

A note on the energy-shaping control applied to mechanical systems: A pendulum example

Luis Cervantes-Pérez* Víctor Santibáñez* Jesús Sandoval**
Rafael Kelly***

* *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, 27001, México
(e-mail: d.lecervantesp@lalaguna.tecnm.mx,
vasantibanezd@lalaguna.tecnm.mx)*

** *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Paz
La Paz, Baja California Sur, 23080, México
(e-mail: jesus.sg@lapaz.tecnm.mx)*

*** *Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de
Ensenada, División de Física Aplicada, Ensenada, Baja California,
22860, México
(e-mail: rkelly@cicese.edu.mx)*

Abstract: This article employs a pedagogical approach to provide graphical evidence for visualizing an energy-shaping control methodology applied to a class of mechanical systems. The principal objective of this graphical evidence is to corroborate that the proposed control law leads to a desired closed-loop system with a Hamiltonian structure. An important attribute of the desired closed-loop system is that allow us to achieve various control objectives and design criteria. A brief summary of the energy-shaping plus damping injection control methodology is explained. Finally an illustrative example of a simple pendulum applying this graphical evidence is presented.

Keywords: Lagrangian and Hamiltonian systems, Passivity-based control

1. INTRODUCCIÓN

El control de sistemas mecánicos y/o robots manipuladores es un tema que ha sido ampliamente estudiado desde hace varias décadas. Diferentes metodologías para el control de éstos han sido presentadas en la literatura y han resuelto diferentes problemas de control. Estos problemas se formulan como objetivos de control y criterios de diseño. Por lo general, los objetivos de control ortodoxos son regulación de posición y seguimiento de trayectorias, y uno recientemente introducido es regulación de energía, entre otros. Particularmente, los métodos de control basados en pasividad han resultado efectivos para diseñar controladores que cumplan los objetivos de control antes mencionados. Las técnicas de control basadas en pasividad proponen funciones de energía en malla cerrada específicas, que garantizan la propiedad de pasividad, o más aún la propiedad de disipación. Un completo análisis de estas técnicas se presenta en Ortega et al. (1998).

Hace poco más de dos décadas, en Ortega et al. (2002), se presentó una metodología de control basada en conceptos de pasividad denominada *Interconnection and damping*

assignment passivity-based control o simplemente IDA-PBC. En este método, el objetivo de control propuesto es la estabilización de sistemas mecánicos subactuados. Estos sistemas fueron originalmente nombrados así en Spong (1998), y definidos como una clase de sistemas dinámicos con más grados de libertad que entradas de control. Por otro lado, la metodología IDA-PBC propone un sistema en malla cerrada deseado con una estructura particular y con una función de energía específica, la cual garantiza la estabilización del sistema en un punto de equilibrio deseado y añade la propiedad de disipación a través de la asignación de amortiguamiento. Este método ha sido probado con éxito en una gran cantidad de sistemas mecánicos y ha resultado efectivo para garantizar el objetivo de control propuesto. Dado su éxito, se han realizado diversas extensiones a este método, con el fin de proponer novedosos objetivos de control y criterios de diseño Ortega y García-Canseco (2004). Por ejemplo, un criterio de diseño es la robustez frente a perturbaciones externas. Inspirados en el método IDA-PBC se han agregado extensiones dinámicas para garantizar el rechazo a las perturbaciones externas Donaire y Junco (2009), Romero et al. (2015), Ortega et al. (2021).

Más recientemente, en Kelly et al. (2021), se presentó una metodología inspirada en el método IDA-PBC, para el control de seguimiento de trayectorias de sistemas mecánicos totalmente actuados. La cual aborda el modelado de fricción dinámica, mediante el modelo de Dahl y propone un observador para la estimación de los estados no medibles. Esta metodología ha sido extendida y aplicada a una clase de sistemas mecánicos subactuados. Por ejemplo, en Sandoval et al. (2021b) y Sandoval et al. (2020) se presenta un regulador de energía y un regulador de velocidad respectivamente para un péndulo de rueda inercial. Utilizando la misma metodología, en Sandoval et al. (2021a) se presenta un regulador de posición y velocidad con solo mediciones de posición para el mismo péndulo de rueda inercial. A su vez, en Sandoval et al. (2022a) se presenta un regulador de velocidad para un carro péndulo. Por otro lado, en Sandoval et al. (2022b), se presenta una versión simplificada de esta metodología para robots manipuladores totalmente actuados con fricción viscosa en sus articulaciones, donde introduce el objetivo de control de regulación de energía. Además, en Villalobos-Chin et al. (2022), se presenta una novedosa aplicación del trabajo presentado en Sandoval et al. (2022b), donde se introduce un offset variante en el tiempo para la generación de trayectorias periódicas deseadas. Un resumen de la metodología presentada en Kelly et al. (2021), de sus aplicaciones y de algunas extensiones de la misma se presenta en Sandoval et al. (2022c). Por otra parte, diversas extensiones dinámicas del trabajo presentado en Sandoval et al. (2022b), han sido presentadas en Cervantes et al. (2022a) y Cervantes et al. (2022b). Estas extensiones dinámicas garantizan la robustez frente a perturbaciones externas. Es importante mencionar que esta metodología y sus extensiones, a diferencia del método IDA-PBC, considera esencialmente el control de seguimiento de trayectorias y no solo regulación de posición. Cabe destacar que algo que comparten todas las variantes y extensiones mencionadas, es el interés de obtener un sistema en malla cerrada deseado en términos de nuevas coordenadas. Aunque desde el punto de vista matemático tanto en Kelly et al. (2021) como en Sandoval et al. (2022b) se ha demostrado lo anterior, desde una perspectiva pedagógica surge la siguiente pregunta:

- ¿Cómo se puede corroborar gráficamente el cumplimiento del objetivo de control presentado en Kelly et al. (2021), Sandoval et al. (2022b)?, esto es, ¿Cómo se puede visualizar que la ley de control propuesta efectivamente convierte el modelo de la planta en la malla cerrada deseada?

El presente trabajo da respuesta a la pregunta anterior y utiliza un péndulo simple como planta para mostrar gráficas que corroboran los resultados. A lo largo del documento, se usará la notación $A > 0$ para indicar que una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es definida positiva. La notación $A \geq 0$ significa que la matriz A es semidefinida positiva. También, $(\cdot)_{n \times n}$ denotada una matriz de dimensiones $n \times n$, con $I_{n \times n}$ como la matriz identidad y $0_{n \times n}$ como

una matriz de ceros. Mientras que $\mathbf{0}_n \in \mathbb{R}^n$ es un vector de ceros de dimensión $n \times 1$, $\nabla_{(\cdot)} = (\partial/\partial(\cdot))$, y $\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ representa una matriz diagonal de dimensión $n \times n$, cuyos n elementos diagonales son a_1, a_2, \dots, a_n .

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta un resumen del control por moldeo de energía presentado en Sandoval et al. (2022b). En la Sección 3 se explica brevemente el método gráfico para corroborar gráficamente el objetivo de control principal. En la Sección 4 se presenta como ejemplo ilustrativo, la aplicación de la metodología de control por moldeo de energía a un péndulo simple con el fin de visualizar el cumplimiento del objetivo de control. Finalmente en la Sección 5 se presentan comentarios finales sobre los resultados obtenidos.

2. CONTROL POR MOLDEO DE ENERGÍA MÁS INYECCIÓN DE AMORTIGUAMIENTO

En esta sección se presenta un resumen del método de control por moldeo de energía más inyección de amortiguamiento presentado Sandoval et al. (2022b), como eje principal del presente trabajo.

2.1 Modelo dinámico de la planta

Un modelo dinámico de un robot manipulador con posibilidad de considerar o no fricción viscosa en las n articulaciones puede ser expresado como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} & -\mathcal{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\ \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

con la función de energía dada por

$$\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{p}^T M(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{p}}_{\mathcal{K}(\mathbf{q}, \mathbf{p})} + \mathcal{U}(\mathbf{q}), \quad (2)$$

donde $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de posiciones generalizadas, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de momenta, $M(\mathbf{q}) = M(\mathbf{q})^T > 0$ es la llamada matriz de inercia y $\mathcal{U}(\mathbf{q})$ es la función de energía potencial, que se supone es al menos una vez diferenciable con respecto a la variable \mathbf{q} (Kelly et al. (2006)), $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{n \times n} = \text{diag}\{f_{v_1}, f_{v_2}, \dots, f_{v_n}\}$ cuyas componentes representan los coeficientes de fricción viscosa de cada articulación $f_{v_i} \geq 0$ y $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de entradas de control. Finalmente, el momentum \mathbf{p} está definido como

$$\mathbf{p} = M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

donde $\dot{\mathbf{q}}$ es el vector de velocidad.

2.2 Ley de control

La ley de control presentada en Sandoval et al. (2022b) está dada por

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{es} + \boldsymbol{\tau}_{di}, \quad (4)$$

donde

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{es} &= \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H} + \mathcal{R}\dot{\mathbf{q}} - T_a^{-1} [\nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a + \dot{T}_a \mathbf{p} \\ &\quad - \dot{M}_a \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) - M_a \ddot{\boldsymbol{\phi}}(t)], \\ \boldsymbol{\tau}_{di} &= -T_a^{-1} D_a \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a, \end{aligned} \quad (5)$$

cuya componente τ_{es} representa la acción de control debida al moldeo de energía, mientras que τ_{di} representa la acción de control debida a la inyección de amortiguamiento. Además, la función de energía deseada está definida como

$$\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{p}_a^T M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} \mathbf{p}_a}_{\mathcal{K}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a)} + \mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a), \quad (6)$$

con $M_a(\mathbf{q}_a) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz arbitraria definida positiva, simétrica y diferenciable para todo $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^n$, $D_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \geq 0$ es también una matriz arbitraria diagonal semidefinida positiva, $\mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a)$ es la función de energía potencial deseada, la cual se supone como una función arbitraria continua, al menos una vez diferenciable, definida positiva globalmente con un único punto mínimo en $\mathbf{q}_a = \mathbf{0}_n$. Continuando con la definición de términos, las variables de estado \mathbf{q}_a y \mathbf{p}_a se definen como un cambio de coordenadas de la forma

$$\mathbf{q}_a = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\phi}(t), \quad (7)$$

$$\mathbf{p}_a = M_a(\mathbf{q}_a) \dot{\mathbf{q}}_a, \quad (8)$$

donde $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})$ y $\boldsymbol{\phi}(t)$ tienen la estructura

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) = [\alpha_1(\mathbf{q}) \ \alpha_2(\mathbf{q}) \ \dots \ \alpha_n(\mathbf{q})]^T, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\phi}(t) = [\phi_1(t) \ \phi_2(t) \ \dots \ \phi_n(t)]^T, \quad (10)$$

con $\alpha_i(\mathbf{q})$ funciones continuamente diferenciables con respecto a \mathbf{q} , para $i = 1, 2, \dots, n$ las cuales deben seleccionarse para asegurar que el rango $\{W(\mathbf{q})\} = n$, tal que $W(\mathbf{q})^{-1}$ exista, donde $W(\mathbf{q})$ es la matriz jacobiana de $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})$, la cual se representa como

$$W(\mathbf{q}) = \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}. \quad (11)$$

Por otro lado, se supone que $\phi_i(t)$ es una función arbitraria conocida doblemente diferenciable. Diferenciando (7) se sigue que

$$\dot{\mathbf{q}}_a = W(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}(t). \quad (12)$$

Sustituyendo $\dot{\mathbf{q}}_a$ de (12) en (8) y $\dot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{p}$ de (3) se obtiene

$$\mathbf{p}_a = T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}) \mathbf{p} - M_a(\mathbf{q}_a) \dot{\boldsymbol{\phi}}(t), \quad (13)$$

donde

$$T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}) = M_a(\mathbf{q}_a) W(\mathbf{q}) M(\mathbf{q})^{-1}, \quad (14)$$

con el rango $\{T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p})\} = n$.

2.3 Objetivo de control: Dinámica deseada en malla cerrada

En Sandoval et al. (2022b) se demostró analíticamente que al sustituir la entrada de control τ definida en (4)-(5) en (1) se obtiene la siguiente malla cerrada:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{p}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\mathbf{I}_{n \times n} & -D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \\ \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

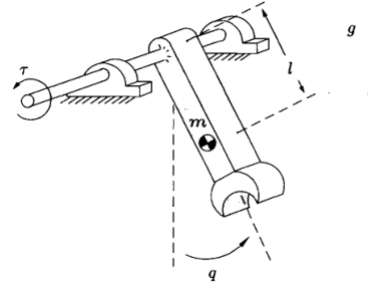


Fig. 1. Diagrama de un péndulo simple.

3. EVIDENCIA GRÁFICA PARA CORROBORAR GRÁFICAMENTE LA DINÁMICA DESEADA (15)

La pregunta planteada al final de la sección 1, una vez introducidos los conceptos del control por moldeo de energía, se puede reformular de la siguiente forma:

- ¿Cómo se puede corroborar gráficamente el cumplimiento del objetivo de control (15)?, esto es, ¿Cómo se puede visualizar que la ley de control (4)-(5) efectivamente convierte el modelo de la planta (1) en la malla cerrada deseada (15)?

La evidencia gráfica propuesta se resume a continuación. Primero se simulará o experimentará sobre la planta o su modelo (1) con el controlador (4)-(5) para obtener \mathbf{q} y \mathbf{p} y luego usando (7) y (8) se determinan \mathbf{q}_a y \mathbf{p}_a para proceder a graficar la función $\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a(t), \mathbf{p}_a(t))$ definida en (6). Luego, se procederá a simular independientemente (15) y graficar la misma función (6) con las mismas condiciones iniciales que la simulación previa. Al comparar ambas gráficas de \mathcal{H}_a , el objetivo de control se cumple si ambas son iguales para todo $t \geq 0$. Esto significa que al sustituir la ley de control (4)-(5) en (1) se obtiene (15).

Para comprobar la evidencia gráfica propuesta anterior y visualizar gráficamente la función \mathcal{H}_a se muestra un ejemplo ilustrativo con un péndulo simple.

Comentario 1. Para robots manipuladores de mayores dimensiones ($n \geq 2$) expresados a partir de (1)-(2), la evidencia gráfica propuesta se puede obtener reemplazando en todas las gráficas descritas anteriormente las variables \mathbf{q} , \mathbf{q}_a , \mathbf{p} y \mathbf{p}_a por sus respectivas normas euclidianas, esto es, las gráficas obtenidas de las funciones de energía \mathcal{H} , \mathcal{H}_a , \mathcal{K} , \mathcal{K}_a , \mathcal{U} y \mathcal{U}_a se deben comparar con respecto al comportamiento de las normas euclidianas de sus argumentos, es decir, $\|\mathbf{q}\|$, $\|\mathbf{q}_a\|$, $\|\mathbf{p}\|$ y $\|\mathbf{p}_a\|$ respectivamente.

4. EJEMPLO ILUSTRATIVO: PÉNDULO SIMPLE

En la Fig. 1 se muestra un péndulo, cuyos parámetros están dados en la Tabla 1.

En la Tabla 1 los términos “Dist.”, “c.d.m” y “Coef.” refieren a distancia, centro de masa y coeficiente, respectivamente.

4.1 Modelo dinámico

El modelo hamiltoniano del péndulo, descrito de acuerdo a (1), está dado por

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -f_{v1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} mgl \operatorname{sen}(q) \\ \frac{p}{ml^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix}, \quad (16)$$

con su función de energía

$$\mathcal{H}(q, p) = \underbrace{\frac{1}{2ml^2} p^2}_{\text{Energía cinética } \mathcal{K}(p)} + \underbrace{mgl[1 - \cos(q)]}_{\text{Energía potencial } \mathcal{U}(q)}. \quad (17)$$

4.2 Ley de control: matriz M_a constante y la función de energía deseada con $\mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a) = -\mathcal{U}(q)$

De acuerdo a (7), la selección $\alpha(\mathbf{q}) = \mathbf{q}$ y $\phi(t) = 0$ genera la equivalencia $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}$. Además, si configuramos $M_a = 0.5M = 0.5ml^2$, la ley de control (4)-(5) queda como sigue

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\partial \mathcal{H}(q)}{\partial q} + f_{v1} \dot{q} - T_a^{-1} \left[\frac{\partial \mathcal{H}_a(q_a)}{\partial q_a} + D_a \frac{\partial \mathcal{H}_a(p_a)}{\partial p_a} \right], \\ &= mgl \operatorname{sen}(q) + \frac{f_{v1}}{ml^2} p - \left[-mgl \operatorname{sen}(q_a) + \frac{D_a}{2ml^2} p_a \right], \end{aligned} \quad (18)$$

donde

$$q_a = q, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} p_a &= M_a \dot{q}_a, \\ &= M_a \dot{q} = 0.5MM^{-1}p = 0.5p, \end{aligned} \quad (20)$$

así como la función de energía deseada \mathcal{H}_a definida en (6) resulta

$$\mathcal{H}_a(q_a, p_a) = \underbrace{\frac{1}{4ml^2} p_a^2}_{\text{Energía cinética deseada}} - \underbrace{mgl[1 - \cos(q_a)]}_{\text{Energía potencial deseada}}, \quad (21)$$

donde se ha sustituido $T_a = 1$, $M^{-1} = \frac{1}{ml^2}$, los gradientes: $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q} = mgl \operatorname{sen}(q)$, $\frac{\partial \mathcal{H}_a}{\partial q_a} = -mgl \operatorname{sen}(q_a)$ y $\frac{\partial \mathcal{H}_a}{\partial p_a} = \frac{1}{2ml^2} p_a$. Una comparativa de las funciones de energía cinética en malla abierta frente a la función de energía cinética deseada se muestra en la Fig. 2.

La dinámica en malla cerrada de (15) puede escribirse para este caso particular de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_a \\ p_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -f_{v1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -mgl \operatorname{sen}(q_a) \\ \frac{2}{ml^2} p_a \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Con el fin de validar la respuesta a la pregunta formulada al inicio sección 3, y por tanto comprobar el objetivo de

Tabla 1. Parámetros del péndulo simple.

Descripción	Notación	Valor	Unidades
Dist. al c.d.m	l	1	m
Masa del eslabón	m	1	kg
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s ²
Coef. de fricción viscosa	f_{v1}	0.5	Nm s/rad

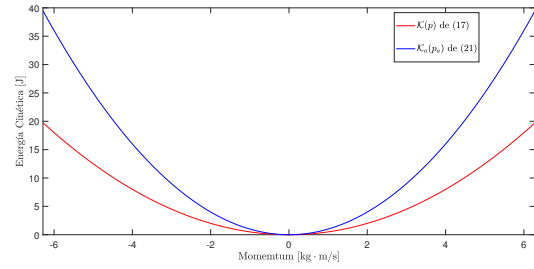


Fig. 2. Función de energía cinética en malla abierta $\mathcal{K}(p)$ y la función de energía cinética deseada en malla cerrada $\mathcal{K}_a(p_a)$ con $M_a = 0.5M$.

control (15), se presentan los resultados de simulaciones numéricas en el software MATLAB R2018a con el solucionador ODE23t, y con un tolerancia de error relativo de 1×10^{-6} . En otras palabras, se realizarán simulaciones numéricas para que mediante gráficas se ilustre que efectivamente el sistema en malla cerrada está caracterizado por (22). Para este fin se graficará: la función \mathcal{H}_a en 3D definida en (21), la función de energía cinética \mathcal{K}_a y la función de energía potencial \mathcal{U}_a con respecto a p_a y q_a , respectivamente, y estas dos últimas funciones en 2D, también la evolución temporal de $\mathcal{H}_a(p_a(t), q_a(t))$, el momentum $p_a(t)$ y de la posición angular $q_a(t)$. En una primera simulación no se tomará en cuenta la fricción ni el amortiguamiento ($f_{v1} = D_a = 0$). En una segunda simulación, la fricción y el amortiguamiento serán habilitados ($f_{v1} = D_a = 0.5$) y, finalmente en una tercera simulación, la fricción es considerada pero sin inyección de amortiguamiento ($f_{v1} = 0.5$ y $D_a = 0$). En adición, se resalta en color negro la evolución de cada una de las variables a partir de la condición inicial y, en color rojo, se muestran las funciones de energía cinética \mathcal{K} y energía potencial \mathcal{U} en malla abierta de (16), respectivamente.

4.3 Simulación 1: sin fricción ni amortiguamiento ($f_{v1} = D_a = 0$)

La Fig. 3 y la Fig. 4 muestran los resultados de la primera simulación con una configuración inicial arbitraria de $q(0) = q_a(0) = \frac{\pi}{4}$ [rad] y $p(0) = p_a(0) = 0$ [kg·m/s]. En cada una de las gráficas de la Fig. 3 se muestran los resultados de simulación del modelo (16) con (18), mientras que en la Fig. 4 se muestran las simulaciones con el modelo deseado en malla cerrada (22). En ambas figuras no se ha considerado fricción ni amortiguamiento, esto es, $f_{v1} = D_a = 0$. Puede apreciarse que las simulaciones del modelo (16) con (18) y del modelo deseado (22) son esencialmente las mismas. Esto comprueba que se cumple el objetivo de control (22), esto es, se concluye que la ley de control (18) convierte (16) en (22).

4.4 Simulación 2: con fricción y amortiguamiento ($f_{v1} = D_a = 0.5$)

Asimismo, con la misma condición inicial de la simulación 1, pero ahora tomando en cuenta fricción y amor-

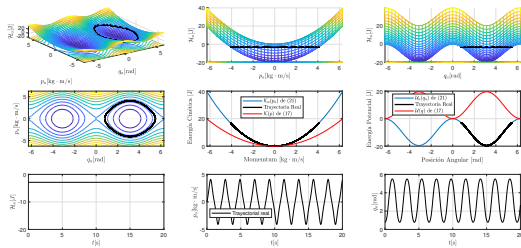


Fig. 3. Resultados de simulación del modelo (16) con la ley de control (18) y $f_{v_1} = D_a = 0$ (sin fricción ni amortiguamiento), donde \mathcal{H}_a está definida en (21).

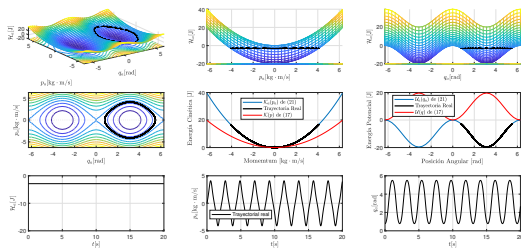


Fig. 4. Resultados de simulación del modelo (22) y $f_{v_1} = D_a = 0$ (sin fricción ni amortiguamiento), donde \mathcal{H}_a está definida en (21).

tiguamiento con $f_{v_1} = D_a = 0.5$, la Fig. 5 y la Fig. 6 muestran los resultados de la segunda simulación del modelo (16) con (18) y del modelo deseado en malla cerrada (22), respectivamente. Una vez más se obtiene la misma conclusión, esto es, las simulaciones del modelo (16) con (18) y del modelo (22) son esencialmente las mismas. Esto comprueba que se cumple el objetivo de control (22), esto es, se concluye que la ley de control (18) convierte (16) en (22).

4.5 Simulación 3: con fricción y sin amortiguamiento ($f_{v_1} = 0.5, D_a = 0$)

Finalmente, con la misma condición inicial de la simulación 1, pero ahora tomando en cuenta fricción y sin amortiguamiento con $f_{v_1} = 0.5$ y $D_a = 0$, la Fig. 7 y la Fig. 8 muestran los resultados de la segunda simulación del modelo (16) con (18) y del modelo deseado en malla cerrada (22), respectivamente. Una vez más se obtiene la misma conclusión, esto es, las simulaciones del modelo (16) con (18) y del modelo deseado (22) son esencialmente las mismas. Esto comprueba que se cumple el objetivo de control (22), esto es, se concluye que la ley de control (18) convierte (16) en (22).

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado evidencia gráfica para visualizar el cumplimiento del objetivo de control del método de control por moldeo de energía presentada en Sandoval

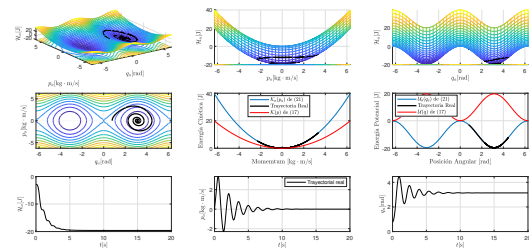


Fig. 5. Resultados de simulación del modelo (16) con la ley de control (18) y $f_{v_1} = D_a = 0.5$ (con fricción y amortiguamiento), donde \mathcal{H}_a está definida en (21).

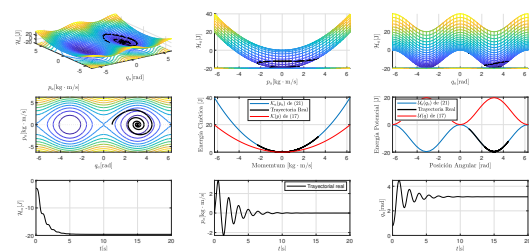


Fig. 6. Resultados de simulación del modelo deseado en malla cerrada (22) y $f_{v_1} = D_a = 0.5$ (con fricción y amortiguamiento), donde \mathcal{H}_a está definida en (21).

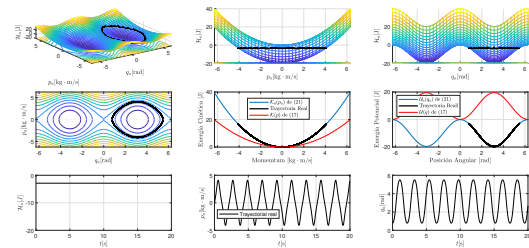


Fig. 7. Resultados de simulación del modelo (16) con la ley de control (18), donde $f_{v_1} = 0.5$ y $D_a = 0$ (con fricción y sin amortiguamiento), y \mathcal{H}_a está definida en (21).

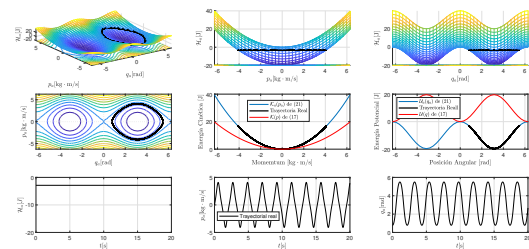


Fig. 8. Resultados de simulación del modelo deseado en malla cerrada (22), donde $f_{v_1} = 0.5$ y $D_a = 0$ (con fricción y sin amortiguamiento), y \mathcal{H}_a está definida en (21).

et al. (2022b). Mediante el ejemplo ilustrativo de un péndulo simple, se ha logrado corroborar lo anterior. Este ejemplo ha permitido visualizar en 3D todas las variables y funciones del sistema en malla abierta y malla cerrada. La aportación del presente trabajo ha sido corroborar gráficamente el moldeo de las funciones de energía tanto cinética como potencial, lo que es la esencia del método de control por moldeo de energía introducido originalmente en Kelly et al. (2021). Como trabajo futuro se pretende obtener este tipo de evidencia gráfica para las extensiones robustas presentadas en Cervantes et al. (2022a) y Cervantes et al. (2022b). Lo anterior con el fin de evidenciar gráficamente el efecto de perturbaciones externas de par en la dinámica deseada.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente apoyado por las subvenciones Conacyt CVU 1106239, Proyecto Conacyt No. 166636, proyecto TecNM Clave 16863.23-P y Red Internacional de Control y Cómputo Aplicados (RICCA) del TecNM.

REFERENCIAS

- Cervantes, L., Santibáñez, V., y Sandoval, J. (2022a). New energy-shaping based control plus an integral action for torque-driven robot manipulators using coordinate changes. *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*, 205:211.
- Cervantes, L., Santibáñez, V., y Sandoval, J. (2022b). Nuevo control basado en moldeo de energía más una acción integral para robots manipuladores accionados por par sin cambio de coordenadas. *Memorias del Congreso Mexicano de Robótica*.
- Donaire, A. y Junco, S. (2009). Brief Paper: On the Addition of Integral Action to Port-Controlled Hamiltonian Systems. *Automatica*, 45(8), 1910:1916.
- Kelly, R., Sandoval, J. y Santibáñez, V. (2021). A GUAS Joint Position Tracking Controller of Torque-Driven Robot Manipulators Influenced by Dynamic Dahl Friction: Theory and Experiments. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 29(5), 1877-1890.
- Kelly, R., Santibáñez, V. y Loria, A. (2006). *Control of Robot Manipulators in Joint Space*. Springer London.
- Ortega, R. y García-Canseco, E. (2004). Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control: A Survey. *European Journal of Control*, 10(5), 432:450.
- Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. y Sira-Ramirez, H. (1998). *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer London.
- Ortega, R., Romero, J.G., Borja, P. y Donaire, A. (2021). *PID Passivity-Based Control of Nonlinear Systems with Applications*. John Wiley and Sons, Ltd.
- Ortega, R., Spong, M., Gomez-Estern, F. y Blankenstein, G. (2002). Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(8), 1213:1233.
- Romero, J.G., Donaire, A. y Ortega, R. (2015). Robust energy shaping control of mechanical systems. *Systems and Control Letters*, 62(9), 770:780.
- Sandoval, J., Kelly, R., Santibáñez, V., y Valenzuela, J. M. (2020). A speed regulator for a torque-driven inertia wheel pendulum. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 6293:6298.
- Sandoval, J., Kelly, R., y Santibáñez, V. (2021a). An output feedback position/speed regulator for a torque-driven inertia wheel pendulum. *International Journal of Control. Automation and Systems*, 19(10), 3451:3463.
- Sandoval, J., Moyrón, J., Kelly, R., Santibáñez, V., y Moreno-Valenzuela, J. (2021b). Energy regulation for a torque-driven vertical inertia wheel pendulum. *Control Engineering Practice*, 115:104909.
- Sandoval, J., Kelly, R., y Santibáñez, V. (2022). A speed regulator for a force-driven cart-pole system. *International Journal of Systems Science*, 53(2), 412:430.
- Sandoval, J., Kelly, R., Santibáñez, V., y Chin-Villalobos J. (2022). Energy regulation of torque-driven robot manipulators in joint space. *Journal of the Franklin Institute*, 359, 1427:1456.
- Sandoval, J., Kelly, R. y Santibáñez, V. (2022). Sobre el control por moldeo de energía más inyección de amortiguamiento de sistemas mecánicos, *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 19(4), 407:418.
- Spong, M.W. (1998). Underactuated mechanical systems. *Control problems in robotics and automation*, 103, 135:150.
- Villalobos-Chin, J., Sandoval, J., Kelly, R., Santibáñez, V., y Moreno-Valenzuela, J. (2022). Periodic motion generation with a time-varying offset for fully actuated torque-driven mechanical systems using energy regulation. *Nonlinear Dynamics*, 110, 3097:3107.