

Seismic signal estimation in a building-like structure using an adaptive observer

René R. Galaz-Palma^{*} Omar Hernández-González^{**} B. Targui^{***} Guillermo Valencia-Palomo^{*} Rafael A. Galaz-Bustamante^{*}

 * Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de Hermosillo, Hermosillo, Son., México.
 ** CONAHCYT: Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de Hermosillo, Hermosillo, Son., México.
 *** Laboratoire d'Automatique de Caen, 6 Boulevard du Marechal Jun, 14050, Caen Cedex, France.

Abstract: The article focuses on the estimation of a seismic signal in a building-like structure using an adaptive observer. This algorithm allows to estimate to the behavior of the structure based on the accelation measurements, achieving the estimation of uncertain signal. Thus, an adaptive observer is proposed, which estimates both the state and unknown input. The approach is validated by simulating a two-story system using real data from a real earthquake. The results demonstrate the effectiveness of the observer in estimating the displacements in the structure and the unknown seismic signal.

Key words: Linear system, uncertainty, observer, estimation of unknown inputs.

1. INTRODUCCIÓN

El monitoreo de las señales basado en vibraciones y la detección de daños ha sido de vital importancia en la investigación, que ayuda a tomar decisiones para la seguridad urbana en los eventos sísmicos (Fan and Qiao, 2011; Chen et al., 2021; Arabha Najafabadi et al., 2020). Estos eventos son un desafió para el análisis de la respuesta en las estructuras de los edificios, los cuales son considerados como entradas desconocidas en dicho sistema, como se presentan en (Das et al., 2016; Morales-Valdez et al., 2019).

La rápida construcción de edificios de gran altura ha impulsado el desarrollo de estrategias avanzadas para el monitoreo del comportamiento estructural (Erazo and Hernandez, 2014). Tradicionalmente, el monitoreo se ha basado en la instrumentación redundante, que utiliza sensores y equipos adicionales para medir directamente las variables de interés. Sin embargo, esta técnica puede resultar costosa, ocupar mucho espacio y estar expuesta a fallos. En cambio, los observadores de estado se presentan como una alternativa eficiente y económica para estimar los estados y las entradas desconocidas de las estructuras (Hernandez, 2011). Estos observadores utilizan mediciones limitadas y el conocimiento del modelo del sistema para estimar de manera inteligente y adaptativa las señales sísmicas, logrando así una mejor comprensión del comportamiento sísmico de los edificios.

Los sismos, como eventos naturales altamente impredecibles, presentan un desafío para la predicción y control del comportamiento estructural de los edificios. En situaciones de sismos de gran magnitud, los edificios pueden estar sujetos a cargas sísmicas que no se han contemplado en los diseños convencionales (Meirovitch, 2010). Por lo tanto, se concederá necesario el desarrollo de herramientas basadas en observadores de estado que permitan estimar de manera precisa la respuesta estructural, la deformación y el desplazamiento de los edificios ante entradas sísmicas desconocidas o inusuales (Xu et al., 2020).

Una limitación común de la mayoría de los observadores existentes, es que han sido diseñados bajo la suposición de que se conoce completamente el modelo del sistema. El punto importante aquí es que existen muchas aplicaciones prácticas que involucran sistemas cuyos modelos están sujetos a incertidumbre en los parámetros. Cuando se enfrenta a tales situaciones, se requieren observadores adaptables que son capaces de proporcionar estimaciones de los estados y parámetros del sistema (Benabdelhadi et al., 2021). Estos observadores se utilizan especialmente en aplicaciones desafiantes, concretamente en el control, la detección y aislamiento de fallos.

Para abordar este desafío, se han presentado soluciones innovadora que utiliza un observador adaptable basado en el análisis de estabilidad de Lyapunov, permitiendo una estimación de las señales sísmicas en tiempo continuo. En este sentido se ha propuesto un enfoque interesante de estimación de una señal de entrada desconocida en (Galaz-Palma et al., 2022), en el que aborda el desarrollo de un observador robusto para una clase de sistemas lineales sujetos a señales desconocidas, incertidumbres y mediciones de salida con perturbaciones, aplicado a estructuras tipo edificio, donde el análisis de convergencia del observador adaptable propuesto se basa en la teoría de Lyapunov, lo que resultó en un conjunto de Desigualdades Matriciales Lineales (LMI).

En este nuevo artículo, se propone un observador adaptable para lograr estimaciones precisas de la señal sísmica en tiempo continuo mediante un análisis más simple que lo planteado en (Galaz-Palma et al., 2022), donde se presenta un conjunto de LMIs con mayor complejidad, por lo que se propone lograr un observador más simple y que sea una herramienta valiosa para el monitoreo en tiempo real del comportamiento de los edificios frente a eventos sísmicos como trabajo (Jiménez, 2004; Zhu et al., 2020; He et al., 2022). Para validar su eficacia, se realizaron simulaciones utilizando los parámetros de una estructura de dos pisos tipo pórtico y datos escalados de un sismo real, la cual se asume como una entrada desconocida para el sistema.

En este trabajo se describe la formulación del problema y el enfoque propuesto para la estimación del vector de estado y la entrada desconocida en estructuras tipo edificio en tiempo continuo (t), en la Sección 2. Además, se presenta el modelo matemático utilizado para representar el comportamiento sísmico de los edificios (Sección 3), así como el diseño del observador de estado basado en la estabilidad de Lyapunov (Sección 4). Posteriormente, se muestra los resultados de las simulaciones realizadas utilizando datos reales de sismos, lo cual demuestra la efectividad y precisión del observador propuesto (Sección 5). Finalmente, se discute la conclusión obtenida de este estudio (Sección 6).

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considerando el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Dd(t) \\ y = Cx(t) \end{cases}$$
(1)

donde $x = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado del sistema, $y = [y_1(t), y_2(t), \ldots, y_q(t)]^T \in \mathbb{R}^q$ es el vector de salida del sistema, $d = [d_1(t), \ldots, d_p(t)]^T \in$ \mathbb{R}^p es el vector de disturbio del sistema perteneciente a $\mathcal{L}_2[0, \infty)$. Las dimensiones de las matrices del sistema son: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, C \in \mathbb{R}^{q \times n}, D \in \mathbb{R}^{n \times p}$ que corresponden a la matriz de estados, salida y de incertidumbre. El sistema satisface las siguientes suposiciones.

Suposición 1: Las matrices (A, C) son observables.

Suposición 2: $\dot{D}(t)$ pertenece a $\mathcal{L}_2[0,\infty)$, lo que significa que el disturbio esta limitado de energía, por lo que es natural considerar el disturbio.

Definición 1: El sistema se dice que es estable para el criterio de H_{∞} , si se satisface lo siguiente:

- Sin disturbio, el sistema es asintóticamente estable.
- En condiciones iniciales en reposo y con una contante positiva γ la condición se mantiene como:

$$\int_0^\infty x^T(t) x(t) \mathrm{d} t < \gamma^2 \int_0^\infty d^T(t) d(t) \mathrm{d} t$$

donde x(t) es el vector de estado y d(t) es el disturbio en el sistema.

3. MODELO DEL SISTEMA

El diagrama de una estructura tipo edificio es presentado en la Figura 1.



Fig. 1. Estructura tipo edificio.

El modelo se describe mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ l \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ y = \begin{bmatrix} -M^{-1}K & -M^{-1}C_q \end{bmatrix} \eta(t) \tag{2}$$

donde el vector de estado $\eta(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t)]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ representa el desplazamiento $(\eta_1(t) = x(t))$ y la velocidad $(\eta_2(t) = \dot{x}(t))$ de cada piso. La salida del sistema $y \in \mathbb{R}^q$ corresponde a la medición de las aceleraciones en cada piso. Las matrices M, C_q y K se definen como sigue:

$$M = \operatorname{diag}\left[m_1 \ m_2 \ \cdots \ m_n\right] > 0 \tag{3}$$

$$C_{q} = \begin{bmatrix} c_{1} + c_{2} & -c_{2} & \cdots & 0 & 0 \\ -c_{2} & c_{2} + c_{3} & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & c_{n-1} + c_{n} & -c_{n} \\ 0 & 0 & \cdots & -c_{n} & c_{n} \end{bmatrix} \ge 0 \quad (4)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & \cdots & 0 & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & k_{n-1} + k_{n} & -k_{n} \\ 0 & 0 & \cdots & -k_{n} & k_{n} \end{bmatrix} \ge 0 \quad (5)$$

donde m_i , c_i y k_i para i = 1, 2, ..., n representan la masa, la constante de amortiguamiento y la constante de resorte entre los pisos, respectivamente. Estos parámetros definen las características estructurales del edificio.

El vector l permite distribuir la señal escalar $\ddot{x}_g,$ que representa la perturbación en cualquier nivel del edificio:

$$l = \begin{bmatrix} 1 \ 1 \ 1 \ \cdots \ 1 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$
(6)

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Analizando la representación lineal de la estructura tipo edificio de la Ec. (2), este se puede representar de forma general en el sigueinte sistema lineal:

$$\dot{x} = Ax + Dv \tag{7}$$

$$y = Cx \tag{8}$$

donde A es la matriz de estado, x es el vector de estados, D es la matriz de incertidumbre, v siendo el vector de entrada desconocida. También y es la salida medible Ces la matriz de salida. Para el diseño se considera que el sistema satisface la suposición 2.

Para estimar el vector de estado del sistema (7), se considera el siguiente observador:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + D\hat{v} - L(C\hat{x} - y) \tag{9}$$

$$\dot{\hat{v}} = -\gamma H(C\hat{x} - y) \tag{10}$$

donde \hat{x} es el vector de estimación de estado, \hat{v} es el vector de estimación de entrada desconocida, $\gamma > 0$, $L \ge H$ son las ganancias del observador que serán calculadas.

Definiendo el error de estimación como $\bar{x} = \hat{x} - x$ y el de la señal desconocida como $\bar{v} = \hat{v} - v$. Se procede a obtener la derivada del error de estado y del error de entrada desconocida, obteniendo:

$$\dot{\bar{x}} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} \tag{11}$$

$$\dot{\bar{v}} = \dot{\hat{v}} - \dot{v} \tag{12}$$

Sustituyendo la ecuación (7) y (9) en la ecuación (11) se obtiene:

$$\dot{\bar{x}} = A\hat{x} + D\hat{v} - L(C\hat{x} - y) - Ax - Dv$$
(13)
Ordenando términos semeiantes de (13) se obtiene:

$$\dot{\bar{x}} = A(\hat{x} - x) + D(\hat{v} - v) - LC(\hat{x} - x)$$
(14)

simplificando (14) y utilizando los términos del error de (11) y (12), se obtiene:

$$\dot{\bar{x}} = (A - LC)\bar{x} + D\bar{v}.$$
(15)

Analizando para la entrada desconocida se sustituye (10) en (12), se obtiene:

$$\dot{\bar{v}} = -\gamma H C \bar{x} - \dot{v}. \tag{16}$$

Para resolver el sistema anterior, se propone el siguiente teorema

Teorema 1. Considerando el sistema de la forma (1) se puede proponer un observador (9). Si existe un par (A,C) observable, se puede satisfacer la desigualdad:

$$M = PA + A^T P + C^T R^T - RC < 0 \tag{17}$$

permitiendo calcular la ganancia del observador R = -PL y $D^T P = HC$ logrando asegurar que el error convergerá asintóticamente.

4.1 Demostración del Teorema 1

Considerando la siguiente función de Lyapunov:

$$V(\bar{x}, \bar{v}) = V_1(\bar{x}) + V_2(\bar{v}) = \bar{x}^T P \bar{x} + \gamma^{-1} \bar{v}^T \bar{v}$$
(18)

Analizando la estabilidad de Lyapunov se tiene la dinámica de $\dot{V}(\bar{x}, \bar{v})$, quedando:

$$\dot{V}(\bar{x},\bar{v}) = \dot{V}_1(\bar{x}) + \dot{V}_2(\bar{v})$$

$$= \dot{\bar{x}}^T P \bar{x} + \bar{x}^T P \dot{\bar{x}} + \gamma^{-1} \dot{\bar{v}}^T \bar{v} + \gamma^{-1} \bar{v}^T \dot{\bar{v}}$$
(19)

Sustituyendo las Ecs. (15) y (16) en la Ec. (19), se obtiene:

$$\begin{split} \dot{\bar{V}} &= [(A - LC)\bar{x} + D\bar{v}]^T P \bar{x} + \bar{x}^T P[(A - LC)\bar{x} + D\bar{v}] \\ &+ \gamma^{-1} (-\gamma H C \bar{x} - \dot{v})^T \bar{v} + \gamma^{-1} \bar{v}^T (-\gamma H C \bar{x} - \dot{v}) \\ \dot{\bar{V}} &= [\bar{v}^T D^T + \bar{x}^T (A - LC)^T] P \bar{x} + \bar{x}^T P (A - LC) \bar{x} \\ &+ \bar{x}^T P D \bar{v} + \gamma^{-1} [-\dot{v}^T - (\gamma H C \bar{x})^T] \bar{v} \\ &- \bar{v}^T H C \bar{x} - \gamma^{-1} \bar{v}^T \dot{v} \end{split}$$

Considerando lo anterior, se puede reescribir la función \dot{V} como:

$$\begin{split} \dot{\bar{V}} &= \bar{v}^T D^T P \bar{x} + \bar{x}^T (A - LC)^T P \bar{x} \\ &+ \bar{x}^T P (A - LC) \bar{x} + \bar{x}^T P D \bar{v} - \gamma^{-1} \dot{v}^T \bar{v} \\ &- \bar{x}^T (HC)^T \bar{v} - \bar{v}^T H C \bar{x} - \gamma^{-1} \bar{v}^T \dot{v} \end{split}$$

$$V = \bar{x}^{T} [(A - LC)^{T} P + P(A - LC)] \bar{x} + \bar{x}^{T} [PD - (HC)^{T}] \bar{v} + \bar{v}^{T} [D^{T} P - HC] \bar{x} - \gamma^{-1} \dot{v}^{T} \bar{v} - \gamma^{-1} \bar{v}^{T} \dot{v}$$

Agrupando se tiene:

$$\dot{\bar{V}} = \bar{x}^T M \bar{x} - \gamma^{-1} \dot{v}^T \bar{v} - \gamma^{-1} \bar{v}^T \dot{v}$$
(20)

donde

$$M = PA + A^T P + C^T R^T - RC,$$

$$D^T P = HC \text{ y } R = -PL.$$

Con esto se puede asegurar que el error de estimación y el error de la entrada convergerá asintoticamente a cero.

5. RESULTADOS

Con el fin de validar el funcionamiento del observador propuesto, se aplica a un modelo estructural tipo edificio de dos pisos. Los parámetros del sistema que incluyen las masas de los pisos y las constantes de resorte y amortiguador, se presentan en la Tabla 1, que son obtenidos de un prototipo de laboratorio como el de la figura 1.

Tabla 1. Parámetros del sistema

Constante	Valor
m_1	1.504 kg 134 N/m
c_1	$0.25 \mathrm{Ns/m}$
${m_2 \atop k_2}$	$0.565\mathrm{kg}$ $124\mathrm{N/m}$
c_2	$0.25\mathrm{Ns/m}$

Sustituyendo los valores en las ecuaciones (3) a (5), se obtiene las matrices masa M, rigidez K y amortiguamiento c_q .

$$M = \begin{bmatrix} 1.504 & 0\\ 0 & 0.565 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} 258 & -124\\ -124 & 124 \end{bmatrix}$$
$$C_q = \begin{bmatrix} 0.50 & -0.25\\ -0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Para el diseño del observador, se asume que solo están disponibles las aceleraciones del sistema en instantes de tiempo a iteración de 1ms de muestreo, simulado en MATLAB 2022. De acuerdo con la ecuación (9), el observador fue diseñado para estimar la señal de entrada desconocida y el estado del sistema.

Para recrear situaciones de eventos reales y poner a prueba la eficacia del observador propuesto, se recurrió a la información de un sismo real, el cual tiene una componente Norte-Sur del terremoto de 1985 en la Ciudad de México, la cual fue registrada por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). Además, se adaptó la señal de excitación al tamaño reducido del prototipo para que fuera coherente con la estructura.

El parámetro de ajuste del observador es $\gamma = 0.25$. Las condiciones iniciales especificas $x(0) = [0, 0, 0, 0]^T$, y condiciones iniciales del observador $\hat{x}(0) = 1 \times 10^{-3} [1, 1, 0, 0]^T$.

Se calcula las matrices $A, D \neq C$ que describen al sistema

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -171.5426 & 82.4468 & -0.3324 & 0.1662 \\ 219.4690 & -219.4690 & 0.4425 & -0.4425 \end{bmatrix} D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} -171.5426 & 82.4468 & -0.3324 & 0.1662 \\ 219.4690 & -219.4690 & 0.4425 & -0.4425 \end{bmatrix}$$

A partir del Teorema 1 y usando las matrices previas, se obtuvieron las ganancias L y H para la estimación del estado y la entrada desconocida, respectivamente:

$$L = \begin{bmatrix} -1.0407 & 0.4368\\ 1.6112 & -1.0131\\ -0.5280 & 0.2572\\ 1.3244 & -0.6986 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 2.6383 & -1.3129 \end{bmatrix}$$

Las Figuras 2 y 3 muestran el error de la estimación de la entrada y la estimación del estado, respectivamente. En la Figura 4, muestra la comparación entre la entrada medida desconocida y la entrada estimada. Por otro lado las Figuras 5, 6, 7 y 8, presenta la comparación entre las posiciones y velocidades reales de los pisos y su estimación obtenidas mediante el observador.



Fig. 2. Error de entrada estimada $|\hat{v}_i - \ddot{x}_{q_i}|$.



Fig. 3. Error de estado $\|\bar{x}(t)\|$.

6. CONCLUSIÓN

En este artículo se presenta un enfoque innovador para estimar los estados y la entrada desconocida en estructuras tipo edificio durante sismos. El observador adaptable propuesto utiliza mediciones limitadas y conocimiento previo del modelo del sistema para estimar con precisión la respuesta estructural y la señal sísmica desconocida.



Fig. 4. Aceleración sísmica y estimación.



Fig. 5. Estimación de la posición del primer piso.

Los resultados de las simulaciones con datos reales demuestran la eficacia y precisión del observador en la estimación de desplazamientos y señales sísmicas. Este enfoque ofrece ventajas importantes al permitir estimaciones continuas en tiempo real, facilitando el monitoreo y la toma de decisiones durante eventos sísmicos. Además, el observador adaptable es capaz de lidiar con entradas desconocidas y sismos inusuales, lo que lo hace adecuado para situaciones con cargas sísmicas impredecibles. El uso de observadores de estado en la estimación de señales sísmicas en estructuras de edificios tiene el potencial de mejorar la seguridad y confiabilidad en áreas altamente sísmicas, proporcionando una herramienta avanzada para el monitoreo en tiempo real y la detección temprana de posibles daños estructurales. Aunque existen limitaciones y desafíos en su implementación, como la necesidad de un modelo preciso, la selección adecuada de ganancias y la consideración de la incertidumbre, se recomienda continuar investigando para mejorar la precisión y aplicabilidad de estos observadores en situaciones sísmicas desafiantes.



Fig. 6. Estimación de la posición del segundo piso.



Fig. 7. Estimación de la velocidad del primer piso.



Fig. 8. Estimación de la velocidad del segundo piso. 7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado en el marco de actividades de la red internacional denominada Red internacional de control y computo aplicados"soportada por TecNM.

REFERENCIAS

- Arabha Najafabadi, A., Daneshjoo, F., and Ahmadi, H.R. (2020). Multiple damage detection in complex bridges based on strain energy extracted from single point measurement. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 14(3), 722–730.
- Benabdelhadi, A., Giri, F., Ahmed-Ali, T., Krstic, M., El Fadil, H., and Chaoui, F.Z. (2021). Adaptive observer design for wave pdes with nonlinear dynamics and parameter uncertainty. *Automatica*, 123, 109295.
- Chen, B.S., Lee, M.Y., Chen, W.Y., and Zhang, W. (2021). Reverse-order multi-objective evolution algorithm for multi-objective observer-based fault-tolerant control of t-s fuzzy systems. *IEEE Access*, 9, 1556 1574.
- Das, S., Saha, P., and Patro, S. (2016). Vibrationbased damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6(3), 477–507.
- Erazo, K. and Hernandez, E.M. (2014). A model-based observer for state and stress estimation in structural and mechanical systems: Experimental validation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 43(1), 141– 152.
- Fan, W. and Qiao, P. (2011). Vibration-based damage identification methods: A review and comparative study. *Structural Health Monitoring*, 10(1), 83–111.
- Galaz-Palma, R., Targui, B., Hernández-González, O., Valencia-Palomo, G., Espinoza-Molina, A., and Guerrero-Sánchez, M.E. (2022). Robust observer for input and state estimation in building structure systems. *Journal of Vibration and Control*, 0(0), 10775463221117863.
- He, Z., Li, W., Salehi, H., Zhang, H., Zhou, H., and Jiao, P. (2022). Integrated structural health monitoring in bridge engineering. *Automation in Construction*, 136, 104168.
- Hernandez, E.M. (2011). A natural observer for optimal state estimation in second order linear structural systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(8), 2938–2947.
- Jiménez, René y Alvarez-Icaza, L. (2004). Observador adaptable para edificios basado en mediciones de fuerza y aceleración. *Journal of Vibration and Control*, 318– 323.
- Meirovitch, L. (2010). Fundamentals of vibrations. Waveland Press.
- Morales-Valdez, J., Lopez-Pacheco, M., and Yu, W. (2019). Detección de daño en edificios basada en datos de aceleración y redes neuronales convolucionales. Memorias del Congreso Nacional de Control Automático, 145–150.
- Xu, L., Cui, Y., and Wang, Z. (2020). Active tuned mass damper based vibration control for seismic excited adjacent buildings under actuator saturation. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 135, 1–11.
- Zhu, F., Shan, Y., Zhang, J., and Wang, F. (2020). Observer-based fault reconstructions and fault tolerant

control designs for uncertain switched systems with both actuator and sensor faults. *IET Control Theory y Applications*, 14.