

## Control for a delayed system with two unstable poles

A. Palacios-Pantoja\* J.F. Márquez-Rubio\*  
B. Del Muro-Cuellar\* R.J. Vázquez-Guerra\*\*

\* *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 04430, México*

\*\* *CECyT 7 Cuauhtémoc, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 09570, México*

---

**Abstract:** This paper deals with the stabilization problem for unstable second order systems with time delay. The implementation of an observer scheme that makes use of a static gain parameter and a proportional-derivative (PD) controller is proposed. The necessary and sufficient conditions for the control scheme proposed are obtained. The performance of the proposed method is showed through numeric examples on simulations.

*Keywords:* Time delay, unstable systems, PD controller, stabilization, observer scheme.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

Los retardos de tiempo también conocidos como tiempo muerto forman parte de aquellos sistemas de control que presentan atrasos en sus dinámicas. Este tipo de sistemas tienen aplicaciones en diferentes campos de la ciencia tales como: ingeniería, física, química, entre otros (Sipahi and Niculescu, 2011). Frecuentemente, el fenómeno de retardo se presenta en los procesos químicos que requieren el transporte de material, como por ejemplo en las calderas de calefacción, los reactores químicos, los tanques de almacenamiento de líquidos, el sistema de nivel de líquido con un flujo de salida constante, las columnas de destilación etc. (Ali and Al-humaizi, 2000) (Chien, 2001) (Liu et al., 2005b) (Niculescu, 2001) (Seshagiri and Chidambaram, 2012) Así mismo, los retardos también se encuentran presentes en los sistemas que envían información como es el caso del control remoto en un robot móvil (Ailon and Gil, 2000). En Liu et al. (2005a) se presentan algunos modelos matemáticos cuya función de transferencia involucra al retardo de tiempo, dichos modelos incluyen sistemas de control aeroespacial, motores de corriente continua y unidades de disco de alta velocidad. Los sistemas con retardo suelen representar un gran desafío al momento de intentar aplicar una estrategia de control debido a que los términos de retardo de tiempo complican el análisis de estabilidad en lazo cerrado (Ali et al., 1998), esto debido al número infinito de polos que aparecen en la ecuación característica de lazo cerrado. Estas dificultades en el diseño de control surgen aún cuando la planta o proceso es estable y de orden reducido. Cuando el retardo es insignificante o pequeño en comparación con la constante de tiempo dominante del sistema, el término

de retardo puede despreciarse al diseñar un controlador. Sin embargo, si el retardo es mayor a la constante dominante es necesario diseñar estrategias que consideren los efectos del retardo en la ecuación característica de lazo cerrado.

Durante muchos años se han estudiado y planteado diversos tipos de propuestas para abordar la problemática del control para sistemas con retardo, algunas de ellas proponen el uso de diferentes controladores tradicionales tales como: controlador proporcional (P), controlador proporcional integral (PI) (Bakosova et al., 2010), controlador proporcional derivativo (PD) (Marquez-Rubio et al., 2014) y controlador proporcional integral derivativo (PID) (Vanavil et al., 2013). En Tsai et al. (2022) se propone un método para diseñar controladores PID con dos grados de libertad para procesos de primer orden inestables y retardo de tiempo, dicho método puede ser utilizado en sistemas que incluyen ruido de medición, y puede equilibrar el rendimiento de la respuesta transitoria y robustez ante perturbaciones.

Sin embargo, no todas las estrategias pueden aplicarse a cualquier tipo de sistemas, tal es el caso del predictor de Smith (SP) (Smith, 1957), que sólo funciona para sistemas estables, es por ello que han surgido trabajos que proponen modificaciones a este predictor de modo que pueda utilizarse para procesos inestables. Tal es el caso de Raja and Ali (2017) donde modifican la estructura del predictor de Smith para controlar sistemas inestables de primer orden con retardo de tiempo.

En Barragan-Bonilla et al. (2022) se aplica la estrategia de un esquema observador para el caso de un sistema retardado que posee varios polos estables, un polo inestable

y un polo en el origen, en dicho trabajo se propone la utilización de un controlador PID que permite que la señal de salida tenga un seguimiento de referencia en estado estacionario así como rechazo de perturbaciones. Martínez-Barrera et al. (2020) propone también un esquema observador-predicador para un sistema de segundo orden inestable con retardo de tiempo donde uno de los polos de la planta es inestable y el otro estable, en dicho trabajo se utiliza un observador y un controlador PID que permiten estabilizar al sistema.

En el presente trabajo se aborda el problema de estabilidad de sistemas lineales con dos polos inestables y retardo de tiempo usando un observador-predicador y un controlador PD. Para resolver el problema de estabilización se presenta un esquema observador donde la convergencia está basada en una retroalimentación estática de la salida y un controlador PD dentro de la dinámica del observador.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se describe la clase de sistema a tratar en este trabajo. Después, en la sección 3 se presentan los resultados preliminares donde se analiza la estabilidad de un sistema particular, que será utilizado más adelante para la prueba de convergencia, así mismo se obtienen los parámetros estabilizantes para dicho sistema, el cual incluye un controlador PD. En la sección 4 se presenta el esquema observador propuesto así como la prueba de convergencia del observador. A continuación, en la sección 5, se presenta la estrategia de control propuesta para lograr la estabilidad del sistema en lazo cerrado, usando las variables estimadas del observador. Posteriormente en la sección 6 se muestran los resultados de las simulaciones numéricas realizadas así como algunas observaciones. Finalmente en la sección 7 se presentan las conclusiones del trabajo.

## 2. CLASE DE SISTEMAS

Considere la clase de sistemas lineales una-entrada una-salida (UEUS) con retardo de tiempo a la salida dado por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)e^{-\tau s} = \frac{\alpha}{(s-a)(s-b)}e^{-\tau s} \quad (1)$$

donde  $U(s)$  y  $Y(s)$  son las señales de entrada y salida respectivamente,  $\alpha$  es la ganancia del sistema,  $\tau \geq 0$  es el retardo de tiempo que se supone conocido y es constante,  $a, b > 0$  son las posiciones de los polos inestables y  $G(s)$  es la función de transferencia libre de retardo.

Un método de control clásico basado en la retroalimentación de salida de un sistema de la forma

$$U(s) = [R(s) - Y(s)]Q(s), \quad (2)$$

donde  $R(s)$  es una entrada de referencia y  $Q(s)$  es el controlador. Ahora bien, (1)-(2) producen un sistema en lazo cerrado dado por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Q(s)G(s)e^{-\tau s}}{1 + Q(s)G(s)e^{-\tau s}} \quad (3)$$

donde el término del retardo  $e^{-\tau s}$  localizado en el denominador de la ecuación (3) complica el análisis de estabilidad debido al número infinito de polos del sistema en lazo cerrado.

## 3. RESULTADOS PRELIMINARES

En el siguiente resultado se presenta la condición de estabilidad para un sistema de segundo orden inestable utilizando un controlador PD.

**Lema 1.** (Novella-Rodríguez et al. (2019)) *Considere el sistema (1) y una ley de control dada por  $U(s) = [R(s) - Y(s)]C(s)$ , donde  $C(s)$  es un controlador PD dado por,  $C(s) = K_d(s + \frac{K_p}{K_d})$ . Entonces el sistema en lazo cerrado  $\frac{Y(s)}{R(s)}$  es estable si y sólo si  $\tau < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$ .*

Los parámetros estabilizantes del controlador PD asociado al Lema 1 pueden obtenerse de la siguiente forma. La ganancia  $K_d$  se obtiene de la siguiente manera:

$$K_d = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \tau + \epsilon \quad (4)$$

donde  $\epsilon$  es una constante real positiva. Y, la ganancia proporcional debe encontrarse dentro del siguiente intervalo:

$$\frac{1}{\alpha} < K_p < \frac{1}{\alpha \sqrt{\frac{K_d^2 \omega_{c1}^2 + 1}{(\frac{1}{a^2} \omega_{c1}^2 + 1)(\frac{1}{b^2} \omega_{c1}^2 + 1)}}} \quad (5)$$

donde  $\omega_{c1} > 0$  es la primera frecuencia de corte donde la ecuación de fase del sistema evaluada en  $\omega_{c1}$  es igual a  $-\pi$ .

Es bien sabido que un controlador PD no es causal y por lo tanto no es físicamente realizable. Entonces, para que un controlador PD sea físicamente realizable podemos utilizar la siguiente configuración

$$\bar{C}_{PD}(s) = \frac{k(s+m)}{(s+n)} \quad (6)$$

donde la relación de parámetros estabilizantes  $k$  y  $m$  con el resultado del Lema 1 es:

$$k = K_d \quad (7)$$

$$m = \frac{K_p}{K_d} \quad (8)$$

Por consideraciones prácticas se sugiere usar  $n \gg 0$ . Entonces, considerando el sistema (1) controlado por el compensador definido por (6) y usando:  $U(s) = [R(s) - Y(s)]\bar{C}_{PD}(s)$ , la función de transferencia en lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\alpha k(s+m)e^{-\tau s}}{(s-a)(s-b)(s+n) + k(s+m)\alpha e^{-\tau s}} \quad (9)$$

En la Figura 1 se puede visualizar una representación gráfica en espacio de estados de la función de transferencia en lazo cerrado (9). De esta manera, se obtiene:

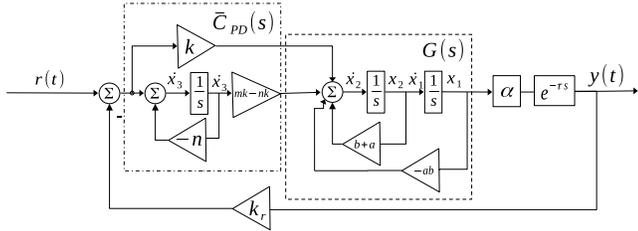


Figura 1. Representación del controlador PD con la planta retardada

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ y(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -ba & b+a & mk-nk & -kk_r \\ 0 & 0 & -n & -k_r \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (10)$$

Donde  $k_r$  representa un parámetro libre de diseño. Es de gran interés conocer la representación en espacio de estados de la función de transferencia en lazo cerrado (9) debido a que más adelante se usará dicha representación en la prueba de la convergencia del observador propuesto.

#### 4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

Antes de presentar el observador propuesto en este trabajo, considere el sistema retardado de segundo orden dado por (1) y una partición del retardo definida como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-\tau_1 s} G(s) e^{-\tau_2 s} \quad (11)$$

donde  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  y  $\tau_1 = \tau_2 = \tau/2$ . La partición del retardo propuesta en (11) permite mejorar las condiciones de estabilidad de un sistema con respecto al tamaño de

retardo, ver (Del-Muro-Cuéllar et al., 2012)(Barragan-Bonilla et al., 2022). De esta manera, en la Figura ?? se muestra el observador propuesto en este trabajo para el sistema dado por (11).

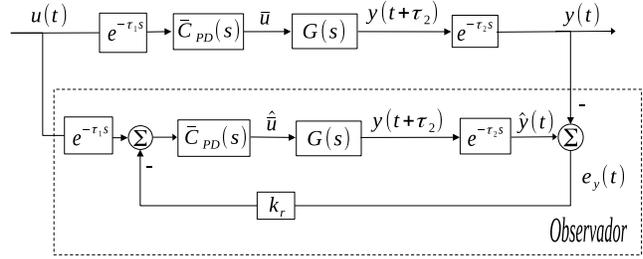


Figura 2. Esquema observador propuesto

Considere una representación en variables de estado del sistema dado en (11) libre del retardo  $\tau_1$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -ab & b+a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{u}(t) \quad (12a)$$

$$y(t+\tau_2) = [\alpha \ 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (12b)$$

y una representación en variables de estado del control PD dado por (6),

$$\dot{x}_3 = -n x_3(t) + u(t - \tau_1) \quad (13a)$$

$$\bar{u} = km - kn x_3(t) + ku(t - \tau_1) \quad (13b)$$

De esta manera, la Figura 3, muestra el esquema del observador propuesto considerando las representaciones en variables de estado (12a, 12b) y (13a, 13b). Observe que el acomodo de bloques propuesto en los esquemas de las Figuras 2 y 3 es un acomodo conveniente sólo para el análisis de convergencia, sin embargo, dichos esquemas nos serían válidos para una implementación práctica, principalmente por la posición del término de retardo  $\tau_1$ , ya que dicho término estaría separado del resto de la planta. Más adelante se presenta el esquema conveniente para la implementación práctica. A continuación se presenta un resultado que asegura la convergencia del observador propuesto en la Figura 2 (o equivalentemente Figura 3).

**Teorema 1.** Considere el esquema observador propuesto en la Figura. 3. Entonces, existen los parámetros  $k_r, m$  y  $n$  tales que  $\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{x}(t) - x(t)] = 0$  si y sólo si  $\tau_2 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$ , con,

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

y,

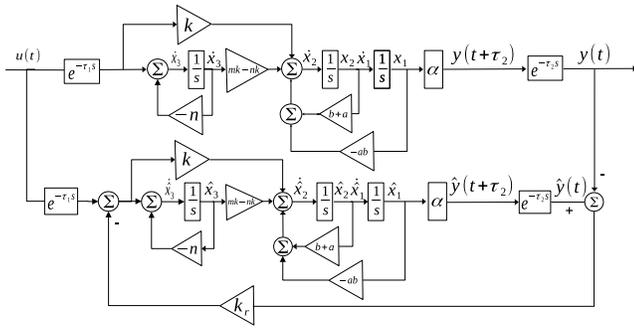


Figura 3. Esquema observador propuesto

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde  $\hat{x}$  es el estimado de  $x(t)$ .

*Demostración.* La dinámica completa del esquema observador presentado en la Figura. 3 puede describirse de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -ab & 0 & b+a & 0 & mk-nk & 0 \\ 0 & -ab & 0 & b+a & 0 & mk-nk \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha k_r & -\alpha k_r & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t-\tau_2) \\ \hat{x}_1(t-\tau_2) \\ x_2(t-\tau_2) \\ \hat{x}_2(t-\tau_2) \\ x_3(t-\tau_2) \\ \hat{x}_3(t-\tau_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t-\tau_1) \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} y(t+\tau_2) \\ \hat{y}(t+\tau_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \hat{x}_1(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Definiendo el error de estimación como  $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$  la dinámica del error se define como  $\dot{e}(t) = \dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t)$ ,

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{x_1}(t) \\ \dot{e}_{x_2}(t) \\ \dot{e}_{x_3}(t) \\ e_y(t+\tau_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -ab & b+a & mk-nk & -k_r k \\ 0 & 0 & -n & -k_r \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{x_1}(t) \\ e_{x_2}(t) \\ e_{x_3}(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

Observe que el error dinámico dado por (18) no tiene entradas, entonces para que  $e(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ ,

se requiere que el error dinámico del sistema sea estable. Nótese que el error dinámico del sistema (18) es muy similar a la representación en espacio de estados (10) la cual corresponde al esquema de inyección mostrado en la Figura 1. Entonces, la condición de estabilidad,  $\tau < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$ , correspondiente al sistema (10) se extiende al error dinámico del sistema (18), dando como resultado  $\tau_2 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$  lo cual asegura la convergencia de las señales  $e(t)$  y  $\hat{e}(t)$ .  $\square$

Para obtener los parámetros del observador mencionados en el *Teorema 1*, se utilizan las expresiones (4),(5),(7) y (8).

## 5. ESTRATEGIA DE CONTROL

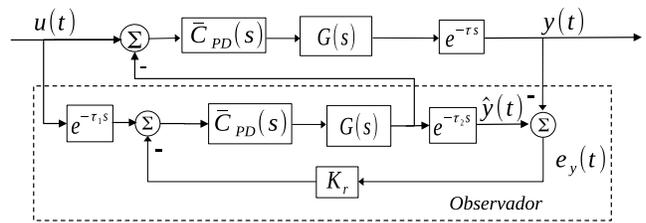


Figura 4. Estrategia de control propuesta

Una vez que aseguramos la convergencia entre los estados se procede a establecer una estrategia para estabilizar a la planta o proceso, usando las variables estimadas por el observador. Note que previamente se establecieron los parámetros asociados a un controlador  $\bar{C}_{PD}(k, k_r, m, n)$  que logran la convergencia del observador. Sin embargo, como puede verse en la Figura 3, la sección superior del esquema continúa en lazo abierto.

Tomando en cuenta lo anterior, la accesibilidad a los estados estimados del observador, se propone realimentar la señal del observador antes de ser retardada por el retardo  $\tau_2$  como lo muestra la Figura 4.

Dado que la señal  $\hat{x}_1(t)$  (o bien la señal  $\hat{y}(t+\tau_2)$ ) del observador en el tiempo  $t$  contiene toda la información necesaria para predecir el comportamiento futuro del sistema ( $\tau_2$  unidades antes), entonces se propone utilizar dicha información para controlar al sistema (11) libre del retardo  $\tau_2$ . Y como  $\tau_1 = \tau_2$  (suposición previamente establecida), el controlador  $\bar{C}_{PD}$  diseñado para la convergencia también permite estabilizar a la planta o proceso. Por lo tanto, ya no es necesario realizar un diseño de controlador PD adicional para controlar al proceso, dado que el controlador  $\bar{C}_{PD}$  fue incluido inicialmente como si fuera una extensión del sistema original. Con esta información, a continuación establecemos el resultado de estabilidad del esquema de control propuesto en este trabajo.

**Teorema 2.** Considere el sistema (1) y esquema de control basado en observador mostrado en la Figura 4.

Entonces el sistema en lazo cerrado es estable si y sólo si,  

$$\tau < \frac{2(a+b)}{ab} - 2\sqrt{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)}$$

Observe que la condición necesaria y suficiente del Teorema 2, nos permite estabilizar sistemas con retardos del doble de tamaño que los sistemas controlados con un control PD simple. (Lema 1).

Nótese que el esquema de la Figura 4 es el esquema sugerido para la implementación práctica, donde el retardo  $\tau$  ya está asociado a la planta sin considerar las particiones que se utilizaron para la síntesis de la estrategia de control propuesta basada en el observador.

## 6. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Para comprobar la efectividad de la estrategia propuesta considere la siguiente planta retardada con dos polos inestables:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s - 3.74)(s - 0.2)} e^{-0.1s} \quad (19)$$

Donde a partir de las expresiones (4),(5),(7) y (8) se obtienen los parámetros  $k, m$  y  $n$  para el controlador PD estabilizante,

$$\bar{C}_{PD(s)} = \frac{1000(s + \frac{1}{5})}{(s + 100)} \quad (20)$$

Para la simulación se utiliza  $n = 100$ ,  $\epsilon = 0.01$  y  $k_r = 1$ . Posteriormente se construyó un diagrama de bloques que contiene los valores propuestos del controlador en Matlab-Simulink(R2022b), el cual se presenta en la Figura 5.

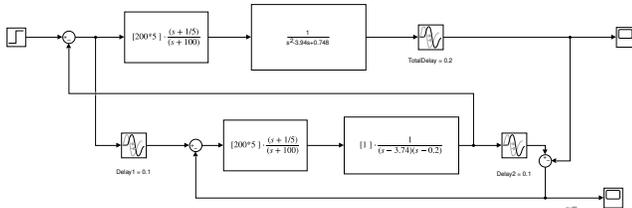


Figura 5. Diagrama de bloques en Simulink del esquema observador propuesto

Para la simulación, se considera que el estado de la planta tiene condiciones iniciales diferentes de cero (iguales a 0.5), que es lo comúnmente ocurre en una planta física, mientras que los estados del observador tienen condiciones iniciales nulas.

La Figura 6 corresponde a la convergencia de la señal de error de salida  $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ . En la figura 6 es posible apreciar que la señal de error oscila en el estado transitorio hasta que finalmente en el estado permanente se establece en cero, eso quiere decir que los estados de la planta y los estados del observador son iguales a las 15

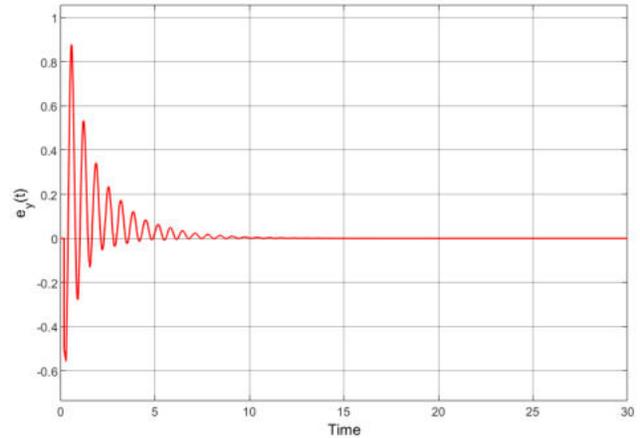


Figura 6. Convergencia de la señal de error

unidades de tiempo. Una vez comprobada la convergencia es pertinente verificar la estabilidad de todo el sistema.

La Figura 7 ilustra la estabilidad del sistema y por consecuencia la efectividad del método propuesto. En la Figura 7 se presenta la señal de salida del sistema, la cual en principio tiene un comportamiento oscilatorio y aproximadamente a las 15 unidades de tiempo se establece en un valor final de 0.8. Cabe mencionar que a la entrada del sistema se colocó como entrada un escalón unitario. Como podemos observar, la estrategia de control propuesta no tiene la característica de seguimiento de referencias tipo escalón, por lo cual, la implementación de un controlador PID en lugar de un PD nos podría aportar la propiedad de seguimiento de referencia de entrada tipo escalón, debido al factor integral que contiene dicho controlador.

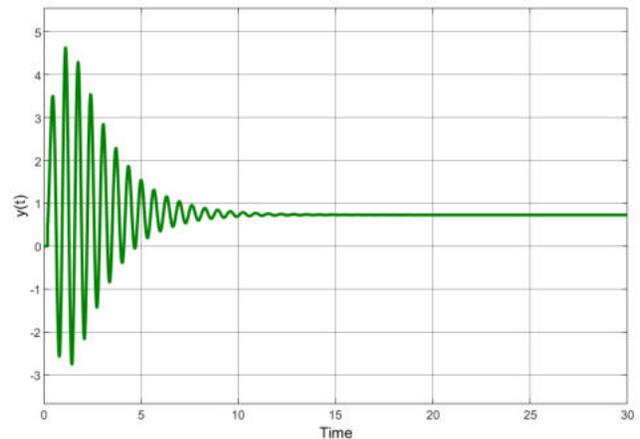


Figura 7. Estabilización de la señal de salida

## 7. CONCLUSIÓN

La implementación de un observador/predicador parece ser una estrategia efectiva ante la difícil tarea que repre-

senta el control de sistemas con retardo. En esta ocasión nos enfocamos en el problema de estabilización de una planta con dos polos inestables. La estrategia de control propuesta presenta una condición necesaria y suficiente en términos de los parámetros de la planta:  $\tau < \frac{2(a+b)}{ab} - 2\sqrt{(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2})}$ . Además, al proponer una partición del retardo en el observador es posible estabilizar el sistema para un tamaño de retardo superior que cuando sólo se utiliza un controlador tradicional PD.

En el futuro, se pretende extender el análisis del diseño del observador con un controlador PID para explorar si el sistema sigue referencias de tipo escalón. También sería interesante, añadir polos estables a la planta para obtener resultados de estabilidad para una clase de sistemas más general que la presentada en este trabajo.

## REFERENCES

- Ailon, A. and Gil, M. (2000). Stability analysis of a rigid robot with output-based controller and time-delay. *Systems and Control Letters*, 40 (1), 31–35.
- Ailon, A. and Gil, M. (Istanbul, Turkey, October (2018)). Optimum analytical tuning of i-pd controllers for unstable time delay systems. *6th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT)*.
- Ali, E. and Al-humaizi, K. (2000). Temperature control of ethylene to butene-1 dimerization reactor. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 39, 1320–1329.
- Ali, M., Hou, Z., and Noori, M. (1998). Stability and performance of feedback control systems with time delays. *Computers & Structures*, 66(2-3), 241–248. doi:10.1016/s0045-7949(97)00061-8.
- Bakosova, M., Vanekova, K., and Zavacka, J. (2010). PI CONTROLLER DESIGN FOR TIME DELAY SYSTEMS. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(2), 349–354. doi:10.3182/20100607-3-cz-4010.00062.
- Barragan-Bonilla, L.A., Márquez-Rubio, J.F., DelMuro-Cuéllar, B., Vázquez-Guerra, R.J., and Martínez, C. (2022). Observer-based control for high order delayed systems with an unstable pole and a pole at the origin. *Asian Journal of Control*, 25(3), 1759–1774. doi:10.1002/asjc.2914.
- Chien, Y. (2001). The effect of non-ideal mixing on the number of steady states and dynamic behaviour for autocatalytical reactions in a cstr. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 79(1), 112–118.
- Cho, W., Lee, J., and Edgar, T. (2014). Simple analytic proportional-integral-derivative (pid) controller tuning rules for unstable processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research.*, 53(13), 5048–5054.
- Del-Muro-Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J.F., Velasco-Villa, M., and de Jesús Álvarez-Ramírez, J. (2012). On the control of unstable first order linear systems with large time lag: Observer based approach. *European Journal of Control*, 18(5), 439–451. doi:10.3166/ejc.18.439-451.
- Lee, S., Wang, Q., and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *J. Process Control*, 20(2), 235–239.
- Liu, T., Cai, Y., Zhang, W., and Gu, D. (2005a). New modified smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay. *Control Theory Appl*, 152(2), 238–246.
- Liu, T., Zhang, W., and Gu, D. (2005b). Analytical design of two-degree of freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay. *Journal of Process Control*, 15(5), 559–572.
- Marquez-Rubio, J.F., del Muro-Cuéllar, B., and Ramírez, J.Á. (2014). Stabilization region of PD controller for unstable first order process with time delay. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 12(2), 265–273. doi:10.1007/s12555-013-0097-6.
- Martínez-Barrera, G., Márquez-Rubio, J., and DelMuro-Cuéllar, B. (2020). Stabilization strategy for an unstable second-order delay system based on an observer. *AMCA*.
- Niculescu, S. (2001). Delay effects on stability: a robust control approach. in lecture notes in control and information sciences. *Springer, Berlin.*, 269.
- Novella-Rodríguez, D.F., del Muro Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J.F., Hernández-Pérez, M.Á., and Velasco-Villa, M. (2019). PD–PID controller for delayed systems with two unstable poles: a frequency domain approach. *International Journal of Control*, 92(5), 1196–1208. doi:10.1080/00207179.2017.1386326.
- Raja, G.L. and Ali, A. (2017). Series cascade control: An outline survey. In *2017 Indian Control Conference (ICC)*. IEEE. doi:10.1109/indiancc.2017.7846509.
- Rao, A., Rao, V., and Chidambaram, M. (2009). Direct synthesis based controller design for integrating processes with time delay. *J. Franklin Inst.*, 346(1), 38–56.
- Seshagiri, R. and Chidambaram, M. (2012). Pi/pid controllers design for integrating and unstable systems. *Springer, London*.
- Sipahi, R. and Niculescu, S. (2011). Stability and stabilization of systems with time delay. *IEEE Control Systems*, 31(1), 38–65. doi:10.1109/mcs.2010.939135.
- Smith, O. (1957). Close control of loops with dead time. *Chem.Eng.Prog.*, Vol. 53.
- Tognetti, E. and deOliveira, G. (2022). Srobust state feedback-based design of pid controllers for high-order systems with time-delay and parametric uncertainties. *J. Control Autom. Electr. Syst.*, 33, 382–392.
- Tsai, H.H., Fuh, C.C., Ho, J.R., Lin, C.K., and Tung, P.C. (2022). Controller design for unstable time-delay systems with unknown transfer functions. *Mathematics*, 10(3), 431. doi:10.3390/math10030431.
- Vanavil, B., Chaitanya, K.K., and Rao, A.S. (2013). Improved PID controller design for unstable time delay processes based on direct synthesis method and maximum sensitivity. *International Journal of Systems Science*, 1–18. doi:10.1080/00207721.2013.822124.