

Passivity-Based Control of Three-Phase PWM AC-DC Converters with Close to Unity Power Factor and RL Load

Cuauhtémoc Guerrero* Víctor Santibañez**

Juan Carlos Fabián*** René Ramírez*

* Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México, C.P. 09790, México, (e-mail: cuauhtemoc.guerrero@uacm.edu.mx, rene.ramirez.huerta@estudiante.uacm.edu.mx).

** Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón, Coahuila, C.P. 27000, México, (e-mail: vsantiba@itl.laguna.edu.mx).

*** Autoridad Educativa Federal en la Ciudad de México, Ciudad de México, C.P. 15410, México, (e-mail: juan.fabianp@aeefcm.gob.mx).

Abstract: In the present work, a strategy is proposed to control the pulse width modulation signals of the power devices of high switching of a three-phase alternating current to direct current converter as well as the current of a load type RL guaranteeing that the power factor of the supply be the unity, which is achieved by taking advantage of the properties that the complete mathematical model has in the two-phase synchronous frame of reference. Likewise, a formal stability analysis of the complete closed-loop system is presented, thereby demonstrating that the proposed scheme guarantees global asymptotic stability with all bounded internal signals.

Keywords: PWM AC-DC Converter, Three Phase Rectification, dq Reference Frame, Passivity Based Control, DC Motor.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas electrónicos que realizan conversión de potencia usualmente se les denomina *convertidores* [Mohan et al., 2009]. Cuando éstos se utilizan para conversión de flujo de potencia de corriente alterna (AC por sus siglas en inglés) a corriente directa (DC por sus siglas en inglés) se tiene un modo “rectificador” y cuando la conversión es de DC a AC se tiene un modo “inversor” [Mohan et al., 2009]. Los rectificadores se diseñan considerando una excitación de tensión monofásica o trifásica, e.g., en [Rothmund et al., 2017] se implementa un convertidor monofásico de puente completo PWM AC-DC utilizando una técnica de modo de corriente triangular integrada, mientras que en [Lu et al., 2017] a un convertidor trifásico AC-DC se le regula el voltaje de enlace de corriente directa (DC-link voltage) por medio de un observador de estados.

Los convertidores trifásicos AC-DC son utilizados en muchos ámbitos, sobre todo a nivel industrial. Dos grandes campos de estos son: la integración de fuentes de energías renovables hacia una microrred (microgrid); sistemas de suministros de potencia interrumpibles (UPS por sus siglas en inglés) [Lu et al., 2017]. En ambos campos, se tiene como primera etapa una rectificación para después aplicarla a una carga, que puede ser de DC o AC. Cuando la carga es de DC, se puede alimentar ésta de forma directa o por medio de un convertidor DC-DC, mientras que para carga AC, se utiliza vía un inversor [Lu et al., 2017]. La forma principal de realizar la rectificación, para ambos tipos de cargas, es por la aplicación de técnicas de modulación de ancho de pulso (PWM por sus siglas en inglés), como en [Deraz et al., 2019] que implementan convertidores tipo buck y boost por medio del desarrollo

de PWM para los semiconductores de potencia con un control PI para el error del voltaje de la carga, mientras que en [Fernández et al., 2022] se realiza un control de carga de baterías desde una alimentación trifásica, modelando todo el sistema con una estructura Hamiltoniana de Puerto controlado y con diseño IDA-PBC.

Una PWM se obtiene por la comparación de dos tipos de señales, por lo que existen muchas técnicas para realizar dicha comparación [Mohan et al., 2009]. Con el extenso desarrollo que se ha tenido en la tecnología de la microelectrónica, se han desarrollado muchas propuestas para implementar las PWM y reducir costos en el uso de hardware, e.g., en [Al Azze and Ali, 2020] obtienen las PWM a través de la comparación de señales tipo seno con unas triangulares y lo que resulta es acoplada a un sistema con plataforma Arduino Mega2560.

El sistema que resulta de una etapa de rectificación trifásica con dispositivos de potencia de alta conmutación y una carga acoplada al lado de corriente directa, es de gran interés para algunos grupos de investigación. Sobre todo, en el desarrollo de esquemas para controlar tanto los disparos de los dispositivos semiconductores de potencia como la corriente de la carga DC. El modelo matemático del convertidor trifásico AC-DC se obtiene en el marco de referencia trifásico, el cual resulta en una relación con las funciones de conmutación. Es usual que se le realice una transformación al modelo trifásico a un marco de referencia estacionario de dos fases. En el diseño de estrategias de control al convertidor trifásico AC-DC se han utilizado tanto el modelo trifásico como el del marco transformado: los del primer tipo proponen un control PI [Wu et al., 1990] y [Wu et al., 1991]; los del segundo tipo

se pueden clasificar en los que utilizan lazos de control PI [Blasko and Kaura, 1997], [Marmidis and Alexandridis, 2009] y [Taha et al., 2018] o los que utilizan otra técnica de control, e.g., en [Nair et al., 2020] su diseño se fundamenta en el uso de control predictivo, mientras que en [Tlili et al., 2020] está basado en el control directo de potencia, por medio de un análisis de la teoría de potencia PQ.

En el presente escrito, se considera un convertidor trifásico AC-DC teniendo una carga de tipo RL, este último puede ser un horno eléctrico. La motivación de realizar este trabajo es el diseño de un esquema que controle tanto la generación de PWM de los interruptores de potencia del rectificador trifásico como la corriente que demanda la carga, garantizando un factor de potencia unitario en la línea trifásica de alimentación utilizando herramientas de control basado en pasividad y vía Lyapunov asegurando una estabilidad asintótica en lazo cerrado de todo el sistema. Para realizar esto, se utiliza el modelo del convertidor en el marco de referencia estacionario de dos fases (conocido como dq) por lo que se aprovechan las propiedades que tiene el modelo del convertidor de dicho marco de referencia.

2. MODELO GENERAL DEL CONVERTIDOR TRIFÁSICO PWM AC-DC

El diagrama esquemático del convertidor PWM trifásico AC-DC se muestra en la Figura 1, en donde los dispositivos semiconductores de potencia se representan por interruptores y las letras mayúsculas etiquetan los nodos de interés del circuito.

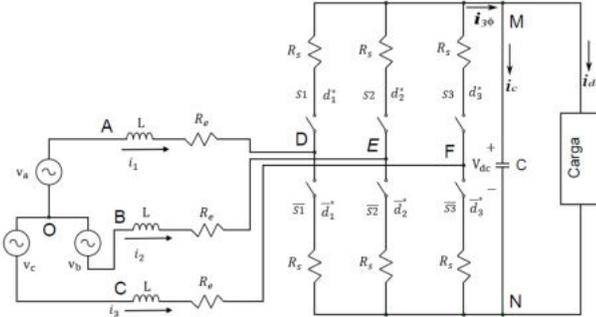


Figura 1. Circuito principal del convertidor trifásico PWM AC a DC (Adaptada de [Wu et al., 1990]).

Las funciones que describen el comportamiento del sistema de la Figura 1 se obtienen en dos etapas: las tensiones de cada una de las fases del sistema trifásico respecto al punto de referencia, denotado como O; la suma de las corrientes en la etapa de rectificación que se tiene en el nodo M. Para esto, se asume que: **A1**, se conocen las características de los interruptores de potencia; **A2**, se tiene un sistema simétrico en las fases, por lo que la suma de las tres corrientes de fase es igual a cero; y **A3**, la alimentación trifásica es balanceada, con esto, la suma de las tensiones de las tres fuentes es cero. En la deducción de las funciones, se considera la notación y metodología propuesta en [Wu et al., 1990] y éstas se pueden obtener de forma independiente de la carga que se tenga.

En cada una de las fases, se tienen conectados a un mismo punto dos interruptores de potencia, de tal forma que en

algún momento uno de estos está encendido y el otro está apagado por lo que se tiene una función de conmutación definida como

$$\begin{aligned} d_k^* &= 1 && \text{cuando el interruptor } S_k \text{ está encendido} \\ \bar{d}_k^* &= 0 && \text{cuando el interruptor } \bar{S}_k \text{ está apagado} \end{aligned} \quad (1)$$

donde $k = 1, 2, 3$, asimismo se tiene que

$$\begin{aligned} \bar{d}_k^* &= 0 && \text{cuando el interruptor } S_k \text{ está apagado} \\ d_k^* &= 1 && \text{cuando el interruptor } \bar{S}_k \text{ está encendido} \end{aligned} \quad (2)$$

Esto es, sólo se permite que S_k o \bar{S}_k esté conduciendo en cualquier instante, por lo que se tiene

$$d_k^* + \bar{d}_k^* = 1. \quad (3)$$

Aplicando ley de voltajes de Kirchhoff a la fase 1 del circuito trifásico, se tiene

$$L \frac{d}{dt} i_1 + R_e i_1 = v_{AD} = v_a - (v_{DN} + v_{NO}) \quad (4)$$

donde la inductancia y la resistencia de la línea de alimentación se denotan como L y R_e , respectivamente, mientras que la corriente de la línea 1 se define como i_1 y la fuente que alimenta a esta fase es v_a y las tensiones v_{AD} , v_{DN} así como v_{NO} denotan al potencial que se tiene entre los nodos etiquetados por los subíndices. Hay dos situaciones para la etapa de la rectificación: la primera es cuando los interruptores $S1$ y $\bar{S}1$ tienen la condición dada en (1), por lo que se tiene una relación de tensiones entre la carga y la fase 1 como

$$v_{DN} = R_s i_1 + v_{dc}, \quad (5)$$

con R_s la resistencia equivalente del dispositivo de conmutación y v_{dc} denota la tensión de la carga. La segunda situación es cuando los interruptores $S1$ y $\bar{S}1$ presentan la condición dada en (2) por lo que se tiene

$$v_{DN} = R_s i_1. \quad (6)$$

Teniendo en cuenta (5) y (6), la relación de tensiones dada en (4) resulta en

$$L \frac{d}{dt} i_1 + R_e i_1 = v_a - (R_s i_1 + v_{dc}) d_1^* - (R_s i_1) \bar{d}_1^* - v_{NO}. \quad (7)$$

De acuerdo a (3), se tiene que (7) se reduce a

$$L \frac{d}{dt} i_1 = -R i_1 - (v_{dc} d_1^* + v_{NO}) + v_a, \quad (8)$$

donde $R = R_e + R_s$ es la resistencia serie total en una fase. De forma similar, para las fases 2 y 3, se tiene

$$L \frac{d}{dt} i_2 = -R i_2 - (v_{dc} d_2^* + v_{NO}) + v_b, \quad (9)$$

$$L \frac{d}{dt} i_3 = -R i_3 - (v_{dc} d_3^* + v_{NO}) + v_c. \quad (10)$$

Sumando las funciones (8), (9) y (10), al considerar las suposiciones **A2** y **A3** y simplificar, se tiene que v_{NO} es

$$v_{NO} = -\frac{v_{dc}}{3} (d_1^* + d_2^* + d_3^*). \quad (11)$$

Considerando (11), en forma matricial (8), (9) y (10), relacionan al vector de corrientes $\mathbf{i}_{3\phi} = [i_1 \ i_2 \ i_3]^T \in \mathbb{R}^3$, al vector de funciones de conmutación $\mathbf{d}_{s3\phi}^* = [d_1^* \ d_2^* \ d_3^*]^T \in \mathbb{R}^3$ y el vector de las fuentes de alimentación trifásica $\mathbf{v}_{3\phi} = [v_a \ v_b \ v_c]^T \in \mathbb{R}^3$ como

$$L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{3\phi} = -R \mathbf{i}_{3\phi} - \mathbf{D}_{sw} \mathbf{d}_{s3\phi}^* v_{dc} + \mathbf{v}_{3\phi}, \quad (12)$$

con la matriz \mathbf{D}_{sw} dada como

$$\mathbf{D}_{sw} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Para el circuito de la etapa de rectificación, lado derecho de la Figura 1, se obtiene una ecuación diferencial al aplicar ley de corrientes de Kirchhoff al nodo M (parte superior derecha), esta es

$$C \frac{d}{dt} v_{dc} = \mathbf{i}_{3\phi}^T \mathbf{d}_{s3\phi}^* - i_{dc}, \quad (14)$$

donde la tensión rectificada se denota como v_{dc} , la corriente que se consume en la carga como i_{dc} y el capacitor acoplado en paralelo a la carga tiene una capacitancia C .

Las funciones (12) y (14) modelan al sistema trifásico y la etapa de rectificación en el marco de referencia trifásico. A ambas, se les puede aplicar una transformación al marco de referencia síncrono de dos fases. Para ello, la transformación del marco de referencia, dado en [Krause et al., 2002], es

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{Q} \mathbf{f}_{abc}, \quad (15)$$

donde el vector $\mathbf{f}_{dq0} = [f_q \ f_d \ f_0]^T \in \mathbb{R}^3$ hace referencia a variables en el marco dq , el vector $\mathbf{f}_{abc} = [f_a \ f_b \ f_c]^T \in \mathbb{R}^3$ a variables en el marco de referencia trifásico y la matriz de transformación $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ se define como

$$\mathbf{Q} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t) & \cos(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\omega_s t + \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\omega_s t) & \sin(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\omega_s t + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

donde, para el presente trabajo, ω_s es la frecuencia angular de la línea de alimentación y t el tiempo. De acuerdo a las suposiciones **A1** y **A2**, el término de secuencia cero es idénticamente cero, i.e., $f_0 = 0$, por lo que el sistema dado en (12) tiene una transformación al marco de referencia síncrono de dos fases como

$$L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq} + L \omega_s \mathcal{J} \mathbf{i}_{dq} = -R \mathbf{i}_{dq} - \mathbf{d}_{dq}^* v_{dc} + \mathbf{v}_{dq}, \quad (17)$$

con $\mathbf{i}_{dq} = [i_d \ i_q]^T \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{v}_{dq} = [v_d \ v_q]^T \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{d}_{dq}^* = [d_d^* \ d_q^*]^T \in \mathbb{R}^2$ y la matriz antisimétrica $\mathcal{J} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

En (17) se utiliza el hecho de que el producto de la matriz de transformación (16) sin la variable de secuencia cero y la matriz (13) resulta como

$$\mathbf{Q} \mathbf{D}_{sw} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_s t) & \cos(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\omega_s t + \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\omega_s t) & \sin(\omega_s t - \frac{2}{3}\pi) & \sin(\omega_s t + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}.$$

Asimismo, la función (14) se transforma al marco de referencia síncrono de dos fases, utilizando (16), como

$$C \frac{d}{dt} v_{dc} + i_{dc} = \frac{3}{2} \mathbf{i}_{dq}^T \mathbf{d}_{dq}^*. \quad (18)$$

Una forma de generación de PWM es la conocida por conmutación de voltaje bipolar [Mohan et al., 2009]

en donde las señales de conmutación se generan por comparación de una forma de onda triangular con un voltaje de referencia. En el rango de frecuencia muy abajo de la frecuencia de conmutación, la función de conmutación \mathbf{d}_{dq}^* puede ser reemplazada por su valor promedio (o ciclo de trabajo, duty cycle) \mathbf{d}_{dq} en ese período de conmutación como se muestra en la Figura 2.

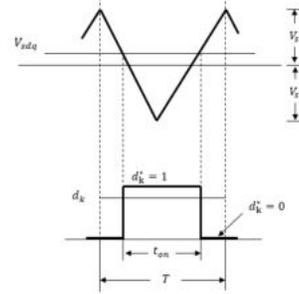


Figura 2. Periodo de conmutación PWM AC a DC (Adaptada de [Wu et al., 1990]).

Con lo mencionado en el párrafo anterior, (17) y (18) se pueden reescribir como

$$L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq} + L \omega_s \mathcal{J} \mathbf{i}_{dq} + R \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{d}_{dq} v_{dc} = \mathbf{v}_{dq}, \quad (19)$$

$$C \frac{d}{dt} v_{dc} + i_{dc} - \frac{3}{2} \mathbf{d}_{dq}^T \mathbf{i}_{dq} = 0. \quad (20)$$

Las intersecciones que se tienen en las gráficas de la Figura 2 determinan el patrón de conmutación. Si la frecuencia es lo suficientemente alta, la tensión \mathbf{v}_{sk} puede ser tratado como una constante en el período de conmutación y el disparo del ciclo de trabajo d_k , al ser adimensional, tiene una relación respecto a tiempos de encendido del interruptor de potencia y el tiempo de conmutación de la señal triangular, o una relación respecto a los voltajes de control de disparo $\mathbf{v}_{sdq} = [v_{sd} \ v_{sq}] \in \mathbb{R}^2$ del dispositivo de potencia y la amplitud de la señal triangular [Wu et al., 1990]-[Mohan et al., 2009]. En el marco dq se tiene

$$\mathbf{d}_{dq} = \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \begin{bmatrix} t_{ond} \\ t_{onq} \end{bmatrix} = \frac{1}{2v_s} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

donde t_{ond} y t_{onq} definen a los tiempos de encendidos para la función de conmutación d_k para el marco d y q , respectivamente y v_s es la amplitud de la señal triangular de tensión de la Figura 2. Es de destacar que el ciclo de trabajo está acotado a un rango de 0 a 1, por lo que no es posible que $t_{on} > T$. Esta acotación también queda mapeada al realizar una transformación de marco de referencia.

3. RESULTADO PRINCIPAL

3.1 Formulación del Problema

Considere el modelo del circuito convertidor trifásico PWM de AC-DC en el marco de referencia síncrono de dos fases dq , dado por (19) y (20), así como una función de conmutación promedio dado en (21). Además, se tiene como carga, en la etapa de rectificación, un circuito RL que puede ser el modelo de un horno eléctrico. Asimismo, asuma que:

- S1.** Los parámetros del sistema de rectificación en conjunto con los de la carga son conocidos y positivos. Asimismo, los dispositivos semiconductores de potencia son iguales en estructura así como las líneas de alimentación.
- S2.** Se disponen de las señales de medición de los voltajes de las tres líneas de alimentación y por medio de la transformación del marco de referencia (16) se obtienen los voltajes en el marco de referencia sincrónico dq .
- S3.** Se disponen de las señales de la medición de las corrientes de las tres fases de la línea de alimentación y por medio de la transformación del marco de referencia (16) se obtienen los voltajes en el marco de referencia sincrónico dq .
- S4.** Los voltajes de alimentación trifásica son sinusoidales y balanceados, suposición **A3**.
- S5.** Se dispone de la señal de medición de la tensión de la carga v_{dc} .
- S6.** Se dispone de la señal de la medición de la corriente de la carga i_{dc} .
- S7.** El voltaje deseado en las terminales de la carga v_{dcd} es una función constante. Esta es mayor que la amplitud de la tensión entre fases.

Por medio de la función de conmutación de los dispositivos semiconductores de potencia, el objetivo de control es lograr un seguimiento asintótico de la corriente de la carga y un factor de potencia unitario en la alimentación trifásica de corriente alterna, utilizando como retroalimentación las tres corrientes de fase de corriente alterna y la corriente de la carga.

3.2 Controlador propuesto

La corriente deseada de la carga i_{dcd} se obtiene como

$$\frac{d}{dt}i_{dcd} = \frac{3}{2L_l} \left(-\frac{2}{3}R_l i_{dcd} + \frac{2}{3}v_{dcd} - K_l e_l \right), \quad (22)$$

donde v_{dcd} es definida de acuerdo a **S7**, el error de corriente de la carga e_l es definido en (34d) y K_l es una constante de proporcionalidad.

Las corrientes deseadas de línea del sistema trifásico en el marco de referencia dq son

$$i_{qd} = 0, \quad (23)$$

$$i_{dd} = \sqrt{2}I_d, \quad (24)$$

con I_d es una amplitud deseada y se calcula como

$$\frac{d}{dt}I_d = \frac{1}{\sqrt{2}L} \left(\sqrt{2}V - R\sqrt{2}I_d - \left(\frac{v_{sd}}{2v_s} + \frac{1}{2} \right) v_{dcd} \right), \quad (25)$$

donde v_{sd} es

$$v_{sd} = 2v_s \left[\frac{1}{\sqrt{2}I_d} \left(\frac{2}{3}C\dot{v}_{dcd} + \frac{2}{3}i_{dcd} + K_v e_v \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (26)$$

Asimismo, la función de conmutación se obtiene como

$$\begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}I_d} \left(\frac{2}{3}C\dot{v}_{dcd} + \frac{2}{3}i_{dcd} + K_v e_v \right) \\ -\frac{1}{v_{dcd}}\sqrt{2}L\omega_s I_d \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Las constantes K_v y K_l deben cumplir

$$K_v > 0, \quad (28a)$$

$$K_l > 0. \quad (28b)$$

Bajo estas condiciones, el sistema en lazo cerrado logra que el factor de potencia de la línea trifásica de alimentación sea unitario, además la corriente de la carga tiene un seguimiento asintótico.

4. SISTEMA EN LAZO CERRADO Y DISEÑO

4.1 Modelo rectificación trifásica y carga RL

Con la suposición de una carga de tipo RL en la malla del lado derecho de la Figura 1, se tiene una ecuación diferencial de primer orden como

$$L_l \frac{d}{dt}i_{dc} + R_l i_{dc} = v_{dc}, \quad (29)$$

donde R_l denota la resistencia y L_l a la inductancia, ambas constantes de la carga, mientras que i_{dc} es la corriente que circula por dicha carga cuando se tiene el voltaje v_{dc} en las terminales de ésta.

Las funciones (19), (20) y (29) se reescriben como

$$L \frac{d}{dt}\mathbf{i}_{dq} + L\omega_s \mathcal{J}\mathbf{i}_{dq} + R\mathbf{i}_{dq} + \mathbf{d}_{dq}v_{dc} = \mathbf{v}_{dq}, \quad (30a)$$

$$\frac{2}{3}C \frac{d}{dt}v_{dc} + \frac{2}{3}i_{dc} - \mathbf{d}_{dq}^T \mathbf{i}_{dq} = 0, \quad (30b)$$

$$L_l \frac{d}{dt}i_{dc} + R_l i_{dc} - v_{dc} = 0. \quad (30c)$$

Se define al vector de estados $\mathbf{z} = [\mathbf{i}_{dq}^T v_{dc} i_{dc}]^T \in \mathbb{R}^4$ y al vector de entrada $\mathbf{q} = [v_{dq}^T 0 0]^T \in \mathbb{R}^4$. Las funciones dadas en (30) conforman el sistema completo y se escriben en forma compacta como

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{z}} + \mathcal{R}\mathbf{z} + \mathcal{C}\mathbf{z} = \mathbf{q} \quad (31)$$

con las matrices $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ definida positiva, la matriz $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ semidefinida positiva y la matriz $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ antisimétrica, se estructuran como

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L\mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & \frac{2}{3}C & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & \frac{2}{3}L_l \end{bmatrix}, \quad (32a)$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} R\mathbf{I}_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & \frac{2}{3}R_l \end{bmatrix}, \quad (32b)$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} L\omega_s \mathcal{J} & \mathbf{d}_{dq} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ -\mathbf{d}_{dq}^T & 0 & \frac{2}{3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & -\frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix}, \quad (32c)$$

donde \mathbf{I}_2 es la matriz identidad de 2x2 y los subíndices en las matrices de ceros indica el espacio al cual pertenecen dichas matrices.

4.2 Modelo en lazo cerrado

El vector de error de estados $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^4$ es

$$\mathbf{e} = \mathbf{z}_d - \mathbf{z}, \quad (33)$$

donde $\mathbf{z}_d = [\mathbf{i}_{dq}^T v_{dcd} i_{dcd}]^T \in \mathbb{R}^4$ denota al vector de estados deseados con $\mathbf{i}_{dq} = [i_{dd} i_{qd}]^T \in \mathbb{R}^2$ las corrientes deseadas en el marco de referencia dq , i_{dcd} a la corriente deseada de la carga y v_{dcd} al voltaje deseado en las

terminales del capacitor. En forma particular, cada error se define como

$$e_d = i_{dd} - i_d, \quad (34a)$$

$$e_q = i_{qd} - i_q, \quad (34b)$$

$$e_v = v_{dcd} - v_{dc}, \quad (34c)$$

$$e_l = i_{dcd} - i_{dc}. \quad (34d)$$

Considerando (33), el sistema dado en (31) se reescribe en lazo cerrado como

$$\mathbf{D}\dot{\mathbf{e}}_d + \mathbf{R}\mathbf{e}_d + \mathbf{C}\mathbf{e}_d = \mathbf{\Psi}, \quad (35)$$

con un vector $\mathbf{\Psi} = [\Psi_{dq}^T \Psi_v \Psi_l]^T \in \mathbb{R}^4$ dado como

$$\mathbf{\Psi} = -\mathbf{q} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}_d + \mathbf{R}\mathbf{z}_d + \mathbf{C}\mathbf{z}_d. \quad (36)$$

Las funciones $\Psi_{dq} \in \mathbb{R}^2$, $\Psi_v \in \mathbb{R}$ y $\Psi_l \in \mathbb{R}$, son

$$\Psi_{dq} = L \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{dq} - \mathbf{v}_{dq} + (\mathbf{R}\mathbf{I}_2 + L\omega_s \mathcal{J}) \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{d}_{dq} v_{dcd}, \quad (37a)$$

$$\Psi_v = \frac{2}{3} C \frac{d}{dt} v_{dcd} + \frac{2}{3} i_{dcd} - \mathbf{d}_{dq}^T \mathbf{i}_{dq}, \quad (37b)$$

$$\Psi_l = \frac{2}{3} L_l \frac{d}{dt} i_{dcd} + \frac{2}{3} R_l i_{dcd} - \frac{2}{3} v_{dcd}. \quad (37c)$$

La función dada en (37a) es conformada por

$$\Psi_d = -v_d + L \frac{d}{dt} i_{dd} - L\omega_s i_{qd} + R i_{dd} + d_d v_{dcd}, \quad (38a)$$

$$\Psi_q = -v_q + L \frac{d}{dt} i_{qd} + L\omega_s i_{dd} + R i_{qd} + d_q v_{dcd}. \quad (38b)$$

Con la suposición **A3**, considerando funciones cosenoidales con una amplitud $\sqrt{2}V$, las tensiones de la fuente de alimentación trifásicas se tienen en un marco de referencia dq como

$$v_d = \sqrt{2}V \cos(0), \quad (39a)$$

$$v_q = \sqrt{2}V \sin(0). \quad (39b)$$

Asimismo, de acuerdo a las suposiciones **S1** y **A3**, se tienen corrientes balanceados con un desfase respecto a los voltajes un ángulo ϕ . Bajo la misma consideración que las tensiones de alimentación y una amplitud de $\sqrt{2}I$, se tiene que las corrientes en el marco de referencia dq son

$$i_d = \sqrt{2}I \cos(\phi), \quad (40a)$$

$$i_q = \sqrt{2}I \sin(\phi). \quad (40b)$$

Cuando se realiza una rectificación desde una alimentación pura sinusoidal, la corriente que se demanda no es sinusoidal ya que contiene armónicas. Existe una definición que se denomina factor de potencia fundamental que evalúa de forma separada las condiciones de flujo de potencia fundamental y es referida a la frecuencia fundamental de la alimentación [IEEE, 2010]. Esta se define como el cociente de la potencia activa fundamental entre la potencia aparente lo que resulta en

$$\text{fp}_f = \cos(\phi_f), \quad (41)$$

donde ϕ_f es el ángulo entre las componentes fundamentales de la tensión de alimentación y la corriente.

Uno de los requerimientos del presente trabajo es que, en lazo cerrado se desarrolle un factor de potencia unitario que de acuerdo con [IEEE, 2010] esto significa que se

tienen las mínimas pérdidas posible de líneas para una determinada potencia activa total suministrada. Con esto, el ángulo ϕ_f de las corrientes deseadas respecto al voltaje del marco de referencia dq debe de ser cero. Por lo tanto, con lo antes mencionado, al observar (40), esta condición impone que la corriente deseada i_{qd} debe de ser cero, i.e., se tienen las condiciones dadas en (23) y (24).

Con el requisito del factor de potencia en la línea trifásica (23)-(24) así como la definición de la función de conmutación dada en (21), las expresiones de Ψ_d , Ψ_q , Ψ_v y Ψ_l dadas en (37b), (37c), (38a) y (38b), se reducen como

$$\Psi_d = L\sqrt{2} \frac{d}{dt} I_d - \sqrt{2}V + R\sqrt{2}I_d + \left(\frac{v_{sd}}{2v_s} + \frac{1}{2} \right) v_{dcd}, \quad (42a)$$

$$\Psi_q = -0 + L\omega_s \sqrt{2}I_d + \left(\frac{v_{sq}}{2v_s} + \frac{1}{2} \right) v_{dcd}, \quad (42b)$$

$$\Psi_v = \frac{2}{3} C \frac{d}{dt} v_{dcd} + \frac{2}{3} i_{dcd} - \left(\frac{v_{sd}}{2v_s} + \frac{1}{2} \right) \sqrt{2}I_d, \quad (42c)$$

$$\Psi_l = \frac{2}{3} L_l \frac{d}{dt} i_{dcd} + \frac{2}{3} R_l i_{dcd} - \frac{2}{3} v_{dcd}. \quad (42d)$$

4.3 Diseño del controlador

La corriente deseada de la carga i_{dcd} se calcula de la forma en que se propone en (22). Por lo tanto, sustituyendo ésta en (42d) y simplificando se llega a

$$\Psi_l = -K_l e_l. \quad (43)$$

La amplitud de la corriente deseada de la línea I_d se obtiene por medio de (25), por lo que al sustituir ésta en la función Ψ_d dada en (42a) y simplificar, resulta última como

$$\Psi_d = 0. \quad (44)$$

El voltaje v_{sq} , que se relaciona con el marco q de la función de conmutación d_q , se calcula como

$$v_{sq} = -2v_s \left[\frac{1}{v_{dcd}} \left(\sqrt{2}L\omega_s I_d \right) + \frac{1}{2} \right]. \quad (45)$$

Con esto último, al sustituir (45) en la función Ψ_q , dada en (42b) y realizar manipulación algebraica, dicha función se reduce a

$$\Psi_q = 0. \quad (46)$$

El voltaje v_{sd} , el cual se relaciona con la función de conmutación en el marco d , se obtiene como se propone en (26) y al sustituir ésta en (42c), realizando manipulación algebraica se llega

$$\Psi_v = -K_v e_v. \quad (47)$$

Los voltajes v_{sd} y v_{sq} , escritos en (26) y (45) respectivamente, se utilizan para obtener las funciones de conmutación \mathbf{d}_{dq} , los cuales están dados en (27). Estos a su vez, se usan para encontrar los tiempos de encendidos t_{ond} y t_{onq} de los dispositivos de potencia, con la relación que se tiene en (21).

La función $\mathbf{\Psi}$, después del diseño del esquema de control y considerar (43), (46), (47) y (44), se convierte en

$$\mathbf{\Psi} = [\mathbf{0}_{1 \times 2} \ K_v \ K_l] \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{dq} \\ e_v \\ e_l \end{bmatrix}. \quad (48)$$

donde $\mathbf{e}_{dq} = [e_d \ e_q]^T \in \mathbb{R}^2$.

4.4 Prueba de estabilidad

Sea una función cuadrática definida positiva dada como

$$\mathcal{H}_e = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{D} \mathbf{e}. \quad (49)$$

Con las suposición **S1**, la matriz \mathbf{D} es definida positiva, por lo que \mathcal{H}_e es una función positiva.

La derivada respecto al tiempo de (49) a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado (35) resulta como

$$\dot{\mathcal{H}}_e = \mathbf{e}^T \Psi - \mathbf{e}^T \mathcal{R} \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathcal{C} \mathbf{e}. \quad (50)$$

Las matrices \mathcal{R} y \mathcal{C} , dadas en (32b) y (32c) y el vector Ψ dado en (48) se sustituyen en (50), al simplificar ésta última se reduce a

$$\dot{\mathcal{H}}_e = -\mathbf{e}^T \mathcal{R}_e \mathbf{e}. \quad (51)$$

donde

$$\mathcal{R}_e = \begin{bmatrix} R I_2 & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & K_v & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 0 & \frac{2}{3} R_l + K_l \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Con la suposición **S1** y si las constantes K_v y K_l cumplen las condiciones dadas en (28), la matriz \mathcal{R}_e es definida positiva lo que implica que la función $\dot{\mathcal{H}}_e$, dada en (51), es negativa. Por lo tanto, el sistema en lazo cerrado tiene una estabilidad asintótica.

5. CONCLUSIONES

En este escrito se presenta una propuesta de un esquema para controlar de forma conjunta la generación de las señales PWM de un convertidor trifásico AC-DC y la corriente de una carga tipo RL, garantizando que el factor de potencia de la línea trifásica de alimentación al convertidor sea unitario. Se justifica formalmente el diseño del control, demostrando que se tiene una estabilidad asintótica con todas las señales internas acotadas. Como trabajo futuro se tiene planeado encontrar las condiciones para asegurar una estabilidad exponencial del sistema completo; utilizar la presente propuesta pero con otro tipo de carga; así como implementar de forma física el control propuesto en una plataforma de hardware de bajo costo, para impulsar su uso a nivel industrial.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollando con el apoyo de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM), por el proyecto CONACYT 134534, así como proyectos del TecNM, en especial en el marco de las actividades de la red internacional denominada “Red Internacional de control y cómputo aplicados (RICCA)”.

REFERENCIAS

Qasim Al Azze and Mohammed Hasan Ali. Design and implement of pulse width modulation with low-cost hardware in the loop. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, 11(2):870, 2020.

Vladimir Blasko and Vikram Kaura. A new mathematical model and control of a three-phase ac-dc voltage source converter. *IEEE transactions on Power Electronics*, 12(1):116–123, 1997.

Said A Deraz, Haitham Z Azazi, Mohamed S Zaky, Mohamed K Metwaly, and Mohammed E Dessouki.

Performance investigation of three-phase three-switch direct pwm ac/ac voltage converters. *IEEE Access*, 7: 11485–11501, 2019.

Lucas L Martín Fernández, Federico M Serra, Cristian De Angelo, and Eduardo Maximiliano Asensio. Control ida-wac para cargador de baterías de vehículos eléctricos conectado a la red con filtro lcl. In *2022 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, pages 1–7. IEEE, 2022.

IEEE. Ieee standard definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions. *IEEE Std 1459-2010 (Revision of IEEE Std 1459-2000)*, pages 1–50, 2010. doi: 10.1109/IEEESTD.2010.5439063.

Paul C Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D Sudhoff, and Steven Pekarek. *Analysis of electric machinery and drive systems*, volume 2. Wiley Online Library, 2002.

Jinghang Lu, Saeed Golestan, Mehdi Savaghebi, Juan C Vasquez, Josep M Guerrero, and Albert Marzabal. An enhanced state observer for dc-link voltage control of three-phase ac/dc converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(2):936–942, 2017.

Grigorios E Marmidis and Antonio T Alexandridis. A passivity-based pi control design for dc-drives. In *2009 17th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1511–1516. IEEE, 2009.

Ned Mohan, Tore Undeland, and William Robbins. *Electrónica de Potencia: Convertidores, Aplicaciones y Diseño*. McGraw Hill, 2009.

Durga Nair, Greeshma Nadh, et al. Predictive control of parallel ac/dc converter with interleaved generalised discontinuous pwm. In *2020 IEEE International Conference on Power Electronics, Smart Grid and Renewable Energy (PESGRE2020)*, pages 1–6. IEEE, 2020.

Daniel Rothmund, Dominik Bortis, Jonas Huber, Davide Biadene, and Johann W Kolar. 10kv sic-based bidirectional soft-switching single-phase ac/dc converter concept for medium-voltage solid-state transformers. In *2017 IEEE 8th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, pages 1–8. IEEE, 2017.

Wesam Taha, Abdul R Beig, and Igor Boiko. Quasi optimum pi controller tuning rules for a grid-connected three phase ac to dc pwm rectifier. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 96:74–85, 2018.

Faouzi Tlili, Ameni Kadri, and Faouzi Bacha. Advanced control strategy for bidirectional three phase ac/dc converter. *Electric Power Systems Research*, 179:106078, 2020.

Rusong Wu, Shashi B Dewan, and Gordon R Slemon. A pwm ac-to-dc converter with fixed switching frequency. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 26(5): 880–885, 1990.

Rusong Wu, Shashi B Dewan, and Gordon R Slemon. Analysis of an ac-to-dc voltage source converter using pwm with phase and amplitude control. *IEEE Transactions on industry Applications*, 27(2):355–364, 1991.