end{pmatrix},$$
(7)

con p = x, y, z, y còn valores asignádos tal que cumplan Hurwitz. Los momentos angulares  $\tau_i = [\tau_{\phi_i} \quad \tau_{\theta_i} \quad \tau_{\psi_i}]^{\top}$ , tienen la siguiente estructura

$$\tau_{\phi_i} = J_{xi}(\bar{\tau}_{\phi_i} - b_{\phi_i}\dot{\theta}_{\star i}\dot{\Psi}_i),\tag{8a}$$

$$\tau_{\theta_i} = J_{yi}(\bar{\tau}_{\theta_i} - b_{\theta_i}\dot{\phi}_{\star i}\dot{\Psi}_i),\tag{8b}$$

$$\tau_{\psi_i} = J_{zi}(\bar{\tau}_{\psi_i} - b_{\psi_i}\dot{\phi}_{\star i}\dot{\theta}_{\star i} + \ddot{\Psi}_i), \qquad (8c)$$

donde  $\bar{\tau}_{ai}$ , con  $a = \phi, \theta, \psi$ , es diseñado como un controlador Twisting-Continuo (TC) (Torres-González et al., 2017):

$$\bar{\tau}_{ai} = v_{ai} - k_{ai0} \lceil \boldsymbol{e}_{\eta} \rfloor^{\frac{1}{3}} - k_{ai1} \lceil \boldsymbol{\varepsilon}_{\eta} \rfloor^{\frac{1}{2}}, \qquad (9a)$$

$$\dot{v}_{ai} = -k_{ai2} \lceil \boldsymbol{e}_{\eta} \rfloor^0 - k_{ai3} \lceil \boldsymbol{\varepsilon}_{\eta} \rfloor^0, \tag{9b}$$

con  $k_{aij} > 0$ , para j = 1, 2, 3, y

$$v_{\phi i} = (J_{xi})^{-1} (b_{\phi_i} \dot{\theta}_{\star i} \dot{\Psi}_i),$$
 (10a)

$$v_{\theta i} = (J_{ui})^{-1} (b_{\theta_i} \dot{\phi}_{\star i} \dot{\Psi}_i), \qquad (10b)$$

$$v_{\psi i} = (J_{zi})^{-1} (b_{\psi i} \dot{\phi}_{\star i} \dot{\theta}_{\star i} + \ddot{\Psi}_i).$$
(10c)

Utilizando (5)-(6) y (9), aplicados al sistema (1), el sistema (3a) tiene una estabilidad Entrada-Estado (ISS -Input-to-State Stability) con respecto a  $e_{\eta}$  y el sistema (3b) es UETF. Las pruebas de estabilidad pueden obtenerse como están presentadas en (González-Sierra et al., 2020) y (Ríos et al., 2019), donde se demostró que la dinámica del error de seguimiento para el sistema (1), bajo la ley de control (9), que de hecho tiene la estructura del Algoritmo Twisting Continuo (TC) (Fridman et al., 2015), es UETF.

# 5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Para demostrar la efectividad del controlador propuesto, éste se implementó en un sistema de dos nano Quad-Rotors Crazyflie. El sistema experimental consta de tres principales componentes: (1) Sistema de posicionamiento Motion Capture de Optitrack; (2) Computadora externa para controladores de posición; (3) Dos nano Quad-Rotors Crazyflie (ver Figura 3); el controlador de orientación se ejecuta abordo de cada nano Crazyflie, mientras que el controlador de posición es ejecutado utilizando ROS (Robot Operating System) desde una computadora externa,

Tabla 1. Ganancias de los controladores

Parámetros						
$K_{1_x i}$	$K_{1_y i}$	$K_{1_z i}$	$k_{\phi i0}$	$k_{\theta i0}$	$k_{\psi i0}$	
28.5	28.5	75	2	2	7	
$K_{0_x i}$	$K_{0_y i}$	$K_{0_z i}$	$k_{\phi i1}$	$k_{\theta i1}$	$k_{\psi i1}$	
18.5	18.6	35	8	8	10	
$K_{2_x i}$	$K_{2yi}$	$K_{2zi}$	$k_{\phi i2}$	$k_{\theta i2}$	$k_{\psi i2}$	
10	10	38	3	3	2	
			$k_{\phi i3}$	$k_{\theta i3}$	$k_{\psi i3}$	
			2	2	1	

la cual envía los datos de  $\phi_{\star i}$ ,  $\theta_{\star i}$ ,  $\psi_d$  y  $u_i$  como consigna a cada nano Crazyflie. Los parámetros del modelo son: g = 9.8[m/s],  $m_i = 0.0032$ [k],  $J_{xi} = 9.827e^{-05}$ [Ns<sup>2</sup>/rad],  $J_{yi} = 8.185e^{-05}$ [Ns<sup>2</sup>/rad],  $J_{zi} = 9.613e^{-05}$ [Ns<sup>2</sup>/rad]. La trayectoria deseada está dada por:  $x_d(t) = r(\arctan(\varphi) +$  $\arctan(t - \varphi) \cos(\omega t) - 0.25, \ y_d(t) = r(\arctan(\varphi) +$  $\arctan(t-\varphi))\operatorname{sen}(\omega t), \ z_d(t) = (h/2)(1+\tanh(t-2.5)) +$  $0.05 \text{ y } \psi_d(t) = 0, \text{ con } r = 0.2[\text{m}], \varphi = 15[\text{rad}] \text{ y } \omega =$  $\pi/5$ [rad/s]; las condiciones iniciales de los agentes son:  $R_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$  y  $R_2 = \begin{bmatrix} -0.25 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$ , el vector de formación  $C_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}^{\top}$ . Las ganancias de las estrategias de control seleccionadas se muestran en el Cuadro 1. Las Figuras 4 y 5 presentan los comportamientos de los seguimientos de las trayectorias de los dos agentes (líder y seguidor, respectivamente), así como sus trayectorias deseadas. El error de seguimiento del nano Quad-Rotor  $R_2$ , con respecto a la trayectoria deseada, se muestran en la Figura 6, mientras que el error de formación del nano Quad-Rotor  $R_1$ , con respecto al Quad-Rotor  $R_2$ , está ilustrado en la Figura 7. Puede observarse en ambos casos que al inicio del experimento los nano Quad-Rotors presentan comportamientos más bruscos, esto es debido a las condiciones iniciales (arranque desde el suelo y apagado) así como al efecto suelo. Una vez que han alcanzado la altura deseada, las señales de los errores rondan el cero. Las Figuras 8 y 9 muestran el comportamiento de las señales de control para el Líder (R2) y el Seguidor (R1), observándose un comportamiento más oscilatorio en la fase transitoria, inicio del experimento, asimismo, los picos en las señales son debidos a pérdidas de la información de las posiciones de los nano Quad-Rotors.



Figura 3. Plataforma experimental.



Figura 4. Comportamiento del seguimiento del agente  $R_2$ .



Figura 5. Comportamiento del seguimiento del agente  $R_1$ .

## 6. CONCLUSION

En este trabajo, se llevó a cabo la validación experimental de una ley de control basada en la teoría de grafos, PIDs y Modos Deslizantes Continuos (Twisting Continuo) para un grupo de dos nano Quad-Rotors Crazyflie. Para ello, se implementó un esquema líder-seguidor que permitió evaluar la efectividad de esta estrategia de control en la formación y seguimiento de los Quad-Rotors. En el trabajo futuro se está considerando las perturbaciones e incertidumbres desde el modelado.



Figura 6. Errores de formación del agente  $R_2$ .



Figura 7. Errores de formación del agente  $R_1$ 



Figura 8. Señales de control del líder.

# ACKNOWLEDGEMENTS

Todos los autores agradecen el apoyo financiero por parte de CONAHCYT: SEP-CONACYT-ANUIES-ECOS



Figura 9. Señales de control del seguidor.

NORD 315597, CONAHCYT IxM CVU 270504 Proyecto 922, 225291, así como a los proyectos financiados por TecNM, y a la Red Internacional de Control y Cómputo Aplicados del TecNM.

## REFERENCIAS

- Albani, D., IJsselmuiden, J., Haken, R., and Trianni, V. (2017). Monitoring and mapping with robot swarms for agricultural applications. In 2017 14th IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance (AVSS), 1–6. IEEE.
- Carrillo, L.G., López, A.D., Lozano, R., and Pégard, C. (2013). Quad rotorcraft control, advances in industrial control.
- Damien, G. (2009). Unmanned aerial vehicle formation flight using sliding mode disturbance observers. In *Aerial vehicles*, 211–234. IntechOpen.
- Dong, X., Yu, B., Shi, Z., and Zhong, Y. (2014). Timevarying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(1), 340–348.
- Fridman, L., Moreno, J.A., Bandyopadhyay, B., Kamal, S., and Chalanga, A. (2015). Continuous nested algorithms: The fifth generation of sliding mode controllers. *Recent advances in sliding modes: From control to intelligent mechatronics*, 5–35.
- González-Sierra, J., Santiaguillo-Salinas, J., and Aranda-Bricaire, E. (2016). Reciprocal collision avoidance for a group of second order agents. In 2016 XVIII Congreso Mexicano de Robotica, 1–5. IEEE.
- González-Sierra, J., Ríos, H., and Dzul, A. (2020). Quadrotor robust time-varying formation control: a continuous sliding-mode control approach. *International Journal of Control*, 93(7), 1659–1676.
- Khalil, H.K. (2014). *Nonlinear control.* Pearson New York.
- Kingston, D., Beard, R.W., and Holt, R.S. (2008). Decentralized perimeter surveillance using a team of uavs. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(6), 1394–1404.

- Li, Z. and Duan, Z. (2017). Cooperative control of multiagent systems: a consensus region approach. CRC press.
- Maza, I., Kondak, K., Bernard, M., and Ollero, A. (2009). Multi-uav cooperation and control for load transportation and deployment. In Selected papers from the 2nd International Symposium on UAVs, Reno, Nevada, USA June 8–10, 2009, 417–449. Springer.
- McGuire, K., De Wagter, C., Tuyls, K., Kappen, H., and de Croon, G.C. (2019). Minimal navigation solution for a swarm of tiny flying robots to explore an unknown environment. *Science Robotics*, 4(35), eaaw9710.
- Polyakov, A. (2011). Nonlinear feedback design for fixedtime stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(8), 2106–2110.
- Ren, W. and Beard, R.W. (2008). *Distributed consensus* in multi-vehicle cooperative control, volume 27. Springer.
- Ren, W., Beard, R.W., and Atkins, E.M. (2007). Information consensus in multivehicle cooperative control. *IEEE Control systems magazine*, 27(2), 71–82.
- Ríos, H., Falcón, R., González, O.A., and Dzul, A. (2019). Continuous sliding-mode control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(2), 1264– 1272. doi:10.1109/TIE.2018.2831191.
- Senanayake, M., Senthooran, I., Barca, J.C., Chung, H., Kamruzzaman, J., and Murshed, M. (2016). Search and tracking algorithms for swarms of robots: A survey. *Robotics and Autonomous Systems*, 75, 422–434.
- Torres-González, V., Sanchez, T., Fridman, L.M., and Moreno, J.A. (2017). Design of continuous twisting algorithm. Automatica, 80, 119–126.
- Turpin, M., Michael, N., and Kumar, V. (2012). Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors. *Autonomous Robots*, 33(1), 143–156.