

Trajectory tracking of a Youla Parameterization control for an electric machine

Luis Vázquez-Sánchez*. Manuel Arias-Montiel* Manuel Adam Medina***

* Institute of Electronics and Mechatronics, Technological University of Mixteca (e-mails: <u>luisvazquez@mixteco.utm.mx</u>, <u>mam@mixteco.utm.mx</u>).

** TecNM: National Center for Research and Technological Development

(e-mail: <u>manuel.am@cenidet.tecnm.mx</u>)

Abstract: This article describes a methodology for controller design, Youla-Kucera Parameterization is used for this purpose. The controller is designed for an electric machine, taking into account its sensitivity functions which must be stable and proper to ensure better behavior in the control loop, using a DC motor will allow us to observe the behavior of the controller in smooth and disturbances in the system. It will be possible to have a control that, in addition to making estimates of the states, will allow for a more robust control. The main steps of this resulting methodology are: mathematical design, experimentation and of course the results, which will allow the performance of the technique to be evaluated.

Keywords: Robust control, Youla Parameterization, Motor control, Sensitivity functions, Bezzier Trajectory.

1. INTRODUCCION

La Parametrización de Youla-Kucera es utilizada en la determinación de la familia de controladores que estabiliza internamente un sistema de control. Luego, mediante el empleo de técnicas de conformación del lazo se resuelve el problema de desempeño robusto, en el caso de plantas de fase mínima; y el problema de estabilidad robusta y seguimiento asintótico en el caso de plantas de fase no mínima, Teppa (2007). Permite considerar aspectos prácticos del diseño de sistemas de control tales como el seguimiento, el rechazo a perturbaciones, la limitación del esfuerzo de control, la supresión del ruido y la robustez.

La teoría de Parametrización de Youla (Youla, 1979) ha sido usada para diseño de reguladores, solo tiene una limitación en lazo abierto para con la planta, sin embargo, esta parametrización permite el diseño explícito de controladores algebraicos, excepto el paso de optimización. En el artículo de Keviczky et. al. (2008) se investiga la optimización de los sistemas \mathcal{H}_{∞} , \mathcal{L}_{∞} , con un problema en general no lineal. Una especial combinación de los roles de las normas \mathcal{H}_{∞} , \mathcal{L}_{∞} , es mostrada, resultando requerimientos estructurales para la forma de la función de costo si el regulador integral es el esperado. Igualmente se utiliza la descomposición de Youla para poder implementar una mejora en su realización de los estabilizadores y los reguladores del modelo Keviczky, (2008).

La Parametrización de Youla permite parametrizar todos los controladores estabilizantes para una planta dada; lleva a sensibilidades que se expresan como funciones lineales o afines de un parámetro racional, propio y estable, Goodwin (2000).

En Salgado et. al. (2002) se hace la distinción entre los polos estables y los no deseables. Por ejemplo, un par resonante altamente amortiguado podrían ser estables, pero probablemente no deseados. Menciona que la planta en lazo abierto contiene algunos polos indeseables (incluyendo los

https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.089

inestables). La sola forma de removerlos desde la sensibilidad complementaria es escogiendo un controlador que contenga estos polos como también los ceros. Esto resulta en una cancelación de estos polos por el producto del controlador y el modelo de la planta. Salgado también observa que los polos cancelados podrían aparecer como polos en la sensibilidad nominal de la entrada, dependiendo mucho de los ceros. Por eso se tiene que asegurar que dichos polos indeseables sean eliminados.

En Ding et. al. (2009) se realiza una forma alternativa de parametrización de Youla por medio de controladores estabilizantes, observadores y una formulación alternativa del diseño de control. Esta forma de parametrización de controladores estabilizantes y, adicionales a una estructura de control nueva que constituyen la base teórica del estudio. También se puede obtener un observador por parametrización de Youla y un generador de residuos basado en la formulación del diseño de controladores. Indica que la importancia de una señal residual en un lazo de control es importante para una nueva estructura de control. Esto proporciona la información sobre las entradas desconocidas en el sistema, esencial para la estabilidad y robustez.

En Castañer et.al. (2007) se presenta un esquema feedbackfeedforward aplicado al control activo de ruido acústico en cascos de motociclistas. La estructura es la del control de 2 grados de libertad tomando información de una señal proporcional al ruido externo al casco y del ruido efectivo en el oído del motociclista. Se comparan diseños realizados mediante la parametrización de Youla, el control óptimo en H_{∞} y la síntesis –µ (diseño por valor singular estructurado). Se realiza un análisis en términos del desempeño, robustez y el orden de los controles resultantes. Los resultados simulados logran atenuaciones de hasta 33 dB mediante un controlador de orden 12 diseñado por síntesis-µ y de 14 dB mediante otro de orden 9 que utiliza la parametrización de Youla.

El principal resultado de Niemann (2003) es mostrar ecuaciones explícitas para la conexión entre las variaciones de

sistema y los parámetros asociados a la doble parametrización de Youla. Entonces es posible utilizar el parámetro en el diseño de controladores, así como la validación del rendimiento de sistemas de lazo cerrado.

El objetivo es probar esta ley de control es para ver su respuesta en máquinas eléctricas, y aplicarla posteriormente a robots móviles. El artículo está organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se encontrarán las definiciones básicas y condensadas de las herramientas matemáticas para el desarrollo del controlador, la sección 3 mostrará los principales resultados del control, la sección 4 muestra una comparación entre diversos controladores ante una señal predeterminada y finalmente las conclusiones se muestran en la sección 5.

2. DISEÑO DEL CONTROLADOR POR PARAMETRIZACIÓN DE YOULA

2.1 El enfoque de la Parametrización de Youla

Con referencia en la Fig. 1, se puede obtener la señal de salida y(s), a partir de la ecuación $T_o(s) = \frac{G_o(s)C(s)}{1+G_o(s)C(s)}$, donde $T_o(s) = \frac{y(s)}{r(s)}$, por lo que la función de salida es:

$$y(s) = \frac{G_{o}(s)C(s)r(s)}{1 + G_{o}(s)C(s)}$$
(1)



Figura 1. Parametrización de Youla para todos los controladores estabilizadores, para plantas estables.

donde las señales $d_i(s)$ y $d_o(s)$ son perturbaciones con valor cero en el caso ideal.

Las ecuaciones que rigen las señales tanto de salida, error y de control donde las perturbaciones son diferentes a cero están dadas por:

$$y(s) = \frac{G_{0}(s)C(s)r(s)}{1 + G_{0}(s)C(s)} + \frac{1}{1 + G_{0}(s)C(s)}d_{o}(s) + \frac{G_{0}(s)}{1 + G_{0}(s)C(s)}d_{i}(s)$$
(2)

$$e(s) = \frac{1}{1 + G_{o}(s)C(s)}r(s) - \frac{1}{1 + G_{o}(s)C(s)}d_{o}(s) - \frac{G_{o}(s)}{1 + G_{o}(s)C(s)}d_{i}(s)$$
(3)

$$u(s) = \frac{C(s)}{1 + G_0(s)C(s)} [r(s) - d_0(s)]$$
(4)

En las ecuaciones anteriores, están implícitas las funciones de sensibilidad, que caracterizan completamente el comportamiento del lazo de control. Para que un lazo de control sea estable y físicamente realizable (es decir, con controlador propio), basta que las funciones de sensibilidad junto a $S_{ou}(s)G_o(s)$ sean estables y propias.

Las funciones de sensibilidad son:

 $T_o(s) \rightarrow$ Function de sensibilidad complementaria.

 $S_o(s) \rightarrow$ Función de sensibilidad-

 $S_{io}(s) \rightarrow$ Función de sensibilidad de entrada.

 $S_{uo}(s) \rightarrow$ Función de sensibilidad de control.

y están denotadas por:

$$\Gamma_{o}(s) = G_{o}(s)C(s)$$
⁽⁵⁾

$$S_o(s) = [1 + G_o(s)C(s)]^{-1}$$
 (6)

$$= \frac{\substack{S_{io}(s) = S_{o}(s)G_{o}(s)}{G_{o}(s)}}{1 + G_{o}(s)C(s)}$$
(7)

$$= \frac{\substack{S_{uo}(s) = S_o(s)C(s)\\C(s)}}{1 + G_o(s)C(s)}$$
(8)

A partir de las ecuaciones (1) a (8) se puede hacer un análisis que permita aplicar el enfoque de Youla para determinar que sus diferentes controladores sean estables, el cual puede tener implícito el controlador de Control por Modelo Interno (IMC) o, ser un controlador PID.

2.2|Diseño del controlador C(s) de la parametrización de Youla del motor MTE-3353-BLBCN

La Fig. 2 muestra el equivalente eléctrico de una máquina de cd de excitación separada.



Figura 2. Diagrama de circuito equivalente de motor de cd.

Las ecuaciones diferenciales que representa el modelo dinámico de un motor de cd son:

$$(JL_a)\ddot{\omega} + (L_a\beta + R_aJ)\dot{\omega} + (R_a\beta + K_m^2)\omega$$
$$= (R_a\beta + K_m^2)\omega_r$$
(9)

el modelo dinámico de entrada-salida en el dominio de la frecuencia es

https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.089

Copyright© AMCA, ISSN: 2594-2492

$$JL_a(s^2\Omega(s)) + (L_a\beta + R_aJ)(s\Omega(s)) + (R_a\beta + K_m^2)\Omega(s) = K_mV(s)$$
(10)

La ecuación 10 es el modelo dinámico más comúnmente usado, sin embargo, es necesario que se enumeren y se describan las diferentes funciones de transferencia para los diferentes parámetros del motor, que se desglosan de esta ecuación, ya que, para cuando se aplique parametrización de Youla, y se realicen las comparaciones adecuadas en cada caso de estudio y de acuerdo a las necesidades que se requiera simular o, para verificar el óptimo funcionamiento quedan de la siguiente forma:

i. Entrada: voltaje
$$\rightarrow v$$

Salida: velocidad angular $\rightarrow \omega$

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)}$$

$$= \frac{K_m}{(JL_a)s^2 + (L_a\beta + R_aJ)s + (R_a\beta + K_m)}$$
(11)

ii. Entrada: voltaje $\rightarrow v$ Salida: posición angular θ

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{\longrightarrow \Omega(s) = s\theta(s)}{s[(JL_a)s^2 + (L_a\beta + R_aJ)s + (R_a\beta + K_m)]}$$
(12)

iii. Entrada: velocidad de referencia $\rightarrow \omega_r$ Salida: velocidad angular $\rightarrow \omega$ $\frac{\Omega(s)}{\Omega_r(s)}$ $(R_a\beta + K_m^2)$

$$= \frac{(u + m)}{(JL_a)s^2 + (L_a\beta + R_aJ)s + (R_a\beta + K_m^2)}$$
(13)

iv. Otras:

$$I_{a}(s) = \frac{s(Js + \beta)\theta(s)}{K_{m}}$$
(14)

$$V(s) = (sL_a + R_a)I_a(s) + K_m s\theta(s)$$
(15)

La ecuación $Q_c(s) = \frac{(5.2811e-6)s^2+0.019s+0.2817}{(1.1560e-5)s^2+0.0071s+1.01}$, es el controlador por Modelo Interno con los parámetros del motor MTE-3353-BLBCN, ahora al calcular el controlador para la parametrización de Youla, se utiliza el filtro $F_Q(s) = \frac{1}{(0.0034s+1)^2}$ estos valores son los mismos para realizar la parametrización, utilizando la ecuación 1. Sustituyendo queda de la forma:

$$C(s) = \frac{F_Q(s)G_o^{-1}(s)}{1 - F_Q(s)G_o^{-1}(s)G_o(s)}$$
(16)

entonces, eliminando en el denominador como el modelo $G_o(s)$ es estable, su inversa es exacta

$$C(s) = \frac{F_Q(s)G_o^{-1}(s)}{1 - F_Q(s)}$$
(17)

sustituyendo ahora los valores del motor MTE-3353-BLBCN,

Tabla 1: Datos eléctricos del motor MTE-3352_BLBCN

Datos eléctricos	Unidades	Valores
Constante de non	$lb \cdot in/amp$	2.59
Constante de par	$N \cdot m/krpm$	0.293
	Vpk/krpm	30.7
Constante de voltaje	v/r/s	0.293
Resistencia	ohms	5.6
Inductancia	mH	15.5

Realizando el álgebra necesaria, el diseño del controlador C(s) queda:

$$C(s) = \frac{(2.6194e - 5)s^2 + 0.0092 s + 1.3974}{0.0645 s^2 + 0.2262 s}$$
(18)

Se pueden comprobar las funciones de sensibilidad, las cuales quedan definidas de la forma siguiente:

Primero se sustituyen los valores ya calculados en IMC y en la parametrización:

$$S_o(s) = 1$$

$$-\left[\left(\frac{(5.2811e - 6) s^{2} + 0.019 s + 0.2817}{(1.1560e - 5) s^{2} + 0.0071 s + 1.01}\right) \cdot \left(\frac{4.96}{(2.6194e - 005)s^{2} + (0.0092)s + (1.3974)}\right)\right]$$
(20)

$$S_{io}(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ -\left[\left(\frac{(5.2811e - 6) s^{2} + 0.019 s + 0.2817}{(1.1560e - 5) s^{2} + 0.0071 s + 1.01} \right) \\ \cdot \left(\frac{4.96}{(2.6194e - 005)s^{2} + (0.0092)s + (1.3974)} \right) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\cdot \left(\frac{4.96}{(2.6194e - 005)s^{2} + (0.0092)s + (1.3974)} \right) = S_{o}(s)G_{o}(s) \quad (21)$$

$$S_{uo}(s) = \frac{(5.2811e - 6) s^2 + 0.019 s + 0.2817}{(1.1560e - 5) s^2 + 0.0071 s + 1.01} = S_o(s)C(s)$$
(22)

Entonces la función de sensibilidad complementaria $T_o(s)$:

$$T_o(s) = \frac{(5.281e - 6)s^2 + 0.019s + 0.2817}{(1.156e - 5)s^2 + 0.0071s + 1.01}$$
(23)

la función de sensibilidad $S_o(s)$:

$$S_{o}(s) = \frac{(3.028e - 10) s^{4} + (2.923e - 7)s^{3} +}{(3.028e - 10)s^{4} + (2.923e - 7)s^{3} +} \cdots + \frac{+(8.174e - 5)s^{2} - 0.07503 s + 0.014}{+0.0001079s^{2} + 0.01921 s + 1.411}$$
(24)

la función de sensibilidad de entrada $S_{io}(s)$:

$$S_{io}(s) = \frac{(1.502e - 9)s^4 + (1.45e - 6)s^3 +}{7.932e^{-15}s^6 + 1.044e^{-11}s^5 + 5.94e^{-9}s^4 +} \cdots + \frac{+0.0004054s^2 - 0.3721s + 0.07014}{+1.905e^{-6}s^3 + 36.46e^{-5}s^2 + 0.03983s + 1.972}$$
(25)

y la función de sensibilidad de control $S_{uo}(s)$:

$$S_{uo}(s) = \frac{(5.2811e - 6) s^2 + 0.019 s + 0.2817}{(1.1560e - 5) s^2 + 0.0071 s + 1.01}$$
(26)

Con los resultados de las funciones de sensibilidad se establece que no todos los polos son cancelados del motor.

3. SIMULACION DEL CONTROL POR PARAMETRIZACION DE YOULA

En cada una de las partes de este objetivo, se utilizará la Tabla 2, en la cual los datos fueron tomados del motor MTE 3353-BLBCN, dichos valores cambian de acuerdo a la temperatura y el tiempo, por lo que se tomaron tres mediciones y se obtuvo el promedio, ya que no existe un ambiente controlado para que fueran más exactas; también es importante indicar que se aumenta el parámetro de par de carga a valores aleatorios.

Tabla 1: Datos eléctricos del motor MTE-3352_BLBCN

	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
T ^{min} °C	0 27.	10 33. 7	20 39.	30 44.	40 48.	50 49.	60 50. 7	70 51. 7	80 52	90 52.	10 0 54. 2
Ω	5.5	6.4	7.4	6.7	6.3	6.3	6.5	, 6.6	6. 8	6.5	6.6
m H	16. 07	15. 04	15. 92	15. 14	15. 22	15. 39	15. 50	16. 02	16 .0	15. 39	15. 43

En la Fig. 3 se observa el resultado de la parametrización de Youla, la cual corresponde a la respuesta del sistema a una señal escalón, se puede observar que el seguimiento a este tipo de trayectoria no es bueno, ya que tiene un sobretiro bastante grande, sin embargo, éste se puede amortiguar si se realiza una sintonización más fina. Se retraza aproximadamente tres segundos en llegar al estado estable.





En la Fig. 4 se puede apreciar que la parametrización de Youla sigue la trayectoria cuando esta se presenta de forma suave, lo que en este caso implica que el diseño es correcto, es importante mencionar que el controlador C(s) es el mismo en toda la prueba, y agregar que la sintonización fue hecha para una señal derivable.





Se observa claramente en la Fig. 5 que este controlador no responde rápidamente cuando la curva negativa aunque es suave, aun así provoca que se genere un sobretiro en la curva de aproximadamente -200 lo que lleva a la conclusión de que este tipo de controlador funciona adecuadamente si no se requiere que sea rápida la respuesta, de antemano se añade que eso se puede compensar aumentando el orden del filtro en n_q ya que aquí solo se obtuvo de acuerdo al orden de la función de transferencia, pero si se aumenta usando un filtro Butterworth el seguimiento mejora, aunque se vuelve más difícil la sintonización, en caso de requerirse.



En la Fig. 6 es evidente que la sintonización del controlador C(s) si sigue la trayectoria de referencia como el diente de sierra, aunque se observa que le lleva un tiempo grande alcanzar el estado estable alrededor de un 25%, pero esto solamente cuando el motor lleva ya una dinámica y tiene una inercia lo que provoca se tarde la estabilización, se observa que al arranque esto no sucede.



Figura 6. Respuesta a una señal diente de sierra.

En la Fig. 7 se confirma lo mencionado anteriormente a que la parametrización de Youla hace un seguimiento bueno a una señal seno, esto debido a que es una señal suave. Solo tiene un pequeño desfasamiento debido a la dinámica del motor y a la sintonización que debería ser más exacta. El seguimiento lo realiza en 1 segundo aproximadamente.



Figura 7. Respuesta a una señal seno.

4. COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES IMC, PARAMETRIZACIÓN DE YOULA, IMC BASADO EN PLATITUD Y PARAMETRIZACIÓN DE YOULA BASADO EN PLATITUD

Se comparan los controladores ante fallas en la resistencia R_a la inductancia L_a y el par de carga τ , en niveles de un 25% 50%, para que se pueda observar de mejor manera la respuesta del controlador, y del sistema ante variaciones paramétricas.

Para que se observaran las respuestas en las señales en cuanto a fallas cuando el sistema está en estado estable, los valores fueron casi del 100% de la R_a . Se observa en la Fig. 8 el comportamiento de cuatro controladores, se puede observar que los controladores basados en platitud tienen un mejor comportamiento en cuanto al seguimiento de la trayectoria después de que se presenta la falla, a diferencia de IMC que no alcanza la referencia y presenta sobretiros antes de alcanzar de nuevo el estado estable, la parametrización de Youla si alcanza la referencia aunque al existir una falla tiene varias oscilaciones antes de alcanzar el estado estable, a diferencia de los controladores que regresan a la trayectoria sin presentar sobretiros y de forma más rápida.



Figura 8. Respuesta a fallas en $\mathbf{R}_{\mathbf{a}}$ en diferentes tiempos y valores de la falla.

Con la figura anterior, se puede dar una conclusión del comportamiento de la velocidad angular y la corriente, por consiguiente, es importante ver su comportamiento, por lo que se presenta en las siguientes gráficas, en la Fig. 9 se observa la respuesta de la velocidad y en la Fig. 10 el comportamiento que tiene la corriente ante las fallas, es de vital importancia saber su comportamiento para tener conocimiento de las alzas de corriente que sean solicitadas ante la presencia de las fallas.



Figura 9. Comportamiento de la $\boldsymbol{\omega}$ ante fallas en \mathbf{R}_{a} .





Asimismo, se presentan las gráficas correspondientes del índice de desempeño en el comportamiento dinámico ante la presencia de las fallas, para saber cuál controlador es el que tiene una respuesta más eficiente.

6. CONCLUSIONES

Para controlar el motor de cd este controlador demuestra ser muy funcional, esta funcionalidad depende mucho del tipo de señal, si está señal de cambios abruptos la respuesta para llegar a un estado estable no es tan rápida, sin embargo, al estar las funciones de sensibilidad bien diseñadas, para el motor que se tiene nos demuestra que la rapidez de respuesta es muy buena. Para señales suaves podemos observar que su respuesta es muy buena ante los cambios y la respuesta a cambios abruptos no es tan rápida, aunque si es viable ya que los errores no son tan significativos.

Para señales de cambios abruptos no es muy funcional, aunque para corregir esta situación se puede emplear un diseño de Parametrización de Youla basado en platitud diferencial o en Control por Modelo Interno, lo cual hace que sea más robusto el control, Tal como se puede observar en la parte cuatro cuando se comparan diversos controladores que tienen cierta similitud en su teoría, no se utiliza controladores PID, PD o PI para la comparación, porque se intenta buscar controladores que en trabajos futuros puedan manipularse sus parámetros de sensibilidad para una mayor respuesta a fallas, como observadores y en la respuesta de las plantas no estables. La Parametrización de Youla es muy recomendable para señales suaves, o de Bezier.

REFERENCIAS

- Castañer, R., & Peña, R. S. (2007). Control Activo de Ruido Acústico en Cascos de Motociclismo. Revista Iberoamericana de Automática e Informatica Industrial (*RIAI*). 4, 73–85.
- Ding, S. X., Yang, G., Zhang, P., Ding, E. L., Jeinsch, T., Weinhold, N., & Schultalbers, M. (2009). Feedback Control Structures, Embedded Residual Signals, and Feedback Control Schemes With an Integrated Residual Access. IEEE Transactions on Control Systems Technology. 18, 352–367
- Goodwin, G. C. Graebe, S. F, Salgado, M. E. (2000). Control Systems Design. Centre for Integrated Dynamics and Control University of Newcastle, 16, 405-451 529

https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.089

- Keviczky, L., & Bányász, C. (2008). A New Iterative Procedure to Obtain H-infinity, L-infinity Optimal Regulators. The International Federation of Automatic Control, 8791-8796.
- Niemann, H. (2003). Dual Youla parameterisation. Control Theory and Applications, IEE Proceedings, 150, 5.
- Salgado, M., & Musalem, R. (2002). Alternative Youla Parameterization. Universidad Técnica Federico Santa Maria. 1–14.
- Teppa A. Pedro, (2007). Consideraciones prácticas en la conformación robusta del parámetro de Youla para el diseño algebraico de controladores. Anales de la Universidad Metropolitana. 7 172-204.
- Youla D. Jabr H, Bongiorno, J. (1976). Modern Wiener-Hopf Design of Optimal Contiders & - & Part II: The Multivariable Case. Automatic Control, IEEE Transactions on. 21, 319 - 338.