

Application of high gain and sliding mode observers for estimating key variables in bioprocesses

Víctor Reza * Jorge Torres * Jesús Guerrero **

* *Departamento de Control Automático, CINVESTAV-IPN. Ciudad de México, 07360, México. (email: {vreza, jtorres}@ctrl.cinvestav.mx)*

** *Departamento de Mecatrónica, Tecnológico Nacional de México/ITS Abasolo, México (e-mail: jesus.gt@abasolo.tecnm.mx)*

Abstract: The monitoring and control of bioreactors is essential for any bioprocess. Therefore, measuring some essential biochemical key variables is crucial, such as the reaction rates, whose structure is usually barely known. Although many high gain and sliding mode observers-based estimators were designed to estimate these variables, these strategies are not robust against external disturbances. This work extends the high gain and sliding mode techniques to simultaneously estimate the reaction rates and an external disturbance under a persistent excitation condition that is easy to verify. Furthermore, the proposed algorithms are exponentially and finite-time stable, respectively. Finally, both observers are tested in a continuous fermentation process simulation.

Keywords: Super-twisting algorithm, high gain observers, reaction rates, input disturbance, bioprocess monitoring

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, una estrategia para mejorar el rendimiento de cualquier bioproceso es monitorear y controlar sus biorreactores asociados. Para ello, es necesario medir las variables químicas más importantes de la biorreacción, entre las que destacan las tasas de reacción ya que son importantes en el proceso de monitoreo, control y escalamiento de biorreactores (Bastin (2013); Huang et al. (2017); Picó-Marco et al. (2005)). Sin embargo, dada la complejidad y no linealidad de las reacciones bioquímicas junto con los cambios en las condiciones bióticas y abióticas del reactor, dichas tasas son difíciles de modelar. Por ejemplo, se ha visto que los modelos que describen la tasa de crecimiento específica para microorganismos fotosintéticos oxigénicos, una tasa de reacción que describe el crecimiento microbiano, distan de ser útiles en aplicaciones prácticas (Darvehei et al. (2018)). Peor aún, no existen sensores económicos y adecuados para su medición robusta en intervalos discretos corrompidas con ruido (Lourenço et al. (2012); De Battista et al. (2011)). Aunado a lo anterior, la presencia de perturbaciones externas causadas por las imperfecciones en los actuadores que regulan la tasa de dilución modifican drásticamente la dinámica del proceso y dificultan la estimación de las tasas de reacción (Reza López et al. (2023)). Por tanto, es necesario diseñar algoritmos que estimen las tasas de reacción con estructura desconocida ante perturbaciones externas.

Existen diversas estrategias para estimar las tasas de reacción con estructura desconocida. Dado que las tasas de reacción y las perturbaciones externas son estructuralmente entradas desconocidas, se pueden emplear observadores asintóticos o por intervalos, cuyo tiempo de convergencia no puede ser modificado (Alcaraz-Gonzalez and Gonzalez-Alvarez (2007); Rapaport and Dochain (2005)). También se pueden usar observadores de entrada desconocida para estimar tanto tasas de reacción como perturbaciones externas (Liu et al. (2006); Rocha-Cozatl et al. (2012)). Sin embargo, una estrategia ampliamente usada en bioprocesos es emplear un estimador basado en observador (OBE), que consiste en un algoritmo con la estructura de un observador de estados que estima parámetros con incertidumbres, dinámicas desconocidas y perturbaciones externas (Bastin (2013); Perrier et al. (2000); Reza López et al. (2023)). Así, se han usado observadores de Luenberger acoplados a leyes de adaptación (Bastin (2013); Perrier et al. (2000)), observadores de alta ganancia (HGO) robustos a mediciones discretas con ruido esencialmente acotado (Bouraoui et al. (2015); Robles-Magdaleno et al. (2020)), así como observadores por modos deslizantes (De Battista et al. (2011); Moreno and Mendoza (2014); Nuñez et al. (2013)), para la estimación de tasas de reacción. No obstante, muchos de estos algoritmos no han sido diseñados para estimar tasas de reacción ante perturbaciones externas, como se muestra con un algoritmo HGO con filtración en Reza López et al. (2023). En Čelikovský et al. (2018), se diseñó un HGO

acoplado a leyes de adaptación para la estimación de estados y una perturbación externa constante en la tasa de dilución, asumiendo una estructura conocida de la tasa de reacción y bajo una condición de excitación persistente difícil de comprobar. Mientras que en Reza López et al. (2023) se diseñó un algoritmo de supertorsión extendido (ESTA) para la estimación de tasas de reacción y una perturbación externa en la tasa de dilución, garantizando convergencia de los estimados cerca de sus valores nominales.

Así, el objetivo del presente trabajo es extender la aplicación de las técnicas de alta ganancia y modos deslizantes para la estimación simultánea de tasas de reacción y una perturbación externa en la tasa de dilución, acoplada a una condición de excitación persistente fácil de comprobar. Para tal fin se propone un cambio de variables, ya que no es posible la aplicación directa de los observadores mencionados para alcanzar el objetivo propuesto.

El resto del artículo está organizado de manera que el modelo general del bioproceso es presentado en la Sección 2. La Sección 3 está dedicada al análisis y diseño de los estimadores de tasas de reacción y perturbaciones basados en observadores HGO y ESTA; para lo cual se discute la observabilidad de las variables que se desean estimar. Los resultados de la simulación son presentados en la Sección 4, y para finalizar las conclusiones y trabajo futuro se describen en la Sección 5.

2. MODELO DEL BIOPROCESO

Considere el modelo general de bioprocesos (Bastin (2013)):

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= K\varphi(t) + (D(t) + \theta(t))(\xi_i^{in}(t) - \xi(t)) - Q(t) & (1a) \\ y(t) &= h(\xi) & (1b)\end{aligned}$$

donde ¹ $\xi \in \mathbb{R}^n$ es el estado conformado por los reactivos y productos del proceso, $\xi_i^{in} \in \mathbb{R}^n$ es la concentración de alimentación de ξ , $K \in \mathbb{R}^{n \times m}$ es la matriz de coeficientes pseudo-estequiométricos, $\varphi \in \mathbb{R}^m$ es la tasa de reacción, $D, \theta \in \mathbb{R}$ son la tasa de dilución y su perturbación externa, respectivamente, $Q \in \mathbb{R}^n$ es la transferencia líquido-gas del medio de cultivo, $y \in \mathbb{R}^q$ es la salida, mientras que $h(\xi)$ es una función suave.

El objetivo es diseñar un OBE tal que estime la dinámica desconocida φ y la perturbación externa θ de manera simultánea. Para ello, suponga que el sistema (1) cumple las siguientes suposiciones.

Suposición 1. K es una matriz conocida dividida como $K = [K_a^T K_e^T]^T$ donde $K_a \in \mathbb{R}^{m \times m}$ es una matriz invertible y $K_e \in \mathbb{R}^{1 \times m}$.

Suposición 2. Todos los elementos de ξ , ξ_i^{in} y Q son positivos, continuamente acotados y conocidos. Aun más, todos los elementos de $\dot{\xi}_i^{in}$ son continuamente acotados.

¹ Sin pérdida de generalidad, se adicionará el término (t) cuando sea necesario.

Suposición 3. Todos los elementos de φ y $\dot{\varphi}$ son continuamente acotados.

Suposición 4. La perturbación externa θ y su derivada $\dot{\theta}$ son continuamente acotadas.

Suposición 5. La tasa de dilución es estrictamente positiva, acotada y conocida.

Por consecuencia, el modelo del sistema (1) se puede expresar de la forma siguiente:

$$\dot{\xi}_a = K_a\varphi + (D + \theta)(\xi_a^{in} - \xi_a) - Q_a \quad (2a)$$

$$\dot{\xi}_e = K_e\varphi + (D + \theta)(\xi_e^{in} - \xi_e) - Q_e \quad (2b)$$

donde (ξ_a, ξ_e) , (ξ_a^{in}, ξ_e^{in}) y (Q_a, Q_e) son las particiones de ξ , ξ_i^{in} y Q inducidas por (K_a, K_e) . Luego, suponga que el sistema (2) cumple con las siguiente suposición.

Suposición 6. Los estados ξ_a y ξ_e son medibles, tal que $h(\xi) = [\xi_a^T \ \xi_e^T]^T$.

Nota 7. Aunque las suposiciones descritas han sido previamente usadas en el diseño de observadores Bastin (2013); De Battista et al. (2011); Nuñez et al. (2013); Reza López et al. (2023), estas tienen algunas limitaciones. La Suposición 1 requiere que el modelo del bioproceso sea constantemente calibrado para reducir las incertidumbres paramétricas de K , como se menciona en Zúñiga et al. (2015). Las Suposiciones 2-5 son bastante realistas para bioprocesos, pero sus cota requieren ser conocidas para el diseño de observadores por modos deslizantes con el fin de atenuar su efecto de *chattering* Utkin et al. (2020). Sin embargo, este problema puede solucionarse si se emplean leyes de adaptación Utkin et al. (2020). La Suposición (6) requiere de mediciones continuas sin ruido, que pueden restringir la aplicabilidad de los algoritmos propuestos. No obstante, se pueden implementar diversas modificaciones a estos algoritmos para incrementar su robustez ante esta clase de mediciones, como se menciona para el HGO en la Sección 3.1. Por último, otra limitante de esta suposición es que se necesita que la cantidad de estados medibles sea mayor a la cantidad de tasas de reacción desconocidas más la perturbación externa en la tasa de dilución, es decir, $n \geq m + 1$. Esta condición es fundamental para garantizar la observabilidad de φ y θ , como se detalla en la Sección 3. No obstante, para este caso suponemos que $n = m + 1$, pero esta puede extenderse para la estimación de estados no medibles $n - m - 1$.

3. ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS ESTIMADORES

Previo a diseñar un OBE para las tasas de reacción y la perturbación externa, se deben probar las propiedades de observabilidad del modelo (1). Como φ y θ son estructuralmente equivalentes a una entrada desconocida, se usará la definición de u-fuertemente observable para sistemas no lineales con entrada desconocida descrita en Moreno and Dochain (2008); Moreno et al. (2014).

Definición 8. Sea el siguiente sistema dinámico:

$$\dot{x} = f(x, u, \rho), x(0) = x_0 \quad (3a)$$

$$y = h(x) \quad (3b)$$

$$\dot{\hat{x}} = f(x, u, \rho) - f(x + \tilde{x}, u, \rho + \tilde{\rho}), \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0 \quad (3c)$$

$$\tilde{y} = h(x) - h(x + \tilde{x}) \quad (3d)$$

donde $x, \hat{x} \in \mathbb{R}^n$ son el estado y su estimado, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada, $\rho, \hat{\rho} \in \mathbb{R}^q$ es la entrada desconocida y su estimado, $y, \hat{y} \in \mathbb{R}^p$ es la salida y su estimado, mientras $\tilde{x} = x - \hat{x}, \tilde{\rho} = \rho - \hat{\rho}$ son los errores de estimación. Más aún, $f(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ y $h(\cdot) \in \mathbb{R}^p$ son suaves. Entonces:

- Si $\tilde{x} \neq x$ es tal que $y(t, x, u, \rho) = y(t, \tilde{x}, u, \tilde{\rho}) \forall t \in \mathbb{R}_{>0}$ y para algún $\rho, \tilde{\rho} \in \mathbb{R}^q$, entonces \tilde{x} es un estado u-fuertemente indistinguible de x , donde $\mathcal{I}_{(u,x)}^{UI}$ es el conjunto de estados u-fuertemente indistinguibles.
- El sistema (3) es u-fuertemente observable si para cualquier $x, \mathcal{I}_{(u,x)}^{UI} = \{x\}$.

Luego, el siguiente resultado garantiza la existencia de un algoritmo que permita estimar φ y θ , aplicando la misma metodología descrita en Moreno et al. (2014).

Teorema 9. Suponga que el sistema (2) cumple con las Suposiciones 1-6. Entonces la tasa de reacción φ y la perturbación externa θ son u-fuertemente observables.

Demostación. Definiendo los errores de estimación $\tilde{\xi}_a = \xi_a - \hat{\xi}_a, \tilde{\xi}_e = \xi_e - \hat{\xi}_e, \tilde{\varphi} = \varphi - \hat{\varphi}$, y $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, se tiene el siguiente sistema:

$$\dot{\tilde{\xi}}_a = K_a \tilde{\varphi} - (D + \theta) \tilde{\xi}_a + \tilde{\theta} (\xi_a^{in} - \xi_a + \tilde{\xi}_a) \quad (4a)$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_e = K_e \tilde{\varphi} - (D + \theta) \tilde{\xi}_e + \tilde{\theta} (\xi_e^{in} - \xi_e + \tilde{\xi}_e) \quad (4b)$$

Para probar que φ y θ son fuertemente u-observables, es una condición necesaria y suficiente que la única solución de (4) es la trivial, como se describe en el Lema 4 de Moreno et al. (2014). Así, por la Suposición 6, $\tilde{y} = [\tilde{\xi}_a^T \tilde{\xi}_e^T]^T = [0_{1 \times m} \ 0]^T$, es decir, $\tilde{\xi}_a = 0_{m \times 1}$ y $\tilde{\xi}_e = 0$. Por consecuencia, $\tilde{\varphi} = -\tilde{\theta} K_a^{-1} (\xi_a^{in} - \xi_a)$ y $\tilde{\theta} \phi_e = 0$, donde $\phi_e = \xi_e^{in} - \xi_e - K_e K_a^{-1} (\xi_a^{in} - \xi_a)$. Por ende, $\tilde{\theta} = 0$ si $\phi_e \neq 0$, entonces $\tilde{\varphi} = 0_{m \times 1}$. Por lo tanto, ξ_a, ξ_e, φ y θ son u-fuertemente observables. ■

Luego, note que φ y θ están acopladas en las dinámicas de ξ_a y ξ_e , por lo que puede ser desafiante proponer un difeomorfismo que desacople dichas dinámicas. Sin embargo, definiendo el cambio de variable $\omega = [\omega_1 \ \omega_2]^T$ con $\omega_1 = K_a \varphi + \theta (\xi_a^{in} - \xi_a)$ y $\omega_2 = \theta \phi_e (\xi_a, \xi_e)$, que dependen de elementos conocidos o medibles, se puede estimar indirectamente φ y θ , es decir:

$$\hat{\theta} = \hat{\omega}_2 \phi_e^{-1} (\xi_a, \xi_e) \quad \hat{\varphi} = K_a^{-1} (\hat{\omega}_1 - \hat{\theta} (\xi_a^{in} - \xi_a)) \quad (5a)$$

$$\phi_e (\xi_a, \xi_e) = \xi_e^{in} - \xi_e - K_e K_a^{-1} (\xi_a^{in} - \xi_a) \quad (5b)$$

donde $\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \hat{\varphi}$ y $\hat{\theta}$ son los estimados de sus respectivas variables, mientras $\phi_e (\xi_a, \xi_e)$ es una función regresor no nula. A continuación, se proponen dos OBE para el

sistema (2). Antes de ello, se definirán las siguientes funciones asociadas al bioproceso:

$$f_a (\xi_a, D) = D (\xi_a^{in} - \xi_a) - Q_a$$

$$f_e (\xi_e, D) = D (\xi_e^{in} - \xi_e) - Q_e$$

$$K_\phi = \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0_{m \times 1} \\ K_e K_a^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

3.1 Algoritmo de alta ganancia (HGO)

Para iniciar, el sistema (2) puede expresarse de forma alternativa como:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + F(Z, D) + \epsilon_\varphi(t) \quad (6a)$$

$$y(t) = CZ(t) \quad (6b)$$

donde

$$Z = [Z_1^T \ Z_2^T]^T \quad \omega = [\omega_1^T \ \omega_2^T]^T$$

$$Z_1 = [\xi_a^T \ \xi_e^T]^T \quad Z_2 = K_\phi \omega$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_{(m+1) \times (m+1)} & I_{(m+1) \times (m+1)} \\ 0_{(m+1) \times (m+1)} & 0_{(m+1) \times (m+1)} \end{bmatrix}$$

$$C = [I_{(m+1) \times (m+1)} \ 0_{(m+1) \times (m+1)}]$$

$$F(Z, D) = \begin{bmatrix} f_a (\xi_a, D) \\ f_e (\xi_e, D) \\ 0_{(m+1) \times 1} \end{bmatrix} \quad \epsilon_\varphi = \begin{bmatrix} 0_{(m+1) \times 1} \\ K_\phi \hat{\omega} \end{bmatrix}$$

Observe que este sistema es estrictamente triangular y por ende, se encuentra en la forma observable. Por consecuencia, se puede usar un HGO para estimar ambas variables, es decir:

$$\dot{\hat{Z}}(t) = A \hat{Z}(t) + F(\hat{Z}, D) - \gamma \Delta_\gamma L_H (y(t) - C \hat{x}(t)) \quad (7)$$

donde $\gamma > 1$ es el término de alta ganancia tal que $\Delta_\gamma = \text{diag}(I_{(m+1) \times (m+1)}, \frac{1}{\gamma} I_{(m+1) \times (m+1)})$, mientras que $L_H \in \mathbb{R}^{2m \times m}$ es la matriz de ganancias del algoritmo.

El OBE (7) es un algoritmo exponencialmente estable ante las incertidumbres del modelo (Farza et al. (2013)). Así, $\hat{\omega} = K_\phi^{-1} \hat{Z}_2$ y por ende se pueden usar las relaciones (5a) para estimar φ y θ .

Nota 10. Por propósitos de comparación y simplicidad, se usará el observador (7) para el modelo (6). Sin embargo, se pueden aplicar algunos de los algoritmos HGO desarrollados en Bouraoui et al. (2015); Robles-Magdaleno et al. (2020) para el sistema (6). La aplicación de estas modificaciones pueden relajar la Suposición (6) porque garantizan convergencia exponencial del error de estimación cerca del origen ante mediciones discretas corrompidas con ruido acotado junto con incertidumbres del modelo.

3.2 Algoritmo de supertorsión extendido (ESTA)

Similar al caso anterior, se puede ver que el modelo (2) se expresa de la forma siguiente:

$$\dot{\chi}(t) = K_\phi \omega(t) + F_\chi (\chi, D) \quad (8)$$

donde

$$\chi = \begin{bmatrix} \xi_a \\ \xi_e \end{bmatrix} \quad F_\chi(\chi, D) = \begin{bmatrix} f_a(\xi_a, D) \\ f_e(\xi_e, D) \end{bmatrix}$$

El modelo (8) es el mismo que el estudiado en Reza López et al. (2023), por lo que se emplea el siguiente algoritmo por modos deslizantes:

$$\dot{\hat{\chi}}(t) = K_\phi \Psi \left(\zeta(t) + L_1 \text{ABS}(\sigma)^{1/2} \text{SIGN}(\sigma) \right) + F_\chi \quad (9a)$$

$$\dot{\zeta}(t) = L_2 \text{SIGN}(\sigma) \quad (9b)$$

$$\hat{\omega}(t) = \Psi \zeta(t) \quad (9c)$$

$$\sigma(t) = \Psi^{-1} K_\phi^{-1} (\chi(t) - \hat{\chi}(t)) \quad (9d)$$

$$\text{ABS}(\sigma)^{1/2} = \text{diag}(\sqrt{|\sigma_1|}, \dots, \sqrt{|\sigma_n|}) \quad (9e)$$

$$\text{SIGN}(\sigma) = [\text{sign}(\sigma_1) \ \dots \ \text{sign}(\sigma_n)]^T \quad (9f)$$

donde $L_1, L_2 \in \mathbb{R}_{>0}$ son ganancias del algoritmo, Ψ es una matriz diagonal positiva definida tal que $|\psi_i^{-1} \hat{\omega}_i| \leq 1$. Dado que ω depende de elementos continuamente acotados (Suposiciones 2-4), $\hat{\omega}$ converge a su valor nominal ω en tiempo finito ante mediciones continuas sin ruido (Reza López et al. (2023)). Así, los estimados de φ y θ son iguales a (5a).

3.3 Condiciones generales para el cambio de variable

De los estimadores propuestos, note que su aplicación depende de que pueda efectuarse el cambio de variable (ω_1, ω_2) , definido siempre que se cumpla lo siguiente:

- (1) Las matrices K_a y K_ϕ son invertibles.
- (2) La función de regresión $\phi_e \neq 0$.

De la primer condición, por hipótesis K_a es invertible (Suposición 1). Además, es fácil probar que K_ϕ es invertible. Mientras que la segunda condición puede garantizarse siempre que ϕ_e cumpla la condición de excitación persistente (PE), descrita a continuación.

Definición 11. Sea $\phi_e \in \mathbb{R}$ una función integrable y acotada. Se dice que ϕ_e satisface la condición PE si existen constantes $\alpha_1, \alpha_2, T_0 \in \mathbb{R}_{>0}$ tal que:

$$\alpha_2 \geq \int_t^{t+T_0} \phi(s)^2 ds \geq \alpha_1$$

Para evaluar si ϕ_e cumple esta propiedad, analizando (2) en estado estacionario se tiene que esta función cumple dicha condición si y solo si:

$$Q_e - K_e K_a^{-1} Q_a \neq 0 \quad (10)$$

Sin embargo, ante la ausencia de transferencia líquido-gas en ξ_a y ξ_e , la condición (10) siempre es nula. No obstante, suponga que existen funciones conocidas no nulas $f(\xi_a)$ y $g(\xi_e)$ tal que:

$$\dot{\xi}_a = K_a \varphi + (D + \theta)(\xi_a^{in} - \xi_a) - Q_a + f(\xi_a) \quad (11a)$$

$$\dot{\xi}_e = K_e \varphi + (D + \theta)(\xi_e^{in} - \xi_e) - Q_a + g(\xi_e) \quad (11b)$$

Se puede probar que estas funciones no alteran la observabilidad de φ y θ . Más aún, pueden estar asociadas a

ciertas tasas de reacción con estructura conocida como la tasa de mortalidad o de mantenimiento. Entonces, analizando (11) en estado estacionario, se tiene que ϕ_e cumple la condición de excitación persistente si y solo si:

$$Q_e + K_e K_a^{-1} (g(\xi_a) - Q_a) - f(\xi_e) \neq 0$$

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Sea el modelo de fermentación alcohólica con *Saccharomyces cerevisiae* (Bouraoui et al. (2015)):

$$\dot{X} = \varphi_1 - (D + \theta + \beta)X \quad (12a)$$

$$\dot{S} = -\frac{1}{y_{xs}} \varphi_1 - \frac{1}{y_{ps}} \varphi_2 + (D + \theta)(S^{in} - S) \quad (12b)$$

$$\dot{P} = \varphi_2 - (D + \theta)P \quad (12c)$$

donde X, S, P son la concentración de biomasa, sustrato y etanol, respectivamente, y_{xs}, y_{ps} son coeficientes de rendimiento, β es la tasa de mortalidad del hongo, mientras S^{in} es la concentración de alimentación de sustrato. El objetivo es estimar las tasas de reacción usando el HGO (7) y ESTA (9), ante mediciones continuas sin ruido más una perturbación con el siguiente comportamiento:

- (1) Nula desde el inicio de la simulación hasta 24 hr.
- (2) Periódica entre 24 hr a 72 hr.
- (3) Continua por partes entre 72 hr a 144 hr.
- (4) Exponencial decreciente desde 144 hr en adelante.

Para ello, las tasas de reacción están estructuradas de la siguiente manera:

$$\varphi_1 = \frac{\mu_{\max} X S}{K_{sx} + S} (1 - K_{px} P), \quad \varphi_2 = \frac{q_{\max} X S}{K_{sp} + S} (1 - K_{pp} P)$$

donde μ_{\max}, q_{\max} son la tasa de crecimiento y formación de etanol máxima, mientras $K_{sx}, K_{px}, K_{sp}, K_{pp}$ son parámetros cinéticos.

Así, para $\xi_a = [S \ P]^T$, $\xi_e = X$ y empleando los mismos valores que los descritos en Bouraoui et al. (2015), excepto $D = 0.2 \text{ hr}^{-1}$, $S^{in} = 110 \text{ g/L}$, $\beta = 0.01 \text{ hr}^{-1}$, $\hat{X}(0) = 0.19 \text{ g/L}$, $\hat{S}(0) = 92.45 \text{ g/L}$, $\hat{P}(0) = 1.37 \text{ g/L}$, $\hat{\varphi}_1(0) = \hat{\varphi}_2(0) = 0 \text{ g/(L} \cdot \text{hr)}$, $\hat{\theta}(0) = 0 \text{ hr}^{-1}$, $L_H = \text{diag}(0.86 \cdot I_{3 \times 3}, 1.29 \cdot I_{3 \times 3})$, $\gamma = 2$, $L_1 = 2$, $L_2 = 1$ y $\Psi = \text{diag}(5, 4, 0.01)$, los resultados de la simulación² del HGO y ESTA se muestran en la Fig. 1-3.

Observe que ambos estimadores tienen un buen desempeño en la estimación de las tasas de reacción y la perturbación externa. No obstante, cada observador tiene un cambio apreciable en la estimación de φ y θ en los tiempos $t \in \{72 \text{ hr}, 96 \text{ hr}, 120 \text{ hr}\}$. Lo anterior es consecuencia del cambio instantáneo de la dinámica

² La simulación se hizo en MATLAB/Simulink (Versión 2022a) con método de integración Euler a un paso de 1 ms. La sintonización de L se hizo resolviendo la desigualdad lineal matricial $A^T P - C^T X^T + P A - X C < 0$ con $P = P^T > 0$ y $X = PL$ usando YALMIP Lofberg (2004) con SeDuMi Sturm (1999). Mientras que L_1, L_2, γ y Ψ son asignados heurísticamente.

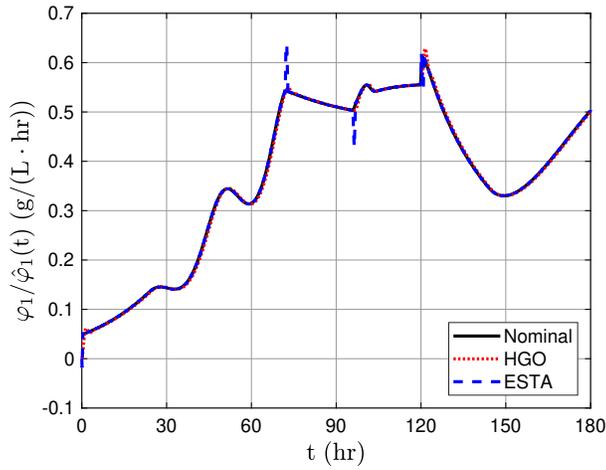


Fig. 1. Estimación de la tasa de reacción φ_1 .

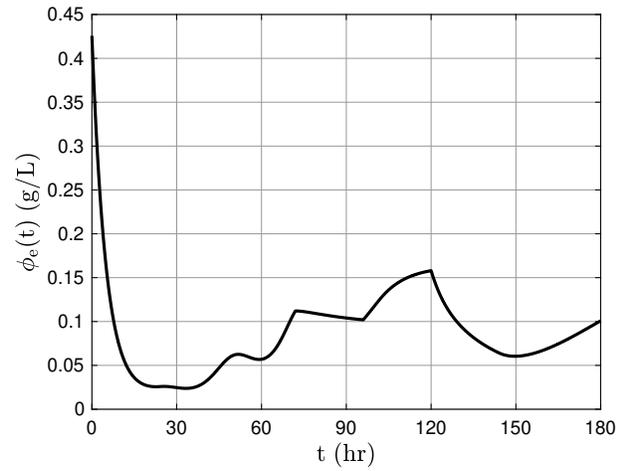


Fig. 4. Dinámica de la función regresor ϕ_e .

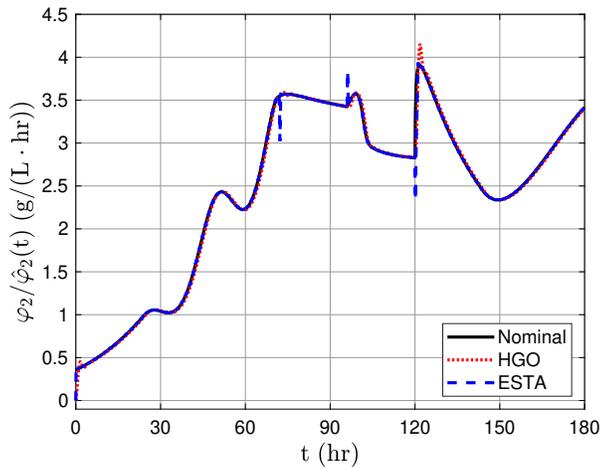


Fig. 2. Estimación de la tasa de reacción φ_2 .

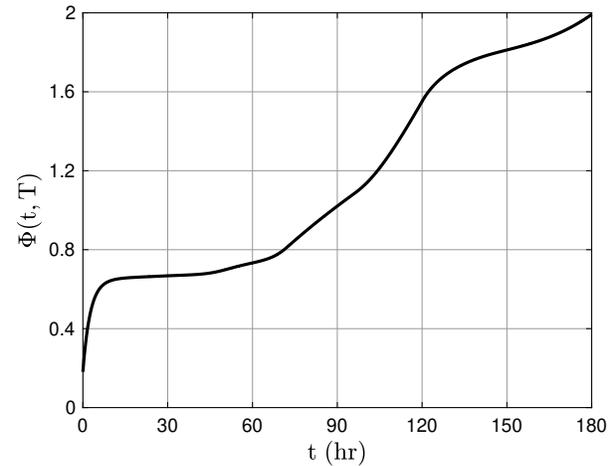


Fig. 5. Dinámica de $\Phi(t, T) = \int_t^{t+T} \phi_e(s)^2 ds$ con $T = 180$ hr.

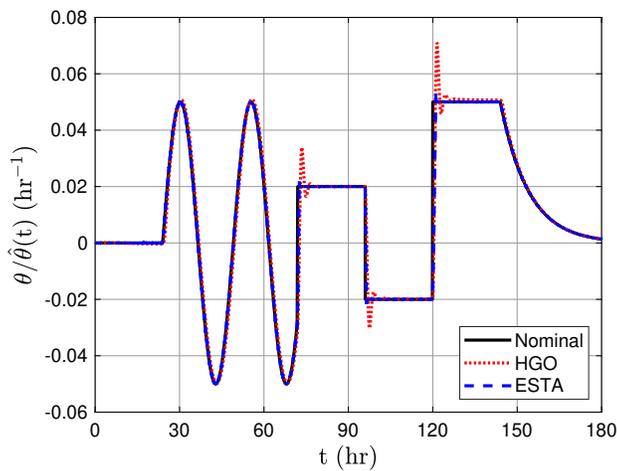


Fig. 3. Estimación de la perturbación externa θ .

de la perturbación externa en dichos tiempos. Además, note que la estimación de φ y θ es posible en ausencia de transferencia líquido-gas porque $f(\xi_e) = -\beta X$, así $\phi_e \neq 0$ como se muestra en la Fig. 4. Por consecuencia, esta función regresor cumple la condición PE, como se muestra en la Fig. 5.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Se diseñaron dos estimadores basados en observadores para estimar simultáneamente las tasas de reacción y una perturbación externa asociada a la tasa de dilución para bioprocesos. Por un lado, la técnica de alta ganancia permite estimar dichas dinámicas exponencialmente. Por otro lado, la técnica de supertorsión extendida permite estimar dichas dinámicas en tiempo finito. Ambas técnicas dependen de un cambio de variable, además de que se garantice que la función regresor asociada a la perturbación externa cumpla la condición de excitación persistente, la

cuál es fácil de comprobar. Las simulaciones numéricas de un proceso de fermentación alcohólica muestra que los estimadores propuestos tienen un buen desempeño, además de que es fácil comprobar la condición de excitación persistente mencionada. Como trabajo a futuro, se espera incrementar la robustez de los algoritmos propuestos ante mediciones discretas corrompidas con ruido acotado.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor expresa su gratitud al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) México, por proporcionarle una beca para sus estudios de doctorado.

REFERENCIAS

- Alcaraz-Gonzalez, V. and Gonzalez-Alvarez, V. (2007). Robust nonlinear observers for bioprocesses: Application to wastewater treatment. In *Selected topics in dynamics and control of chemical and biological processes*, 119–164. Springer.
- Bastin, G. (2013). *On-line estimation and adaptive control of bioreactors*, volume 1. Elsevier.
- Bourauoi, I., Farza, M., Ménard, T., Abdenmour, R.B., M'Saad, M., and Mosrati, H. (2015). Observer design for a class of uncertain nonlinear systems with sampled outputs—application to the estimation of kinetic rates in bioreactors. *Automatica*, 55, 78–87.
- Čelikovský, S., Torres-Munoz, J.A., and Dominguez-Bocanegra, A.R. (2018). Adaptive high gain observer extension and its application to bioprocess monitoring. *Kybernetika*, 54(1), 155–174.
- Darvehei, P., Bahri, P.A., and Moheimani, N.R. (2018). Model development for the growth of microalgae: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 97, 233–258.
- De Battista, H., Picó, J., Garelli, F., and Vignoni, A. (2011). Specific growth rate estimation in (fed-) batch bioreactors using second-order sliding observers. *Journal of Process Control*, 21(7), 1049–1055.
- Farza, M., M'Saad, M., Fall, M.L., Pigeon, E., Gehan, O., and Busawon, K. (2013). Continuous-discrete time observers for a class of mimo nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59(4), 1060–1065.
- Huang, Q., Jiang, F., Wang, L., and Yang, C. (2017). Design of photobioreactors for mass cultivation of photosynthetic organisms. *Engineering*, 3(3), 318–329.
- Liu, F., Farza, M., and M'Saad, M. (2006). Unknown input observers design for a class of nonlinear systems—application to biochemical processes. *IFAC Proceedings Volumes*, 39(9), 131–136.
- Lofberg, J. (2004). Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab. In *2004 IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508)*, 284–289. IEEE.
- Lourenço, N., Lopes, J., Almeida, C., Sarraguça, M., and Pinheiro, H. (2012). Bioreactor monitoring with spectroscopy and chemometrics: a review. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 404(4), 1211–1237.
- Moreno, J.A. and Dochain, D. (2008). Global observability and detectability analysis of uncertain reaction systems and observer design. *International Journal of Control*, 81(7), 1062–1070.
- Moreno, J.A. and Mendoza, I. (2014). Application of super-twisting-like observers for bioprocesses. In *2014 13th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 1–6. IEEE.
- Moreno, J.A., Rocha-Cózatl, E., and Wouwer, A.V. (2014). A dynamical interpretation of strong observability and detectability concepts for nonlinear systems with unknown inputs: application to biochemical processes. *Bioprocess and biosystems engineering*, 37(1), 37–49.
- Núñez, S., De Battista, H., Garelli, F., Vignoni, A., and Picó, J. (2013). Second-order sliding mode observer for multiple kinetic rates estimation in bioprocesses. *Control Engineering Practice*, 21(9), 1259–1265.
- Perrier, M., De Azevedo, S.F., Ferreira, E., and Dochain, D. (2000). Tuning of observer-based estimators: theory and application to the on-line estimation of kinetic parameters. *Control Engineering Practice*, 8(4), 377–388.
- Picó-Marco, E., Picó*, J., and De Battista, H. (2005). Sliding mode scheme for adaptive specific growth rate control in biotechnological fed-batch processes. *International Journal of Control*, 78(2), 128–141.
- Rapaport, A. and Dochain, D. (2005). Interval observers for biochemical processes with uncertain kinetics and inputs. *Mathematical biosciences*, 193(2), 235–253.
- Reza López, V., Guerrero Tavares, J., and Torres Muñoz, J. (2023). An extended super-twisting algorithm for simultaneous estimation of reaction rates and input disturbance in bioprocess. *Journal of Process Control*, 123, 131–140.
- Robles-Magdaleno, J., Rodríguez-Mata, A., Farza, M., and M'saad, M. (2020). A filtered high gain observer for a class of non uniformly observable systems—application to a phytoplanktonic growth model. *Journal of Process Control*, 87, 68–78.
- Rocha-Cozatl, E., Moreno, J.A., and Wouwer, A.V. (2012). Application of a continuous-discrete unknown input observer to estimation in phytoplanktonic cultures. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(15), 579–584.
- Sturm, J.F. (1999). Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, 11(1-4), 625–653.
- Utkin, V., Poznyak, A., Orlov, Y.V., and Polyakov, A. (2020). *Road map for sliding mode control design*. Springer.
- Zúñiga, I.T., Vargas, A., Latrille, E., and Buitrón, G. (2015). Robust observation strategy to estimate the substrate concentration in the influent of a fermentative bioreactor for hydrogen production. *Chemical Engineering Science*, 129, 126–134.