

Angular velocity control of three-phase PMSM using only stator currents and angular position

Cuauhtémoc Guerrero* Víctor Santibañez**

Jorge Orrante-Sakanassi**

* Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México, C.P. 09790, México, (e-mail: cuauhtemoc.guerrero@uacm.edu.mx).

** Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de la Laguna, Blvd. Revolución y Calzada Cuauhtémoc, Torreón, Coahuila, C.P. 27000, México, (e-mail: vsantiba@itlalaguna.edu.mx, jaos@live.com.mx).

Abstract: A strategy of angular velocity control of the three-phase permanent magnet synchronous motor is presented in its natural reference frame, i.e., no transformations are made to the mathematical model, so the design of the control algorithm is carried out with the three differential equations obtained for the stator windings as well as with the electromagnetic torque that results with the three stator currents, with the assumption that only the signals of both the stator currents and the angular position are available. To obtain a signal that relates to angular velocity, a state-space representation of a second-order linear filter is used. Likewise, a formal stability analysis of the entire system is presented.

Keywords: three-phase PMSM, three-phase model, passivity, second order filter

1. INTRODUCCIÓN

Los motores trifásicos de corriente alterna (AC) de imanes permanentes pueden clasificarse en dos categorías y esto es de acuerdo a los patrones de fuerza contraelectromotriz (EMF por sus siglas en inglés) que generan: una categoría es el motor caracterizado por tener una fuerza contraelectromotriz sinusoidal el cual es denominado como motor síncrono de imanes permanentes (Permanent Magnet Synchronous Motor o PMSM por sus siglas en inglés); la otra categoría involucra al motor cuya fuerza contraelectromotriz es de tipo trapezoidal o cuadrada y es llamado como motor sin escobillas de corriente directa (Brushless DC Motor o BLDC por sus siglas en inglés) (Nam, 2010). Los patrones de la fuerza contraelectromotriz se generan de acuerdo a la configuración de los imanes permanentes y los arreglos de las cavidades, así como la estructura de las bobinas de los devanados, i.e., la distribución de los devanados de las bobinas del estator son de tipo sinusoidal para el PMSM, mientras que los devanados de las bobinas del estator del motor BLDC son distribuidas uniformemente (Chiasson, 2005). Es precisamente por la distribución de los devanados de las bobinas que se genera dicha fuerza contraelectromotriz. Estos tipos de motores se pueden clasificar como sin escobillas (brushless).

El PMSM tiene alta densidad de potencia y proporción eficiente de par de fuerza-momento de inercia. Esta es una de las razones que esta máquina tiene fuertes aplicaciones en control de movimientos y sistemas manipuladores (drives) eléctricos. Asimismo, estos tienen un fuerte acoplamiento entre la velocidad angular de la flecha y las variables de origen eléctrico, teniendo como consecuencia que en su modelado matemático resulten ecuaciones diferenciales no lineales, con incertidumbres tanto en el modelado como en los parámetros. (Guo et al., 2007).

Hay trabajos reportados sobre el PMSM en lo que va del siglo XXI, los cuales se pueden clasificar como: esquemas de control que suponen que tienen disponible la medición de la señal de la velocidad angular; y esquemas en el cual no se tiene disponible dicha señal que son conocidos como control *sensorless*. Casi todos los esquemas propuestos (tanto los esquemas *sensorless* como los que si miden velocidad) utilizan el marco de referencia giratorio síncrono conocido como d-q ya que sus modelos resultan en unas ecuaciones no lineales pero no dependientes de la posición angular, i.e. no trabajan en el marco de referencia natural de tres fases del PMSM. La mayoría de los esquemas donde se considera que tiene disponible la medición de la velocidad, no lo dicen explícitamente, e.g. hay diseños de esquemas que utilizan técnicas lineales en conjunto a la actualización adaptable del punto de operación (Apte et al., 2016); o esquemas que proponen eliminar o suprimir el caos en el PMSM basado en análisis matemáticos de propiedades caóticas del sistema compuesto por el PMSM con incertidumbres paramétricas y perturbaciones en el par de carga aplicado (Hu et al., 2016) así como propuestas de esquemas de control por campo orientado con ciertas modificaciones al esquema clásico utilizado (Mendoza-Mondragón et al., 2015). De los trabajos bajo el enfoque *sensorless* se pueden mencionar los reportado en (Shah et al., 2014) y (Lin and Zhang, 2017).

Muchos controladores de velocidad y posición se han reportaron en el área de control para el PMSM. Los dos enfoques más utilizados han sido: el control por campo orientado y control directo de par. Cabe mencionar que el primero, es el esquema que más aplicaciones en el ámbito industrial ha tenido. En los últimos años se han implementado otros controladores utilizando las técnicas que se han desarrollado en el área de la teoría de control,

de los que destacan: PI adaptables; basados en técnicas backstepping; por modos deslizantes; predictivos; basados en la teoría de estabilidad de Lyapunov y basados en pasividad (Khanchoul et al., 2014). Cuando se consideran factores de incertidumbres en el PMSM, tales como perturbación de parámetros o de carga, se han propuesto estrategias de control robusto H_∞ (Ullah et al., 2022). En el presente escrito se considera el modelo matemático del motor síncrono de imane permanentes (PMSM) en tres fases, sin transformación del marco de referencia. Se utilizan técnicas que aprovechan las propiedades de pasividad que tiene dicho modelo en el diseño de una estrategia de control para la velocidad angular. Para tal efecto, se considera que sólo se dispone de la posición angular y de las corrientes de los tres devanados de estator. Utilizando una representación en espacio de estados de un filtro de segundo orden, se obtiene una señal referente a la velocidad. Cabe hacer mención que, esto último fue presentado, en una primera etapa, para el control de velocidad de un motor BLDC (Guerrero et al., 2017).

2. MODELO MATEMÁTICO DEL PMSM TRIFÁSICO

La máquina eléctrica que se considera en el presente trabajo es un motor trifásico síncrono de imán permanente de superficie montada (surface mounted) con distribución sinusoidal y simétricas en sus devanados de las bobinas del estator, considerando además que los efectos magnéticos entre corrientes y flujos magnéticos lineales y los efectos de saturación no se toman en cuenta. Respecto a los efectos electromagnéticos de la máquina, las corrientes de estator y los flujos de rotor son las variables que contribuyen a obtener los flujos de enlace notando que la contribución de los flujos de rotor a un devanado de fase varía cuando gira el rotor, i.e., los flujos de enlace están en función de la posición angular del rotor (Nam, 2010). Los flujos de enlaces se pueden escribir como (Chiasson, 2005):

$$\psi_s = \frac{2}{3}L_s\mathbf{C}_1\mathbf{i}_s + \sqrt{\frac{2}{3}}K_m\Theta_{3d\phi}, \quad (1)$$

donde $\psi_s = [\psi_\alpha(t) \ \psi_\beta(t) \ \psi_\gamma(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ denota el vector de los flujos de enlace y $\mathbf{i}_s = [i_\alpha(t) \ i_\beta(t) \ i_\gamma(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ el vector de las corrientes de los devanados del estator, los subíndices α, β, γ que se utilizan tanto en los flujos de enlace como en las corrientes indican las fases de los devanados del estator. La constante L_s es la inductancia por fase de los devanados de estator, mientras que K_m es la constante de fuerza contraelectromotriz la cual incluye los efectos magnéticos del imán permanente. Cabe hacer mención que, el factor $2/3$ en el primer miembro de lado derecho de (1) así como $\sqrt{2/3}$ en el segundo miembro de dicha función son tales que la expresiones de L_s y K_m son los coeficientes equivalentes de las constantes de inductancia y fuerza contraelectromotriz, respectivamente, del modelo equivalente de dos fases. La posición angular del rotor se denomina los pares de polos de las fases de estator se representan con θ y n_p , respectivamente. El vector $\Theta_{3\phi} \in \mathbb{R}^3$ es dependiente de

la posición angular y la matriz $\mathbf{C}_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es constante y están estructuradas como

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos(\frac{2}{3}\pi) & \cos(\frac{4}{3}\pi) \\ \cos(\frac{2}{3}\pi) & \cos(0) & \cos(\frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\frac{4}{3}\pi) & \cos(\frac{2}{3}\pi) & \cos(0) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\Theta_{3d\phi} = \begin{bmatrix} \cos(n_p\theta) \\ \cos(n_p\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(n_p\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Como la matriz \mathbf{C}_1 es singular, no se recomienda utilizar (1) en su estructura actual. Por lo anterior, se supone que se tiene un sistema trifásico balanceado, estos es, $i_\alpha + i_\beta + i_\gamma = 0$. Considerando lo anterior, (1) puede reescribirse como

$$\psi_s = L_s\mathbf{i}_s + \sqrt{\frac{2}{3}}K_m\Theta_{3d\phi}. \quad (4)$$

Por lo tanto, para el subsistema eléctrico del PMSM, se asume que la disposición de voltajes de alimentación están balanceados y están definidos por $\mathbf{u}_s = [u_\alpha(t) \ u_\beta(t) \ u_\gamma(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ y por la suposición de simetría en los devanados, R_s denota a la resistencia en cada fase de estator. Al aplicar ley de voltajes de Kirchhoff a los devanados de estator del PMSM trifásico se tiene

$$\mathbf{u}_s = R_s\mathbf{I}_3\mathbf{i}_s + \frac{d}{dt}\psi_s. \quad (5)$$

donde \mathbf{I}_3 define a la matriz identidad de 3×3 . Sustituyendo (4) en (5), realizando las operaciones indicadas y manipulando algebraicamente, se obtiene

$$\mathbf{u}_s = R_s\mathbf{i}_s + L_s\frac{d}{dt}\mathbf{i}_s - \sqrt{\frac{2}{3}}K_m n_p \omega \Theta_{3\phi} \quad (6)$$

donde ω denota a la velocidad angular y $\Theta_{3\phi} \in \mathbb{R}^3$ es dada como

$$\Theta_{3\phi} = \begin{bmatrix} \sin(n_p\theta) \\ \sin(n_p\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(n_p\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Por otro lado, para obtener una ecuación que modele la dinámica de la parte mecánica, se tiene al par de fuerza τ_s que el campo magnético de los imanes permanentes del rotor produce sobre los devanados del estator (Chiasson, 2005), definido por

$$\tau_s = \sqrt{\frac{2}{3}}K_m n_p \mathbf{i}_s^T \Theta_{3\phi}. \quad (8)$$

El par de fuerza mecánico de origen eléctrico del rotor, denotado como τ_r , se relaciona a τ_s por $\tau_r = -\tau_s$ Chiasson (2005). Aplicando la segunda ley de Newton para sistema rotacionales se tiene un balance de pares de fuerzas como

$$J\frac{d}{dt}\omega = -B\omega - \sqrt{\frac{2}{3}}K_m n_p \mathbf{i}_s^T \Theta_{3\phi} - \tau_L, \quad (9)$$

donde J es el coeficiente de momento de inercia, B la constante de fricción viscosa y τ_L representa el par de carga aplicado a la flecha del motor.

Se define un vector de estados $\mathbf{x} = [\mathbf{i}_s \ \omega]^T \in \mathbb{R}^4$ y un vector de fuerzas externas $\mathbf{q} = [\mathbf{u}_s \ -\tau_L]^T \in \mathbb{R}^4$ de tal forma que las funciones de los subsistemas eléctrico y mecánico del PMSM trifásico, dadas en (6) y (9) se reescriben en forma compacta como

$$\mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathcal{R}\mathbf{x} + \mathcal{C}(\theta)\mathbf{x} = \mathbf{q} \quad (10)$$

donde las matrices $\mathcal{D} \in \mathbb{R}_+^{4 \times 4}$, $\mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^{4 \times 4}$ y $\mathcal{C}(\theta) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ (antisimétrica) están dadas por

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L_s \mathbf{I}_3 & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & J \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_s \mathbf{I}_3 & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & B \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -\sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi}^T & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

El PMSM trifásico, modelado por (10), es un sistema pasivo con entrada \mathbf{q} y salida el estado \mathbf{x} . Esto se puede demostrar siguiendo un procedimiento similar al propuesto en (Mocanu et al., 2020) teniendo en cuenta que las matrices \mathcal{D} y \mathcal{R} son definidas positivas y que la matriz $\mathcal{C}(\theta)$ es antisimétrica, de manera que se obtiene que el modelo matemático del PMSM trifásico describe un mapeo pasivo desde la entrada \mathbf{q} a las salidas \mathbf{x} .

3. RESULTADO PRINCIPAL

3.1 Formulación del problema

Considere que se tiene un sistema de un motor síncrono de imanes permanentes con distribución sinusoidal con distribución sinusoidal cuyo modelo trifásico se encuentra balanceado y esta dado por (10). Suponga las siguientes condiciones:

- S1.** Las señales de las corrientes de los devanados de estator \mathbf{i}_s , así como la posición angular del rotor θ , están disponibles para medición.
- S2.** Todos los parámetros (mecánicos y eléctricos) del PMSM son positivos y conocidos.
- S3.** La velocidad de rotor deseada ω_d es una función suave y acotada dos veces diferenciable con primera y segunda derivada conocidas.
- S4.** El par de carga τ_L es una función conocida y constante.

Por medio de los voltajes de los devanados del estator, el objetivo de control es lograr un seguimiento asintótico de la velocidad angular del PMSM trifásico, utilizando como retroalimentación únicamente las mediciones de la posición angular y de las corrientes de estator, de tal forma que las variables internas restantes del sistema en lazo cerrado permanezcan acotadas.

3.2 Propuesta del Controlador

La estrategia de control definida para los voltajes de alimentación de los devanados de estator del PMSM trifásico está definido por:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s = & L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} + R_s \mathbf{i}_{sd} - \sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \omega_d \Theta_{3\phi} \\ & + K_e \mathbf{e}_I + x_{2f} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{L_s}{K_\phi} \Gamma, \end{aligned} \quad (14)$$

donde ω_d a la velocidad deseada, \mathbf{e}_I al error de corrientes, K_e a una constante de proporcionalidad, mientras que la función Γ es definida como

$$\Gamma = \zeta_1 \Theta_{3d\phi} + \frac{K_\vartheta \lambda_d}{n_p} \Theta_{3\phi}, \quad (15)$$

con

$$\zeta_1 = -\tau_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d - K_\vartheta \vartheta.$$

Por otro lado, las corrientes deseadas de los devanados de estator $\mathbf{i}_{sd} \in \mathbb{R}^3$ se obtienen por medio de

$$\mathbf{i}_{sd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{K_\phi n_p} \zeta_1 \Theta_{3\phi}, \quad (16)$$

y la derivada de las corrientes de estator de una forma aproximada de la siguiente manera

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{K_\phi} \left\{ (\omega_d - x_{2f}) \zeta_1 \Theta_{3d\phi} + \frac{\zeta_2}{n_p} \Theta_{3\phi} \right\}. \quad (17)$$

donde

$$\zeta_2 = (-\dot{\tau}_L - J\ddot{\omega}_d - B\dot{\omega}_d + K_\vartheta \lambda_d \vartheta - K_\vartheta \lambda_d x_{2f})$$

Por la suposición de que sólo se dispone de la posición angular, se obtiene una señal auxiliar para el error de la velocidad angular por medio de un filtro lineal de segundo orden con una representación en espacio de estados dada como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1f} \\ \dot{x}_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_d^2 & -2\lambda_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1f} \\ x_{2f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_d^2 \end{bmatrix} e_\theta \quad (18)$$

donde x_{1f} y x_{2f} son estados (internos) del filtro y e_θ es el error de posición angular definida como la diferencia de la posición angular deseada θ_d y la posición real θ , i.e. se tiene $e_\theta = \theta_d - \theta$.

Con el sistema dado en (18) se define una función ϑ como

$$\vartheta = -x_{2f} - \lambda_d x_{1f} + \lambda_d e_\theta \quad (19)$$

Las constantes, K_ϑ , λ_d y K_e deben cumplir

$$K_\vartheta > 0, \quad (20a)$$

$$\lambda_d > 0, \quad (20b)$$

$$K_e > \frac{L_s^2}{4K_\phi^2 B}. \quad (20c)$$

Bajo las condiciones antes mencionadas, el sistema en lazo cerrado logra seguimiento de velocidad asintótico con todas las variables internas acotadas usando sólo medición de la posición angular y de las corrientes de los devanados de estator, i.e.,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\omega = 0$$

con todas las señales internas acotadas.

3.3 Obtención de señal referente a la velocidad angular

De acuerdo a la suposición **S1**, sólo se dispone de la señal de la posición angular como variable mecánica. Debido a esto, para disponer de una señal referente a la velocidad angular, se utiliza un filtro de segundo orden de grado relativo 1 como se propone en (Guerrero and Santibañez, 2021), cuya representación en espacio de estados es dada en (18). Cabe hacer mención que, en (18) se tiene como entrada el error de posición, por lo que los estados de dicho sistema, x_{1f} y x_{2f} , son variables que relacionan al error de posición y al error de velocidad, respectivamente.

Por ser conveniente en el diseño del controlador así como en la prueba de estabilidad, se construye la función dada en (19) a partir de los estados de (18) y el error de posición. Asimismo, la derivada respecto al tiempo de (19) se requiere en el análisis de estabilidad, por lo que dicha derivada, considerando (18) y realizando manipulación algebraica, resulta como

$$\dot{\vartheta} = \lambda_d (-\vartheta + \dot{e}_\theta) \quad (21)$$

3.4 Sistema en lazo cerrado

Para obtener un sistema como el que se tiene en (10) en variables de error, se define el vector de los errores de estados $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_I^T \ e_\omega]^T \in \mathbb{R}^4$ como

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \quad (22)$$

donde $\mathbf{x}_d = [\mathbf{i}_{sd} \ \omega_d]^T \in \mathbb{R}^4$. De acuerdo a esto, el error de estado $\mathbf{e}_I \in \mathbb{R}^3$ y $e_\omega \in \mathbb{R}$ son definidos de la siguiente manera

$$\mathbf{e}_I = \mathbf{i}_{sd} - \mathbf{i}_s \quad (23a)$$

$$e_\omega = \omega_d - \omega \quad (23b)$$

Por lo tanto, considerando el modelo trifásico del motor síncrono de imán permanente dado en (10) se obtiene un modelo en función del vector de errores \mathbf{e} como

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathcal{R}\mathbf{e} + \mathcal{C}(\theta)\mathbf{e} = \mathbf{\Psi} \quad (24)$$

donde la función $\mathbf{\Psi} = [\Psi_e \ \Psi_m]^T \in \mathbb{R}^4$ es dada como

$$\mathbf{\Psi} = -\mathbf{q} + (\mathcal{D}\dot{\mathbf{x}}_d + \mathcal{R}\mathbf{x}_d + \mathcal{C}(\theta)\mathbf{x}_d) \quad (25)$$

De acuerdo a la definición de $\mathbf{\Psi}$, dada en (25), la función Ψ_e tiene la siguiente estructura

$$\Psi_e = -\mathbf{u}_s + L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} + R_s \mathbf{i}_{sd} - \sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi} \omega_d \quad (26)$$

mientras que Ψ_m es expresada como

$$\Psi_m = \tau_L + J\dot{\omega}_d + B\omega_d + \sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi}^T \mathbf{i}_{sd} \quad (27)$$

3.5 Diseño del esquema de control

Para realizar la estructura de un controlador para el PMSM trifásico, se consideran las condiciones dadas en **S1-S4**, el sistema en lazo cerrado dado en (24) y las funciones Ψ_e y Ψ_m , dadas en (26) y (27), el modelo en espacio de estados del filtro de segundo orden (18) así como la función ϑ expresada en (19).

Los tres voltajes de control para alimentar los devanados de estator del PMSM trifásico se proponen como se presentan en (14). Cabe hacer mención que, para construir dichos voltajes, en cuanto a variables de naturaleza eléctrica, necesita de las corrientes del estator \mathbf{i}_s así como de las corrientes deseadas \mathbf{i}_{sd} y de la derivada respecto al tiempo, de forma aproximada, de las corrientes deseadas $\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda}$. Para las señales de \mathbf{i}_s , esta es disponible por medio de medición vía sensores, como se establece en la suposición **S1**. Las corrientes deseadas \mathbf{i}_{sd} se calculan como se presentan en (16). La derivada respecto al tiempo de (16) es

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{K_\phi} \left\{ \omega \zeta_1 \Theta_{3d\phi} + \frac{\zeta_2}{n_p} \Theta_{3\phi} \right\} \quad (28)$$

donde

$$\zeta_2 = -\dot{\tau}_L - J\dot{\omega}_d - B\omega_d + K_\vartheta \lambda_d \vartheta - K_\vartheta \lambda_d \dot{\theta}$$

Se pueden observar en (28) dos cosas: a) en el primer término del lado derecho se requiere de la velocidad angular real y debido a que no se tiene disponible la medición de dicha señal, suposición **S1**, se puede considerar que la velocidad angular se reconstruye a partir del error de velocidad deseada ω_d y el estado interno x_{2f} de (18), i.e. $\omega_d - x_{2f}$; b) en el segundo miembro del lado derecho, el

último término dentro ζ_2 se requiere del error de velocidad, por lo que en su lugar se puede usar la señal de error filtrada obtenida por x_{2f} . Por lo tanto, que para sobrellevar la situación de no disponer las señales antes mencionadas, se propone calcular la derivada respecto al tiempo de las corrientes deseadas de estator de una forma aproximada como se escribe en (17).

Por lo tanto, al sustituir en (27) las corrientes deseadas \mathbf{i}_{sd} , dada en (16) y considerar que $\|\Theta_{3\phi}\|^2 = \Theta_{3\phi}^T \Theta_{3\phi} = \frac{3}{2}$, al realizar manipulación algebraica, (27) se reduce a

$$\Psi_m = -K_\vartheta \vartheta \quad (29)$$

Asimismo, la función Ψ_e dada en (26) al sustituir los voltajes \mathbf{u}_s presentados en (14) y realizar manipulación algebraica, dicha función resulta como

$$\Psi_e = L_s \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} - \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} \right) - K_e \mathbf{e}_I - x_{2f} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{L_s}{K_\phi} \mathbf{\Gamma} \quad (30)$$

En el primer término de la derecha de (30) se tiene la diferencia de derivadas de corrientes deseadas, la analítica (28) y la aproximada (17), por lo que al realizar dicha operación se llega a

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sd} - \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{sda} = x_{2f} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{K_\phi} \mathbf{\Gamma} - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{K_\phi} \mathbf{\Gamma} e_\omega \quad (31)$$

Sustituyendo (31) en la función Ψ_e , dada en (30), al realizar manipulación algebraica, dicha función resulta como

$$\Psi_e = -K_e \mathbf{e}_I - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{L_s}{K_\phi} \mathbf{\Gamma} e_\omega \quad (32)$$

3.6 Dinámica en lazo cerrado del sistema completo

Con la estructura del controlador ya establecido, se tiene un sistema dinámico en lazo cerrado en términos de los errores conformado por (24), teniendo en cuenta las funciones (30) y (29), así como de la función ϑ dada en (19). Por lo tanto, se define un nuevo vector $\bar{\mathbf{e}} = [\mathbf{e} \ \vartheta]^T \in \mathbb{R}^5$ por lo que el sistema completo resulta ser

$$\bar{\mathcal{D}}\dot{\bar{\mathbf{e}}} = -\bar{\mathcal{R}}\bar{\mathbf{e}} - \bar{\mathcal{C}}\bar{\mathbf{e}} \quad (33)$$

donde las matrices $\bar{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, $\bar{\mathcal{R}} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ y $\bar{\mathcal{C}} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ son definidas como

$$\bar{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} \mathcal{D} & \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 4} & \frac{K_\vartheta}{\lambda_d} \end{bmatrix} \quad (34a)$$

$$\bar{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_e & \mathbf{0}_{4 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 4} & K_\vartheta \end{bmatrix} \quad (34b)$$

$$\bar{\mathcal{C}} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_1 & \mathcal{C}_\vartheta \\ -\mathcal{C}_\vartheta^T & 0 \end{bmatrix} \quad (34c)$$

con la matriz \mathcal{D} dada en (11) y las matrices $\mathcal{R}_e \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $\mathcal{C}_1 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ y $\mathcal{C}_\vartheta \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ son dadas como

$$\mathcal{R}_e = \begin{bmatrix} (R_s + K_e) \mathbf{I}_3 & -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{L_s}{K_\phi} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & B \end{bmatrix} \quad (35a)$$

$$\mathcal{C}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi}^T \\ \sqrt{\frac{2}{3}} K_\phi n_p \Theta_{3\phi}^T & 0 \end{bmatrix} \quad (35b)$$

$$\mathcal{C}_\vartheta = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ K_\vartheta \end{bmatrix} \quad (35c)$$

donde $\mathbf{\Gamma}$ es dado en (15). Cabe hacer notar que, la matriz $\bar{\mathbf{C}}$ dada en (34c) cumple con $\bar{\mathbf{C}} = -\bar{\mathbf{C}}^T$ por lo que es antisimétrica y la matriz $\bar{\mathbf{D}}$, escrita en (34a), es diagonal.

3.7 Prueba de Estabilidad

Con la suposición **S2**, además las constantes $\lambda_d > 0$ y $K_\theta > 0$, la matriz $\bar{\mathbf{D}}$ es definida positiva. Por lo tanto, considere una función cuadrática en función del vector $\bar{\mathbf{e}}$ como

$$\mathcal{H}_e = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{e}} \quad (36)$$

la cual, por lo antes mencionado, $\mathcal{H}_e > 0$.

Ahora bien, la derivada respecto al tiempo de (36) a lo largo de las trayectorias de (33) resulta como

$$\dot{\mathcal{H}}_e = -\bar{\mathbf{e}}^T \bar{\mathbf{R}}_{sym} \bar{\mathbf{e}} \quad (37)$$

donde se utiliza la propiedad de antisimetría de $\bar{\mathbf{C}}$ y la matriz $\bar{\mathbf{R}}_{sym}$ es la parte simétrica de $\bar{\mathbf{R}}$.

Al aplicar el teorema de Sylvester a la matriz $\bar{\mathbf{R}}_{sym}$, se tiene que dicha matriz $\bar{\mathbf{R}}_{sym}$ es definida positiva si **S2**, (20a) y (20c) se cumplen.

Por lo tanto, con las condiciones puestas en (20), se asegura que la matriz $\bar{\mathbf{R}}_{sym}$ es definida positiva, lo que implica que $\dot{\mathcal{H}}_e < 0$. Bajo este hecho se tiene que el punto de equilibrio del sistema (33) es asintóticamente estable y el error de velocidad tiende a cero conforme el tiempo tiende a infinito.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El algoritmo de control propuesto para el PMSM trifásico que presenta en este trabajo; se implementó su simulación numérica en el software SIMULINK/MATLAB con un paso de integración fijo de 0.01 ms y con el método de integración numérica ode5 (Dormand-Prince), utilizando sólo bloques básicos de SIMULINK.

Para realizar la simulación se utilizó el modelo matemático del PMSM trifásico dado en (10), los voltajes de control (14), las corrientes deseadas de estator (16), la derivada, de una forma aproximada, de las corrientes (17), además el filtro lineal de segundo orden (18) y la función ϑ (19). Los parámetros del PMSM trifásico utilizados son: $R_s = 1.076 \Omega$, $L_s = 18.324 \text{ mH}$, $K_\phi = 0.03 \text{ N} \cdot \text{m/A}$, $J = 3.1 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ y $B = 0.0095 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$. Estas constantes son de un motor manufacturado por Baldor Realiace de 3 HP, Modelo CSPM3611T, los cuales fueron obtenidos por medios experimentales.

Las ganancias del controlador se consideraron con los siguientes valores: $K_e = 800$; $K_\theta = 5$; y $\lambda_d = 800$. La velocidad angular de referencia, que cumple con la suposición **S3**, utilizada en los experimentos de simulación es reportada en Guerrero et al. (2019), la cual es

$$\omega_d(t) = \omega_{dmax} \arctan \left(3 \sin \left(\frac{1}{5} t \right) \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{20} t^3} \right) \quad (38)$$

donde $\omega_{dmax} = 1420$. Para la suposición **S4**, se considera un par de carga $\tau_L = 0.05 \text{ N-m}$.

En la Figura 1 se tienen las gráficas de la velocidad deseada (en color azul) y de respuesta de la velocidad real (en rojo). En dicha Figura se observa que la velocidad real realiza un seguimiento de la señal de referencia. Ya que el par de carga es distinto de cero, al inicio del experimento,

se tiene una oscilación en la velocidad real de menos de 0.1 ms, como se puede apreciar en el recuadro de acercamiento que se presenta en la Figura 1.

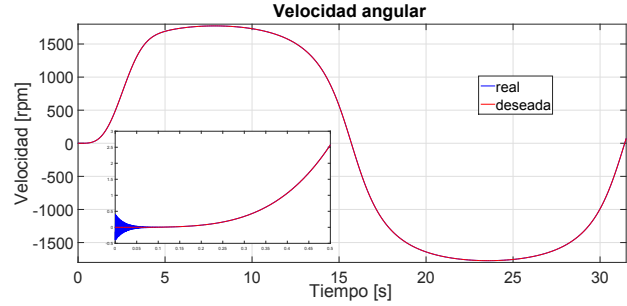


Figura 1. Respuesta de velocidad del PMSM Trifásico.

El error de velocidad se muestra en la Figura 2, donde se puede observar que al inicio del experimento se tiene las oscilaciones debidas a que el par de carga es distinta de cero.

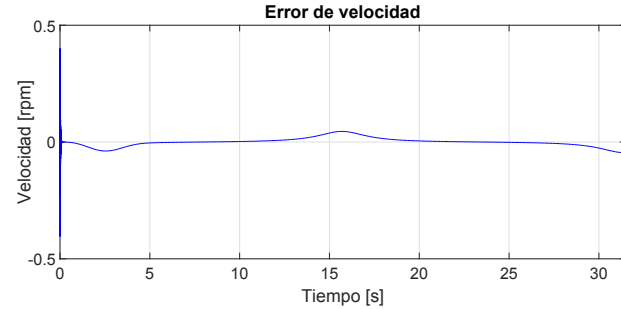


Figura 2. Error de velocidad del PMSM Trifásico.

Las corrientes que se tienen en los devanados de estator se muestran en la Figura 3, en donde se puede observar que estas son acotadas, teniendo una amplitud máxima cuando la señal de referencia es más alta y debido a que el par de carga es distinto de cero, dos de las corrientes tienen una magnitud (esto se ve al inicio de la simulación de la Figura 3), lo que hace que la velocidad real al inicio del experimento tenga una pequeña oscilación, como se observa en el recuadro de la Figura 1.

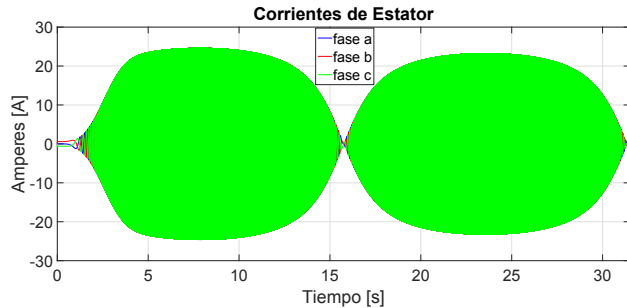


Figura 3. Corrientes de estator del PMSM Trifásico.

En la Figura 4 se presentan los errores de las corrientes con dos recuadros de acercamiento: en la parte inferior de la izquierda los primeros 0.01 ms se puede ver que en menos de 0.001 ms los errores convergen a cero; en la parte superior de la derecha se puede observar el error de corrientes cuando la referencia de velocidad cambia de positivo a negativo.

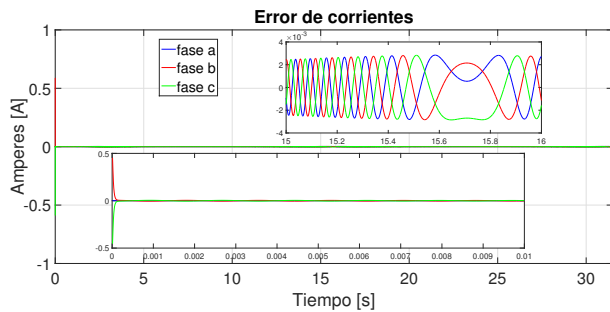


Figura 4. Error de Corrientes de estator del PMSM Trifásico.

Los voltajes de control del PMSM trifásico son tipo sinusoidal, como se puede observar en el cuadro de acercamiento de la Figura 5 cuando la referencia de velocidad cambia de positivo a negativo.

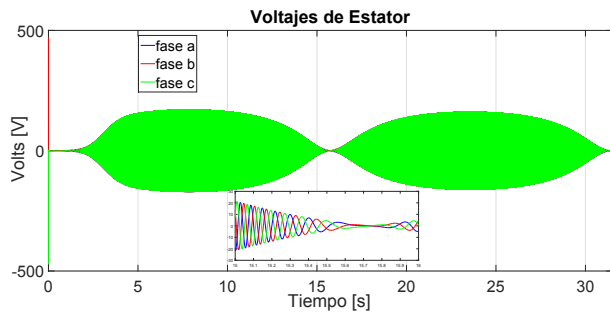


Figura 5. Voltajes de control del PMSM.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se propone un esquema de control para la velocidad angular del PMSM trifásico, obteniendo provecho de las propiedades de pasividad que tiene el modelo matemático de dicha máquina eléctrica. En el diseño del controlador se considera que sólo se disponen de las señales de las corrientes de los devanados del estator y de la posición angular, por lo que para disponer de una señal respecto a la velocidad angular se utiliza un filtro lineal de segundo orden. Con lo anterior, se desarrolla un esquema que requiere del cálculo de las corrientes deseadas de estator, la derivada aproximada de dichas corrientes, y con estas dos, se desarrollan los voltajes de control. Con estas ecuaciones y cumpliendo las condiciones de las constantes dadas en (20), se garantiza en lazo cerrado un seguimiento asintótico de la velocidad angular. Las ecuaciones que resultan del esquema propuesto, son implementables, por lo que en simulación computacional se muestra esta aseveración. Como trabajo futuro está el realizar experimentos de forma física del algoritmo propuesto, para ello se está acondicionando un arreglo experimental del PMSM trifásico descrito en la sección 4.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollando con el apoyo de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM), por el proyecto CONACYT 134534, así como proyectos del TecNM, en especial en el marco de las actividades de la red internacional denominada “Red Internacional de control y cómputo aplicados (RICCA)”.

REFERENCIAS

- Apte, A.A., Joshi, V.A., Walambe, R.A., and Godbole, A.A. (2016). Speed control of pmsm using disturbance observer. *IFAC-PapersOnLine*, 49(1), 308–313.
- Chiasson, J. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*, volume 26. John Wiley & Sons.
- Guerrero, C. and Santibañez, V. (2021). Simultaneous control of velocity and field flux of dc nonlinear motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(3), 2322–2332.
- Guerrero, C., Santibañez, V., Araiza-Olvera, Y.V., Valente-Morales, J., and Ollervides, J. (2019). Control sensorless simultáneo de la velocidad angular y flujo de campo de un motor no lineal de corriente directa con excitación separada. *XXI Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2019*.
- Guerrero, C., Santibañez, V., and Ollervides, E.J. (2017). Control por retroalimentación de salida de un motor bldc sin observador de estado de la velocidad angular. *Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2017*.
- Guo, Y., Xi, Z., and Cheng, D. (2007). Speed regulation of permanent magnet synchronous motor via feedback dissipative hamiltonian realisation. *IET Control Theory & Applications*, 1(1), 281–290.
- Hu, J., Qiu, Y., and Lu, H. (2016). Adaptive robust nonlinear feedback control of chaos in pmsm system with modeling uncertainty. *Applied Mathematical Modelling*, 40(19), 8265–8275.
- Khanchoul, M., Hilaret, M., and Normand-Cyrot, D. (2014). A passivity-based controller under low sampling for speed control of pmsm. *Control Engineering Practice*, 26, 20–27.
- Lin, S. and Zhang, W. (2017). An adaptive sliding-mode observer with a tangent function-based pll structure for position sensorless pmsm drives. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 88, 63–74.
- Mendoza-Mondragón, F., Hernández-Guzmán, V., and Carrillo-Serrano, R. (2015). Velocity regulation in pmsms using standard field oriented control plus adaptation. *Asian Journal of Control*, 17(6), 2382–2388.
- Mocanu, R., Rafaila, R.C., and Onea, A. (2020). Predictive control of pmsm in stator frame under passivity constrain. In *2020 24th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 898–903. IEEE.
- Nam, K.H. (2010). *AC motor control and electrical vehicle applications*. CRC press.
- Shah, D., Espinosa-Pérez, G., Ortega, R., and Hilaret, M. (2014). An asymptotically stable sensorless speed controller for non-salient permanent magnet synchronous motors. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(4), 644–668.
- Ullah, K., Guzinski, J., and Mirza, A.F. (2022). Critical review on robust speed control techniques for permanent magnet synchronous motor (pmsm) speed regulation. *Energies*, 15(3), 1235.