

Proportional Integral Observer-Based Controller for an H2AT System under the Takagi-Sugeno Representation

E. Dominguez-Lagunas* G.-L. Osorio-Gordillo*
A-R. Guadarrama-Estrada*

* *Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Interior Internado
Palmira S/N, Col. Palmira, Cuernavaca, Mor. México.
e-mail: m22ce058@cenidet.tecnm.mx*

Abstract. In this article the main objective is the design of a proportional integral (PI) observer that allows estimate the nonmeasurable states of an H2AT pendulum, who represents a person with spinal cord injury and contributes to a better understanding of the behavior of this kind of individuals. Based on the PI observer, a state feedback controller is designed for a system T-S representation.

Keywords: Proportional integral observer, Head-Two-Arms-Trunk (H2AT), Takagi-Sugeno, membership functions.

1. INTRODUCCIÓN

El enfoque T-S es una representación utilizada para modelar sistemas no lineales, el enfoque de sector no lineal consiste en representar mediante modelos locales lineales la dinámica que posee un sistema no lineal. Algunos trabajos que utilizan esta técnica son [Mátyás and Lendek (2021)] donde se diseña un observador con retardo para sistemas difusos T-S. Por otro lado, en [Chiu et al. (2021a)] se desarrolló un control tolerante a fallas para sistemas no lineales descritos por sistemas T-S que satisfacen la condición de Lipschitz. Por último en [Chiu et al. (2021b)] el caso de estudio es un péndulo invertido omnidireccional, el cual es controlado con base en un esquema difuso dual T-S.

Por otro lado, un observador estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control, por ello es que los observadores pueden diseñarse si y solo si se satisface la condición de observabilidad [Ogata (2010)]. Por ello, los observadores son esenciales en el campo del control automático, ya que permiten implementar estrategias de control basadas en la retroalimentación del estado estimado del sistema. Esto con el objetivo de poder desarrollar controladores que se adapten y respondan a las condiciones del sistema.

En la literatura se encuentran distintos métodos y estructuras para llevar a cabo la estimación de estados. En este artículo se presenta un observador proporcional integral (PIO), dicho observador puede proporcionar una estimación continua del estado no medido del sistema en función de las mediciones disponibles que posea el observador.

Algunos trabajos que han abordado este tipo observador se muestran a continuación: en [Zhao et al. (2021)], se llevó a cabo el desarrollo de un observador proporcional integral (PIO) para la estimación de estados H_∞ para una RNN. En [Wu et al. (2020)] se desarrolló una configuración de un sistema de control lineal, el cual permite tener un rendimiento capaz de rechazar perturbaciones, esto mediante un ejemplo numérico. Por último, en [Jiménez-Gómez and Osorio-Gordillo (2022)] se utilizó un observador proporcional integral de orden completo con el objetivo de estimar los estados no medibles del sistema, aplicando este observador a un robot rehabilitador de rodilla.

El control por retro alimentación de estados consiste en estabilizar el comportamiento de un sistema, mediante la medición de los estados del sistema con el único propósito de minimizar el error, la variable controlada y el estado deseado.

El caso de estudio que se desarrolla en este artículo es el péndulo H2AT (Heat 2 Arms and Trunk), el cual representa a una persona con lesión en la médula espinal. En [M.Blandeau and Estrada-Manzo (2016)] se presentó el sistema del péndulo H2AT mediante el enfoque de sector no lineal Takagi-Sugeno, con el objetivo de desarrollar un observador de entradas desconocidas para la estimación de las variables de estado del sistema.

La principal aportación de este artículo es proponer un esquema de control por retroalimentación de estados para estabilizar la posición vertical del péndulo H2AT, con el fin de obtener robustez ante alguna perturbación o falla abrupta del sistema, esto mediante el uso de un observador proporcional integral de orden completo para

la estimación de variables de estado del sistema, además se utiliza el enfoque de sector no lineal Takagi-Sugeno para representar la dinámica del péndulo H2AT.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considere un sistema no lineal bajo el marco de la representación T-S como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^m \mu_i(z) (A_i x(t)) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es la entrada del sistema, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ representa las variables de salida medidas. $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times l}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ son matrices conocidas, $z(t) \in \mathbb{R}^g$ es el vector de variables premisas, $\mu_i(z)$ son las funciones de ponderación y m es el número de modelos locales lineales, el cual es determinado por $m = 2^\rho$, siendo ρ el número de no linealidades en el sistema.

Se asume que el sistema (1) cumple con la propiedad de observabilidad:

$$\text{rank} [C \ CA_i \ \dots \ CA_i^{n-1}]^T = n \quad (2)$$

De igual forma se asume que el sistema (1) es estabilizable si:

$$\text{rank} [\lambda_i - A_i \ B] = n, \forall \lambda \in \mathbb{C}^+ \quad (3)$$

Se considera un observador para la estimación de estados con estructura tipo proporcional integral (PI) para sistemas Takagi-Sugeno, en la Figura 1 se hace referencia al esquema de solución propuesto.

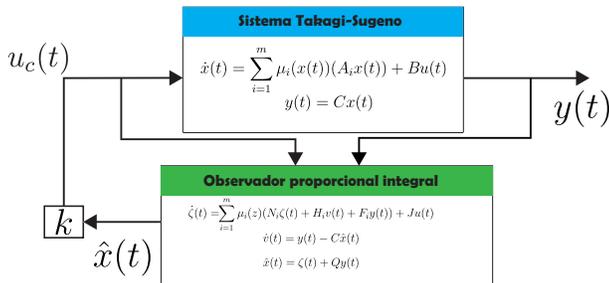


Figure 1. Esquema de control basado en el observador.

$$\dot{\zeta}(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) (N_i \zeta(t) + H_i v(t) + F_i y(t)) + J u(t) \quad (4)$$

$$\dot{v}(t) = y(t) - C \hat{x}(t) \quad (5)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \zeta(t) + Q y(t) \quad (6)$$

donde $\zeta(k) \in \mathbb{R}^{q_0}$ representa el vector de estado del observador proporcional integral, $v(k) \in \mathbb{R}^{q_1}$ es un vector auxiliar y $\hat{x}(k)$ es el vector de estimación del observador. N_i , H_i , F_i , J y Q son matrices desconocidas de dimensiones apropiadas a determinar.

Tomemos en cuenta una matriz $T \in \mathbb{R}^{q_0 \times n}$ para definir el vector transformado de error $\varepsilon(t)$ como la diferencia entre $\zeta(t)$ y $Tx(t)$. De esta manera, la dinámica del error de estimación se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\zeta}(t) - T \dot{x}(t) \quad (7)$$

Sustituyendo los valores de $\dot{x}(t)$ y $\dot{\zeta}(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \sum_{i=1}^m \mu_i(z) [N_i \varepsilon(t) + (N_i T + F_i C - T A_i) x(t) \\ &\quad + H_i v(t) + (J - T B) u(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

usando la definición de $\varepsilon(t)$ en las ecuaciones (5) y (6), puede ser reescritas como:

$$\dot{v}(t) = C[x(t) - \hat{x}(t)] \quad (9)$$

$$\hat{x}(t) = \varepsilon(t) + (T + Q C)x(t) \quad (10)$$

Suponiendo que las siguientes condiciones se cumplen

- a) $N_i T + F_i C - T A_i = 0$
- b) $J = T B$
- c) $T + Q C = I_n$

Por lo que, la dinámica de error de estimación formada por las ecuaciones (8) y (9) se reescribe como:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\varphi}(t)} = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) \underbrace{\begin{bmatrix} N_i & H_i \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{A_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ v(t) \end{bmatrix}}_{\varphi(t)} \quad (11)$$

3. DISEÑO DEL OBSERVADOR PROPORCIONAL INTEGRAL

En esta sección se expone la parametrización de las matrices del observador proporcional integral, empleando las condiciones algebraicas a) y c). Considere la siguiente matriz de rango columna completo $\Sigma = \begin{bmatrix} I_n \\ C \end{bmatrix}$. La condición c) puede escribirse como:

$$[T \ Q] \Sigma = I_n \quad (12)$$

La solución particular de la ecuación (12) para obtener T es:

$$T = \underbrace{\Sigma^+}_{T_1} \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

La solución de Q es la siguiente:

$$Q = \underbrace{\Sigma^+}_{Q_1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} \quad (14)$$

Partiendo de la condición a) y considerando los valores de T y Q obtenidas en (13) y (14). Se tiene:

$$N_i = \underbrace{[N_i Q - F_i]}_{K_i} C + T A_i \quad (15)$$

Sustituyendo los valores de N_i en la ecuación (11):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{\varphi}(t)} = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) \underbrace{\begin{bmatrix} TA_i - K_i C & H_i \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbb{A}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ v(t) \end{bmatrix}}_{\varphi(t)} \quad (16)$$

Finalmente, agrupando las variables conocidas y desconocidas se obtiene la siguiente ecuación donde $\Omega = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix}$:

$$\dot{\varphi}(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) \left(\underbrace{\begin{bmatrix} TA_i & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbb{A}_{1i}} + \underbrace{\Omega}_{\mathbb{Y}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathbb{A}_2} \right) \varphi(t) \quad (17)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) [\mathbb{A}_{1i} + \Omega \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2] \varphi(t) \quad (18)$$

El siguiente paso es encontrar la matriz \mathbb{Y}_i que asegure la estabilidad del observador (18).

En la siguiente sección, se aborda el análisis de estabilidad basado en el método de Lyapunov. Para lograrlo, se propone resolver un conjunto de desigualdades matriciales lineales (LMI) con el fin de obtener la matriz \mathbb{Y}_i .

4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL OBSERVADOR

En esta sección se lleva a cabo el análisis de estabilidad de la dinámica del error de estimación de la Ecuación (18).

Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(\varphi(t)) = \varphi(t)^T \mathbf{X} \varphi(t) > 0 \quad (19)$$

donde $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} > 0$ y $X_1 = X_1^T$ con $X_1 \in \mathbb{R}^{q_1 \times q_1}$ y $X_2 \in \mathbb{R}^{q_2 \times q_2}$.

Derivando la ecuación (19) se tiene:

$$\dot{V}(\varphi(t)) = \dot{\varphi}(t)^T \mathbf{X} \varphi(t) + \varphi(t)^T \mathbf{X} \dot{\varphi}(t) < 0 \quad (20)$$

sustituyendo el valor de (18) se obtiene:

$$\dot{V}(\varphi(t)) = \varphi(t)^T \left[(\mathbb{A}_{1i}^T + \mathbb{A}_2^T \mathbb{Y}_i^T) \mathbf{X} + \mathbf{X} (\mathbb{A}_{1i} + \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2) \right] \varphi(t) < 0 \quad (21)$$

En este caso la desigualdad $\dot{V}(\varphi(t)) < 0$ es válida siempre que $\varphi \neq 0$, si y siempre que la siguiente LMI se cumpla

$$\mathbb{A}_{1i}^T \mathbf{X} + \mathbb{A}_2^T \mathbb{Y}_i^T \mathbf{X} + \mathbf{X} \mathbb{A}_{1i} + \mathbf{X} \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2 < 0 \quad (22)$$

Las matrices desconocidas de la ecuación (22) son \mathbf{X} y \mathbb{Y}_i , dicho lo anterior se puede observar que existe una bilinealidad. Por lo que se hace un arreglo, el cual consiste en $\mathbb{R}_i = \mathbf{X} \mathbb{Y}_i$:

$$\mathbb{A}_{1i}^T \mathbf{X} + \mathbb{A}_2^T \mathbb{R}_i^T + \mathbf{X} \mathbb{A}_{1i} + \mathbb{R}_i \mathbb{A}_2 < 0 \quad (23)$$

Finalmente en la ecuación (23) se obtiene la desigualdad matricial lineal a resolver.

5. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Utilizando el esquema de control propuesto en la Figura 1 se tiene como objetivo la regulación del sistema, en la cual podemos utilizar una entrada $u(t)$ de la siguiente forma:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (24)$$

donde $K \in \mathbb{R}^n$ es una matriz de ganancia. La dinámica en lazo cerrado del sistema es:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^m \mu_i(z) (A_i x(t)) - BKx(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (25)$$

Al agrupar la ecuación (25) se obtiene la expresión en lazo cerrado:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) \underbrace{(A_i - BK)}_{A_{lc}} x(t) \quad (26)$$

5.1 Análisis de estabilidad del controlador

Para el controlador se considera la siguiente función de Lyapunov para realizar el análisis de estabilidad:

$$V(x(t)) = x(t)^T S x(t) > 0 \quad (27)$$

donde $S > 0$. La derivada de $V(x(t))$ a lo largo de la solución de (26) es:

$$\dot{V}(\varphi(t)) = \dot{x}(t)^T S x(t) + x(t)^T S \dot{x}(t) < 0 \quad (28)$$

sustituyendo valores se obtiene que:

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)^T \left[(A_i^T + B^T K^T) S + S (A_i + BK) \right] x(t) < 0 \quad (29)$$

En este caso, la desigualdad $\dot{V}(t) < 0$ es válida siempre que $x(t) \neq 0$, siempre que la siguiente LMI se cumpla:

$$A_i^T S + B^T K^T S + S A_i + S B K < 0 \quad (30)$$

Finalmente en la ecuación (30) se obtiene la desigualdad matricial lineal a resolver para el controlador.

6. CASO DE ESTUDIO

El caso de estudio de este artículo es el péndulo H2AT, el cual es una variante del péndulo invertido. Se encuentra constituido por dos segmentos rígidos, el primero de ellos representa el tronco o torso del cuerpo humano, mientras que el segundo segmento representa a la cabeza y brazos. Este sistema representa a una persona con lesión completa en la médula espinal. En la Figura 2, se muestra el esquema de dicho sistema:

Considere la representación dinámica del caso de estudio dado por las siguientes ecuaciones: [Pan et al. (2021)]

$$\begin{aligned} 0 &= m_1 \ddot{x}(t) - m_1 l_0 \ddot{\theta}(t) - m_1 x(t) \dot{\theta}^2(t) \\ &\quad + m_1 g \sin(\theta(t)) - u(t) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} 0 &= -m_1 l_0 \ddot{x}(t) + J(x(t)) \ddot{\theta}(t) + 2m_1 x(t) \dot{x}(t) \dot{\theta}(t) \\ &\quad - (m_1 l_0 + m_2 l_c) g \sin(\theta(t)) + m_1 g x(t) \cos(\theta(t)) \end{aligned} \quad (32)$$

donde $u(t)$ es la señal de entrada del sistema, m_1 y m_2 son la masa del segmento superior y la masa del tronco respectivamente, l_0 y l_c representan las longitudes del

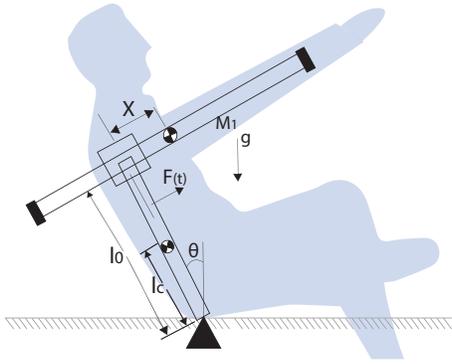


Figure 2. Esquema caso de estudio (H2AT).

tronco y la longitud del centro de masa del tronco, $x(t)$ es la flexión completa del cuello con ambos brazos estirados y finalmente $\theta(t)$ es una articulación giratoria (articulación lumbosacra). Se obtiene el modelo no lineal en forma descriptor para el péndulo H2AT (33):

$$E(x(t))\dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) \quad (33)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

donde $x(t)$ es el vector de estados del sistema que está formado por $x(t) = [x(t) \ \dot{x}(t) \ \theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T$. Mientras que el vector de salida dado por $y(t)$. Las matrices A , B , C y E se definen como:

$$A(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{23} & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E(x(t)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & -m_1 l_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -m_1 l_0 & 0 & J(x(t)) \end{bmatrix} \quad \text{donde:}$$

$$A_{23} = -m_1 g \frac{\sin(\theta(t))}{\theta(t)}, \quad A_{24} = m_1 x_1(t) \dot{\theta}(t), \quad A_{41} = -m_1 g \cos(\theta(t)),$$

$$A_{42} = -2m_1 x_1(t) \dot{\theta}(t), \quad A_{43} = (m_1 l_0 + m_2 l_c) g \frac{\sin(\theta(t))}{\theta(t)},$$

$$J(x(t)) = m_1 (l_0^2 + x^2(t)) + m_2 l_c^2$$

Cabe mencionar existe una matriz inversa para la matriz E . Simplificando así el modelo (33), de acuerdo con Blandeau et al. (2018) se considera que el término $J(x(t)) \in [5.71, 5.88]$ tiene una variación muy pequeña, por lo tanto, se utilizara como valor constante de $J(x(t)) = 5.79$. Además, como se tienen las restricciones físicas en $\theta(t) \in [-10, 20]$ entonces $|\frac{\sin(\theta(t))}{\theta(t)} - \cos(\theta(t))| < 4\%$ y el término $\frac{\sin(\theta(t))}{\theta(t)}$ es remplazado por $\cos(\theta(t))$.

Teniendo en cuenta los desarrollos anteriores, el modelo (33) puede reescribirse como:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}(x(t))x(t) + \bar{B}u(t) \quad (34)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

donde

$$\bar{A} = E^{-1}A(x(t)), \quad \bar{B} = E^{-1}B \quad (35)$$

7. REPRESENTACIÓN TAKAGI-SUGENO

Partiendo del modelo (34) se pueden identificar $\rho = 3$ no linealidades.

$$z_1(t) = \cos(\theta(t)), \quad z_2(t) = x(t) \quad (36)$$

$$z_3(t) = \theta(t)$$

Considerando una entrada de par constante $u(t) = 30N$ se puede determinar el límite superior e inferior de variación de cada no linealidad como:

$$z_1(t) = \cos(\theta(t)) \rightarrow [1, 0.9994] \quad (37)$$

$$z_2(t) = x(t) \rightarrow [0.0020, -0.0331] \quad (38)$$

$$z_3(t) = \theta(t) \rightarrow [0.0784, -0.2980] \quad (39)$$

Posteriormente, se definen las funciones de ponderación para cada no linealidad [Lendek et al. (2011)], las cuales son:

$$\eta_0^1(z_1) = \frac{\bar{z}_1 - z_1}{\bar{z}_1 - z_1}, \quad \eta_1^1(z_1) = 1 - \eta_0^1$$

$$\eta_0^2(z_2) = \frac{\bar{z}_2 - z_2}{\bar{z}_2 - z_2}, \quad \eta_1^2(z_2) = 1 - \eta_0^2 \quad (40)$$

$$\eta_0^3(z_3) = \frac{\bar{z}_3 - z_3}{\bar{z}_3 - z_3}, \quad \eta_1^3(z_3) = 1 - \eta_0^3$$

A partir de las funciones de ponderación construimos $2^\rho = 8$ reglas difusas.

$$\mu_1(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_0^3, \quad \mu_5(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_0^3$$

$$\mu_2(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_1^3, \quad \mu_6(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_1^3$$

$$\mu_3(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_0^3, \quad \mu_7(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_0^3$$

$$\mu_4(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_1^3, \quad \mu_8(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_1^3$$

De modo que la representación del sistema Takagi-Sugeno se reduce a:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i(z) (A_i x(t)) + Bu(t) \quad (41)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (42)$$

8. RESULTADOS

En esta sección, se lleva a cabo la simulación del péndulo H2AT, considerando los parámetros de la Tabla 1.

Table 1. Parámetros del sistema.

Parámetros	Valores	Unidades	Definición
m_1	16.1	kg	Masa segmento superior
m_2	26.64	kg	Masa del tronco
l_0	0.477	m	Longitud del tronco
l_c	0.2766	m	Longitud del centro de masa
g	9.81	m/s ²	Gravedad
F	30	N	Par aplicado

En la Figura 3 se presenta una comparación en lazo abierto entre los estados del sistema Takagi-Sugeno y la estimación de estados obtenida mediante el observador proporcional integral. Esto con el propósito de evaluar el desempeño del observador, por ello se puede observar que las respuestas en la figura se encuentran saturadas debido a la respuesta del sistema en lazo abierto.

Este análisis es fundamental para completar el vector de estados y diseñar un controlador por retroalimentación de estados. Los resultados indican que el observador es capaz de estimar de manera precisa los estados no disponibles del sistema.

Los estados del sistema T-S se muestran mediante líneas discontinuas, mientras que los estados estimados del observador se muestran mediante líneas continuas.

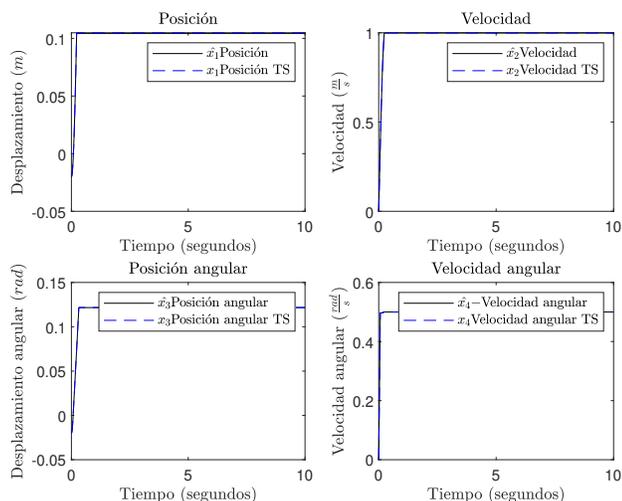


Figure 3. Comparación de los estados estimados del observador.

Para la siguiente simulación se considera una señal de perturbación aplicada a la entrada del sistema para poner a prueba el controlador diseñado. Dicha señal es un escalón con valor de $f = 14N$ con tiempo de duración de 1s.

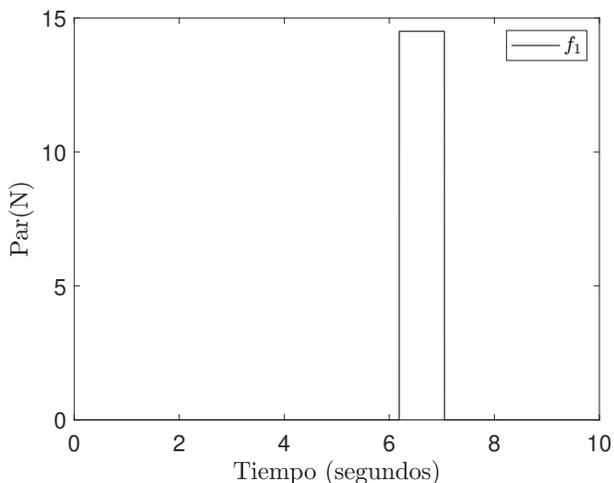


Figure 4. Señal de perturbación.

En la Figura 5 se puede observar la gráfica de la ley de control del sistema ante una perturbación de $f = 14N$. Esta ley de control regula el comportamiento del sistema,

con el propósito de estabilizar la posición vertical del péndulo H2AT.

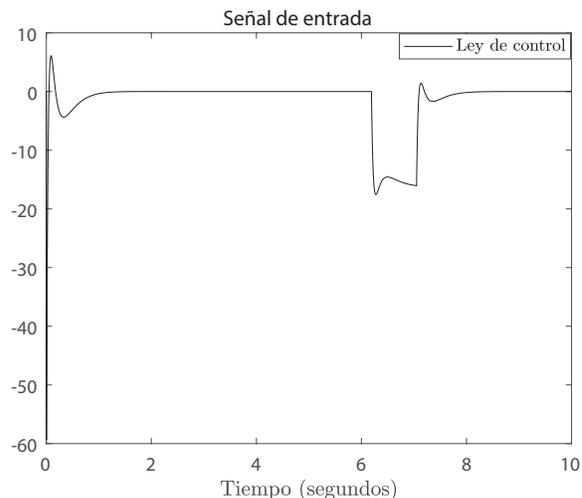


Figure 5. Respuesta de la ley del control.

Finalmente, en la Figura 6 se muestra la respuesta del controlador por retroalimentación de estados ante una perturbación de $f = 14N$. Se puede observar que el sistema regula el comportamiento del péndulo H2AT regresando al valor estable en todos los estados del sistema.

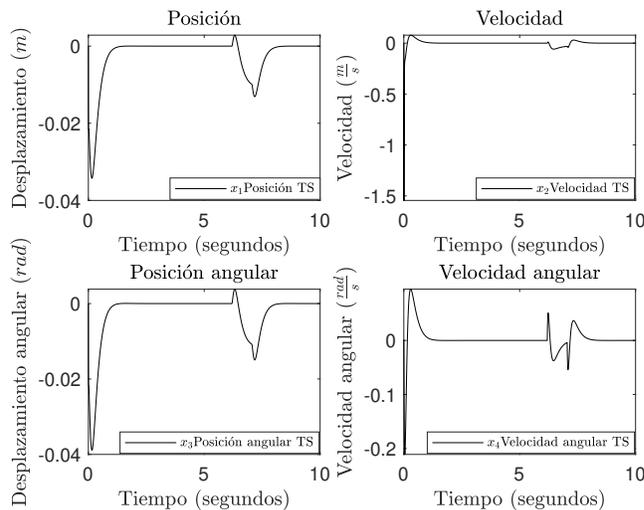


Figure 6. Respuesta del controlador.

9. CONCLUSIONES

A lo largo de este artículo se llevó a cabo el desarrollo de la metodología para el diseño de un observador proporcional integral para sistemas Takagi-Sugeno con el enfoque del sector no lineal, del mismo modo para garantizar la estabilidad del observador se propuso una función cuadrática de Lyapunov, esto mediante el uso de LMIs.

Una vez que se estiman los estados del sistema, se desarrolló una ley de control por retro alimentación de estados utilizando la información brindada por el observador

previamente diseñado, esto con el objetivo de estabilizar el sistema. Además, se añadió una perturbación en los estados para corroborar el correcto funcionamiento de la ley de control del sistema.

Para verificar la efectividad del observador diseñado y de la ley de control propuesta se consideró el péndulo H2AT, el cual representa a una persona con lesión en la médula espinal.

Por ello, se concluye que observador proporcional integral propuesto posee una gran ventaja a la hora de enfrentar incertidumbres paramétricas debido a la ganancia integral adicional con la que cuentan, además de que la estructura del observador aumenta la precisión de estimación en estado estable. Por otra parte, el enfoque del sector no lineal Takagi-Sugeno representa fielmente la dinámica del sistema no lineal, esto mediante un conjunto compacto de la representación de espacio de estados.

REFERENCES

- Blandeau, M., Estrada-Manzo, V., Guerra, T., Pudlo, P., and Gabrielli, F. (2018). Fuzzy unknown input observer for understanding sitting control of persons living with spinal cord injury. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 67, 381–389. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2017.09.016>.
- Chiu, C.H., Hung, Y.T., and Peng, Y.F. (2021a). Design of a decoupling fuzzy control scheme for omnidirectional inverted pendulum real-world control. *IEEE Access*, 9, 26083–26092. 10.1109/ACCESS.2021.3057658.
- Chiu, C.H., Hung, Y.T., and Peng, Y.F. (2021b). Design of a decoupling fuzzy control scheme for omnidirectional inverted pendulum real-world control. *IEEE Access*, 9, 26083–26092. 10.1109/ACCESS.2021.3057658.
- Jiménez-Gómez and Osorio-Gordillo (2022). Proporcional integral observer design for Takagi Sugeno system applied to a knee rehabilitator. *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*.
- Lendek, G., T.M, B., and Schutter (2011). *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. 1 ed. 10.1007/978-3-642-16776-8.
- M.Blandeau and Estrada-Manzo, V. (2016). Unknown input observer for understanding sitting control of persons with spine cord injury. *IFAC-PapersOnLine*, 49(5), 175–181. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.109>. 4th IFAC Conference on Intelligent Control and Automation Sciences ICONS 2016.
- Mátyás, A. and Lendek, Z. (2021). Observer design for time-delay ts fuzzy systems with nonlinear consequents. *IFAC-PapersOnLine*, 54(4), 62–67. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.10.011>.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. 5 ed.
- Pan, J., Li, R., Wang, S., and Zhang, W. (2021). Fuzzy fault detection observer design for head-two-arms-trunk system. In *2021 IEEE 16th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 261–266. 10.1109/ICIEA51954.2021.9516399.
- Wu, M., Gao, F., Yu, P., She, J., and Cao, W. (2020). Improve disturbance-rejection performance for an equivalent-input-disturbance-based control system by incorporating a proportional-integral observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(2), 1254–1260. 10.1109/TIE.2019.2898627.
- Zhao, D., Wang, Z., Wei, G., and Liu, X. (2021). Nonfragile h state estimation for recurrent neural networks with time-varying delays: On proportional–integral observer design. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 32(8), 3553–3565. 10.1109/TNNLS.2020.3015376.