

A new robust indirect adaptive control for torque-driven robot manipulators under relaxed excitation conditions

Luis Cervantes-Pérez* Víctor Santibáñez* Jesús Sandoval**

* *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, 27001, México
(e-mail: d.lecervantesp@lalaguna.tecnm.mx,
vasantibanezd@lalaguna.tecnm.mx)*

** *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Paz
La Paz, Baja California Sur, 23080, México
(e-mail: jesus.sg@lapaz.tecnm.mx)*

Abstract: This paper presents a new robust adaptive joint position trajectory tracking control for torque-driven robot manipulators using a novel parameter identification scheme. The novelty of this identification scheme is that ensures convergence of the true parameters exponentially, even when the regressor do not verify the stringent condition of persistent excitation, using a classical normalized gradient descent adaptive law. An indirect adaptive controller approach is used to combine the identification scheme with a robust model based GES controller to verify joint position trajectory tracking control objectives under constant disturbances. The validity of our claims are illustrated with simulations of a two degrees-of-freedom robot manipulator.

Keywords: Parameter estimation, Estimation algorithms, Euler-Lagrange systems, Passivity-based control

1. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de identificación de parámetros de sistemas dinámicos es un tema de estudio que ha sido investigado desde hace varias décadas (Sasthy and Bodson, 2011; Åström and Wittenmark, 2008; Tao, 2003; Landau et al., 2011). Se ha abordado el tema desde diferentes campos de aplicación, tales como plantas químicas (Bastin and Dochain, 1990), vehículos aéreos no tripulados (Schafroth et al., 2010), vehículos submarinos (Perreault et al., 1972), y robot manipuladores (Prüfer et al., 1994; Kozłowski and Dutkiewicz, 1996; Hsu et al., 1987; De Wit and Aubin, 1990; Slotine and Li, 1989). Fundamentalmente, estos esquemas de identificación se basan en las señales disponibles de los sistemas para aprovechar ciertas estructuras específicas que implican una relación entre las entradas y salidas del sistema y los parámetros del sistema. La representación matemática de estas estructuras específicas se conoce como parametrización del sistema, generando a su vez una ecuación de regresión lineal (ERL) o no lineal (ERNL). En general el tipo de parametrización obtenido limita la clase de algoritmos de identificación paramétrica que se puede implementar en cada sistema.

Por otro lado, la parametrización de un sistema se puede expresar como el resultado de la multiplicación de una

matriz que contiene señales medibles denominada regresor y un vector que representa los parámetros desconocidos del sistema. Los robots manipuladores son una clase de sistemas dinámicos que pueden ser parametrizados mediante una relación lineal ERL. En este sentido, el modelo dinámico sirve para este propósito. Sin embargo, el uso de esta forma de parametrización, también conocida como “parametrización clásica”, implica representar términos en el regresor que exigen un alto costo computacional. Los esquemas de identificación finalizan con la selección de una ley de adaptación basado en errores de predicción, tales como la ley de adaptación tipo gradiente descendente o mínimos cuadrados. Estas leyes de adaptación definen una dinámica para los errores paramétricos (es decir la diferencia entre los parámetros estimados y el valor real de los parámetros) que por si solas solo verifican el acotamiento de los mismos. Para garantizar la convergencia real de los parámetros estimados a los reales se requiere garantizar una condición denominada excitación persistente (EP) en el regresor, la cual en la práctica es complicado demostrarlo. Se han reportado varios trabajos que dan una solución que satisface la condición de EP en el regresor usando la “parametrización clásica”, por ejemplo (Armstrong, 1987; Abouelsoud et al., 1996; Yarza et al., 2013; Arteaga, 2023, 2024).

Alternativamente, en (Slotine and Li, 1989), los autores propusieron el uso de la ecuación de balance de potencia para robots manipuladores (y en general para sistemas mecánicos) para obtener una parametrización lineal alternativa a la versión “clásica”. En esta propuesta se obtiene un regresor de menores dimensiones y con un menor costo computacional para el cálculo de sus elementos. Sin embargo, esta propuesta de parametrización lineal no se continuó investigando dado que la condición de EP del nuevo regresor aún era necesaria satisfacerla. No obstante, una metodología de estimación de parámetros recientemente presentada en (Romero et al., 2023) aborda nuevamente esta forma de parametrización alternativa garantizando la convergencia paramétrica de forma exponencial sin requerir la condición de excitación persistente en el nuevo regresor. Este método se basa en cuatro pasos principales:

- (1) Obtener una parametrización lineal del robot manipulador a partir de la ecuación de balance de potencia filtrada, donde la relación entre los parámetros y las señales del sistema se realiza mediante las funciones de energía.
- (2) Aplicar la técnica de extensión y mezcla dinámica del regresor (EMDR) de (Aranovskiy et al., 2017) a la ERL obtenida el paso anterior, para generar nuevas ERLs escalares, una por cada parámetro desconocido.
- (3) Para cada ERLs escalar obtenida del paso anterior, aplicar un observador basado en estimación de parámetros generalizado (GPEBO, por sus siglas en inglés) de (Ortega et al., 2021), particularmente como el propuesto en Bobtsov et al. (2022), generando nuevas “ERLs virtuales”.
- (4) El método finaliza seleccionando una ley de adaptación del tipo gradiente descendente normalizado a cada “ERL virtual” del paso anterior.

El término “ERL virtual” de los pasos descritos refiere a una ecuación de regresión lineal obtenido a partir de relaciones entre elementos del observador GPEBO. Si bien los estados del observador son generados a partir de señales medibles del sistema, no hay una relación directa entre los parámetros físicos del sistema y la ERL obtenida entre estados del observador GPEBO. Se utilizará entonces el término “virtual” para diferenciar a éste tipo de ERL particular.

Utilizando un enfoque de control adaptable indirecto, esta metodología de estimación de parámetros se puede utilizar en conjunto con un controlador de seguimiento de trayectorias para robots manipuladores basado en el modelo, para verificar diferentes objetivos de control, ya que si importar la señal de control requerida por el sistema para seguir una señal se garantiza convergencia exponencial de los errores paramétricos por el estimador de parámetros.

Las principales contribuciones de este trabajo son las siguientes:

- Se propone un nuevo controlador adaptable indirecto utilizando la metodología de estimación de parámetros de (Romero et al., 2023) en conjunto con un novedoso controlador basado en un enfoque por moldeo de energía presentado en Sandoval et al. (2023). En contraste con el controlador adaptable indirecto propuesto en (Romero et al., 2023) donde se combina el método de estimación con un controlador tipo PD con compensación, esta propuesta presenta una ley de control que garantiza no solamente el cumplimiento de los objetivos clásicos de seguimiento de trayectorias si no también garantiza el rechazo a perturbaciones de par constantes, obteniendo así un nuevo controlador adaptable indirecto robusto con condiciones de excitación menos restrictivas.
- A diferencia de (Romero et al., 2023), se presenta un procedimiento para incorporar fuerzas disipativas en la ERL obtenida de la ecuación de balance de potencia, lo que permite estimar parámetros físicos relacionados con estas fuerzas, como por ejemplo coeficientes de fricción viscosa entre otros.
- Se presentan simulaciones numéricas para validar el comportamiento y desempeño del controlador propuesto.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta la formulación del problema de control. En la Sección 3 se presenta brevemente la forma de obtención de una ERL basada en la ecuación de balance de potencia para sistemas mecánicos así como se aborda una extensión para incorporar fuerzas disipativas. La Sección 4 presenta el algoritmo de estimación de parámetros utilizado. En la Sección 5, se presenta la propuesta de controlador adaptable indirecto para cumplir diferentes objetivos de control. Los resultados de simulación se presenta en la Sección 6. Finalmente las conclusiones se presenta en la Sección 7.

A lo largo del documento, se usará la notación $A > 0$ para indicar que una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es definida positiva. La notación $A \geq 0$ significa que la matriz A es semidefinida positiva. También, $(\cdot)_{n \times n}$ denota una matriz de dimensiones $n \times n$, con $I_{n \times n}$ como la matriz identidad y $0_{n \times n}$ como una matriz de ceros. Mientras que $\mathbf{0}_n \in \mathbb{R}^n$ es un vector de ceros de dimensión $n \times 1$, $\nabla_{(\cdot)} = (\partial/\partial(\cdot))$, y $\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ representa una matriz diagonal de dimensión $n \times n$, cuyos n elementos diagonales son a_1, a_2, \dots, a_n .

2. MODELO DINÁMICO

En esta sección presentamos la parametrización de la ecuación de balance de potencia para sistemas de Euler-Lagrange (EL), sugerida originalmente en (Slotine and Li, 1989), que puede verse como una operación de filtrado de la ecuación de energía mecánica. Esta operación aplica un filtro a la relación de pasividad entre la entrada y la salida pasiva del sistema mecánico la cual es conocida como ecuación de balance de potencia.

2.1 Dinámica de los sistemas Euler-Lagrange

La obtención del regresor y la ERL respectiva se centra en sistemas Euler-Lagrange totalmente actuados con n grados de libertad, donde las coordenadas generalizadas se representan como $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ y la entrada de control como $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$. La dinámica de estos sistemas se puede describir mediante las conocidas ecuaciones dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} - \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}}, \quad (1)$$

donde $\mathcal{L} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ se define como el lagrangiano, dado por

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \underbrace{\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}}_{\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})} - \mathcal{U}(\mathbf{q}). \quad (2)$$

con $M : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$, $M(\mathbf{q}) > 0$ como la matriz de inercia, $\mathcal{K} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función de energía cinética, $\mathcal{U} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ la función de energía potencial y $\mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})$ es una función que representa la disipación de energía debida a efectos de fricción, perturbaciones, etc. Particularmente los efectos de fricción viscosa se pueden modelar definiendo este término como una función cuadrática dada por

$$\mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathcal{R} \dot{\mathbf{q}} \quad (3)$$

donde $\mathcal{R} = \text{diag}\{f_{v_1}, f_{v_2}, \dots, f_{v_n}\}$ contiene los coeficientes de fricción viscosa ($f_{v_i} \geq 0$) de cada una de las articulaciones. La matriz diagonal \mathcal{R} define como la fricción viscosa esta presente o no en el robot como a continuación se describe: $\mathcal{R} = 0_{n \times n}$ (no existe fricción viscosa en ninguna articulación del robot); $\mathcal{R} \geq 0$ (fricción viscosa está presente parcialmente en el robot, es decir, la fricción viscosa está ausente al menos en una articulación pero presente en las restantes); y $\mathcal{R} > 0$ (La fricción viscosa está presente en todas las n articulaciones).

Claramente, desarrollando (1) con (2) y (3) se sigue que

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} [\dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}] + \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} + \mathcal{R}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}, \quad (4)$$

la cual puede ser expresada en la notación $\langle M, C, g \rangle$ como:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathcal{R}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}. \quad (5)$$

3. DERIVACIÓN DE UNA ECUACIÓN DE REGRESIÓN LINEAL BASADA EN CONCEPTOS DE ENERGÍA

Para construir la ERL sugerida se definen las siguientes parametrizaciones de la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ y la energía potencial $\mathcal{U}(\mathbf{q})$:

$$M(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^l M_i(\mathbf{q}) \theta_i^M, \quad (6)$$

$$\mathcal{U}(\mathbf{q}) = \sum_{j=1}^r \mathcal{U}_j(\mathbf{q}) \theta_j^U. \quad (7)$$

con matrices $M_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ y funciones vectoriales $\mathcal{U}_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Para incorporar directamente los efectos de las fuerzas de disipación, no necesariamente como en la forma (3), introducimos la siguiente parametrización:

$$\dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \sum_{k=1}^s f_k(\dot{\mathbf{q}}) \theta_k^F, \quad (8)$$

donde $f_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Luego definiendo $w := l + r + s$, los parámetros constantes desconocidos del sistema θ_i^M, θ_j^U y θ_k^F se pueden agrupar en un solo vector dado por:

$$\boldsymbol{\theta} := \text{col}(\theta_1^M, \dots, \theta_l^M, \theta_1^U, \dots, \theta_r^U, \theta_1^F, \dots, \theta_s^F) \in \mathbb{R}^w. \quad (9)$$

A continuación, presentamos una extensión de la parametrización de la ecuación de balance de potencia de (Romero et al., 2023), con el fin de incorporar términos de funciones de energía disipada que nos permitan estimar parámetros desconocidos del sistema relacionados con la función $\mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})$ de (1).

Proposición 1. El sistema (1) satisface la ERL:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\theta}. \quad (10)$$

con $\boldsymbol{\theta}$ definida en (9),

$$\dot{\mathbf{y}} = -\lambda \mathbf{y} + \dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau}, \quad (11)$$

con $\lambda > 0$ un parámetro de diseño, y un regresor dado por:

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\lambda \boldsymbol{\Omega} + \begin{bmatrix} p \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T m_1(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ \vdots \\ p \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T m_l(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ p \mathcal{U}_1(\mathbf{q}) \\ \vdots \\ p \mathcal{U}_r(\mathbf{q}) \\ f_1(\dot{\mathbf{q}}) \\ \vdots \\ f_s(\dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^w, \quad (12)$$

donde $p := \frac{d}{dt}$.

Prueba. De (Ortega et al., 1998), el sistema (1) define un operador pasivo $\boldsymbol{\tau} \mapsto \dot{\mathbf{q}}$ con una función de almacenamiento:

$$\mathcal{E}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathcal{U}(\mathbf{q}). \quad (13)$$

Además, satisface la ecuación del balance de potencia:

$$\dot{\mathcal{E}} = \dot{\mathbf{q}}^T \left[\boldsymbol{\tau} - \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right], \quad (14)$$

que se puede reescribir convenientemente como

$$\dot{\mathcal{E}} + \dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau}. \quad (15)$$

A continuación, aplicando a ambos lados de (15) un filtro definido por

$$H(p) = \frac{1}{p + \lambda}, \quad (16)$$

donde $p := \frac{d}{dt}$, se obtiene

$$H(p) [\dot{\mathcal{E}} + \dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}}] = H(p) [\dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau}] := \mathbf{y}, \quad (17)$$

donde el lado derecho de (17) es la realización del estado de (11). A continuación, usando la parametrización (6)-(8) el lado izquierdo de (17) se puede escribir como

$$\begin{aligned} \Omega^T \theta &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l p H(p) \dot{q}^T M_i(q) \dot{q} \theta_i^M + \sum_{j=1}^r p H(p) \mathcal{U}_j(q) \theta_j^M \\ &+ \sum_{k=1}^s H(p) f_k(\dot{q}) \theta_k^F \\ &= y, \end{aligned} \quad (18)$$

Lo anterior completa la prueba de la Proposición 1.

3.1 Propiedades de la ley de adaptación tipo gradiente descendente

Considere un ERL escalar dado por

$$x = \varphi \theta, \quad (19)$$

con $x(t) \in \mathbb{R}$ y $\varphi(t) \in \mathbb{R}$ señales acotadas y medibles, y $\theta \in \mathbb{R}$ un parámetro constante desconocido.

Definición 2. La función φ de (19) se dice que es de excitación persistente (EP) si existen $\mu_1 > 0$ y $T > 0$ tales que

$$\int_t^{t+T} \varphi^2(\tau) d\tau \geq \mu_1, \quad \forall t \in \mathbb{R}_+$$

Definición 3. Se dice que es excitación por intervalo (EI) si verifica

$$\int_0^t \varphi^2(\tau) d\tau \geq \mu_2 \quad (20)$$

para algún $\mu_2 > 0$ y algún $t > 0$.

Proposición 4. Sastry and Bodson (2011) Considere la ERL dada por (19). La ley de adaptación:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \left(\frac{\varphi}{1 + \varphi^2} \right) (x - \varphi \hat{\theta}) \quad (21)$$

con $\gamma > 0$ verifica:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{\theta}(t) - \theta] = 0 \Leftrightarrow \varphi \notin \mathcal{L}_2. \quad (22)$$

La convergencia es exponencial si y sólo si φ verifica EP.

4. GENERACIÓN DE NUEVAS ERLS “VIRTUALES” BASADAS EN OBSERVADORES GPEBO

A continuación, presentamos un breve resumen del procedimiento para generar nuevas ERLs a partir de (10):

Paso 1 Aplicar EMDR a (10), con $\lambda > 0$ y definiendo las señales:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\lambda z + \Omega y \\ \dot{\Psi} &= -\lambda \Psi + \Omega \Omega^T \\ \mathbf{y} &= \text{adj}\{\Psi\} z \\ \Delta &= \det\{\Psi\}. \end{aligned}$$

Entonces las nuevas ERLs escalares

$$y_\iota = \Delta \theta_\iota, \iota := \{1, \dots, w\} \quad (23)$$

se verifican, donde $\mathbf{y} = [y_1 \dots y_w]^T$.

Paso 2 Aplicar un observador GPEBO a cada expresión en (23), definiendo la extensión dinámica:

$$\begin{aligned} \dot{z}_\iota &= u_{2_\iota}(t) y_\iota + u_{3_\iota}(t) z_\iota, \\ \dot{\xi}_\iota &= A_\iota(t) \xi_\iota + \mathbf{b}_\iota(t), \xi_\iota(0) = \mathbf{0}_2, \\ \dot{\Phi}_\iota &= A_\iota(t) \Phi_\iota(t), \Phi_\iota(0) = I_{2 \times 2}. \end{aligned}$$

donde

$$A_\iota(t) := \begin{bmatrix} 0 & u_{1_\iota}(t) \\ u_{2_\iota}(t) \Delta & u_{3_\iota}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{b}_\iota(t) := \begin{bmatrix} -u_{1_\iota}(t) z_\iota \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Con las señales:

$$\begin{aligned} u_{1_\iota}(t) &= -\alpha_\iota(t) \Delta(t), \\ u_{2_\iota}(t) &= \alpha_\iota(t), \\ u_{3_\iota}(t) &= -\frac{1}{2} (\Phi_{11_\iota}^2 + \Phi_{21_\iota}^2) + \beta_\iota, \end{aligned}$$

siendo $\alpha_\iota \in \mathbb{R}$ una señal acotada tal que $\alpha_\iota(t) \Delta(t) \neq 0$ para algún t y $\alpha_\iota(t) \Delta(t) \in \mathcal{L}_1$, con $0 < \beta_\iota < \frac{1}{2}$. Entonces las nuevas ERLs escalares “virtuales”

$$y_\iota = \Phi_{21_\iota} \theta_\iota, \quad (24)$$

se verifican con $\mathbf{y}_\iota := z_\iota - \xi_{2_\iota}$ and Φ_{21_ι} y $(\cdot)_{21}$ elementos de la matriz Φ_ι .

Paso 3 Aplicar la ley de adaptación (21) cada ι -ésima ERL de (24), la cual se representa por:

$$\dot{\hat{\theta}}_\iota = \gamma_\iota \left(\frac{\Phi_{21_\iota}}{1 + \Phi_{21_\iota}^2} \right) (y_\iota - \Phi_{21_\iota} \hat{\theta}_\iota), \quad (25)$$

con $\gamma_\iota > 0$ siendo una ganancia de adaptación para el ι -ésimo parámetro. Si Δ de (23) verifica la condición de EI dada por (20), entonces (25) garantiza:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_{11_\iota}(t) \neq \sqrt{2\beta_\iota} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta}_\iota(t) = \theta_\iota. \quad (26)$$

Comentario 5. Como se demostró en Bobtsov et al. (2022) (Proposición 2) el filtro y observador definido en el Paso 2 es robusto frente a una clase perturbaciones variantes en el tiempo. Donde la ι -ésima ERL en presencia de perturbaciones dada en (23) se pueden expresar de la siguiente forma $y_\iota = \Delta \theta_\iota + \zeta_\iota(t)$, $\iota := \{1, \dots, w\}$ donde $\zeta_\iota(t)$ representa el término de perturbación. De acuerdo con Bobtsov et al. (2022), las ERLs dadas en (23) son robustas frente a las perturbaciones $\zeta_\iota(t)$ en el sentido que entradas acotadas garantizan salidas acotadas (BIBO por sus siglas en inglés).

5. CONTROL ADAPTABLE INDIRECTO

Los controladores adaptables indirectos, también conocidos como reguladores auto ajustables (STR, por sus siglas en inglés), se basan en una primera etapa de identificación de parámetros de la planta en línea en donde en base a señales medibles de entrada y salida del sistema estiman los parámetros de la planta. Estos parámetros estimados a continuación se utilizan para actualizar los parámetros del controlador, el cual es basado en el modelo de la planta y cuya ley de control puede ser comúnmente del tipo proporcional-integral-derivativa (PID). En esta sección presentamos la propuesta principal del artículo utilizando los conceptos de estimación previamente presentados.

Suposición 6. Suponga que una función $\mathbf{q}_d(t)$ es doblemente diferenciable con respecto al tiempo, $\boldsymbol{\delta} \in \mathbb{R}^n$ es una perturbación de par constante, defina el error de seguimiento de trayectorias articulares $\tilde{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t)$, también defina la señal $\tilde{\boldsymbol{\delta}} = \hat{\boldsymbol{\delta}} - \boldsymbol{\delta}$, existe un mapeo $\boldsymbol{\pi} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^w \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n$, tal que el sistema

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\pi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\theta}, t), \quad (27)$$

verifica la malla cerrada:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ \tilde{\boldsymbol{\delta}} \end{bmatrix} = f(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \tilde{\boldsymbol{\delta}}, t) \quad (28)$$

con $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^{3n}$ cuyo origen es globalmente exponencialmente estable.

5.1 Objetivo de control

Formalmente, el objetivo del control de seguimiento de trayectorias está dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{q}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t) = \mathbf{0}_n. \quad (29)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{q}}_d(t) = \mathbf{0}_n. \quad (30)$$

Para toda condición inicial $[\mathbf{q}(0)^T \dot{\mathbf{q}}(0)^T]^T$. Además se presenta el siguiente objetivo de diseño adicional

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\delta}}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\delta}(t) - \boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}_n. \quad (31)$$

Proposición 7. Considere el sistema (1), bajo la Suposición 6, con una ley de control dada por:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\pi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\theta}, t), \quad (32)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \text{col}(\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_w)$ con $\iota := 1, \dots, w$, donde el ι -ésimo parámetro estimado se obtiene de (25). Suponga que se verifica (26) y que $\boldsymbol{\Delta}$ de (23) verifica la condición EI. Bajos las condiciones anteriores, los objetivos de control (29)-(31) se garantizan.

La prueba de la Proposición 7 radica en que bajo las condiciones y suposiciones descritas se obtienen parámetros *consistentes*, los pasos de la prueba siguen *verbatim* las pruebas presentadas en Ortega et al. (2021), Romero et al. (2023) y Bobtsov et al. (2022) por lo que se omiten por brevedad.

El mapeo $\boldsymbol{\pi}$ se puede elegir como el controlador robusto de Sandoval et al. (2023), eligiendo $M_a = I_{2 \times 2}$, $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}$, $\boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{q}_d(t)$, $\mathcal{U}_a = \frac{1}{2} \mathbf{q}_a^T K_p \mathbf{q}_a$ tal que :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\theta}, t) = & C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \boldsymbol{\theta})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}) + \mathcal{R}(\boldsymbol{\theta})\dot{\mathbf{q}} \\ & - M(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})[K_p \tilde{\mathbf{q}} + K_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}}] \\ & + M(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})\ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \hat{\boldsymbol{\delta}}, \\ \hat{\boldsymbol{\delta}} = & \boldsymbol{\gamma} + \epsilon_0 \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\delta}}} = & \epsilon_0 [K_p + M(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})^{-1}] \tilde{\mathbf{q}} \\ & + [\epsilon_0 K_v + M(\mathbf{q}, \boldsymbol{\theta})^{-1}] \dot{\tilde{\mathbf{q}}}, \end{aligned} \quad (33)$$

con $K_p > 0, K_v > 0$ matrices diagonales definidas positivas de diseño y $\epsilon_0 > 0$ una constante suficientemente pequeña, verifican la malla cerrada:

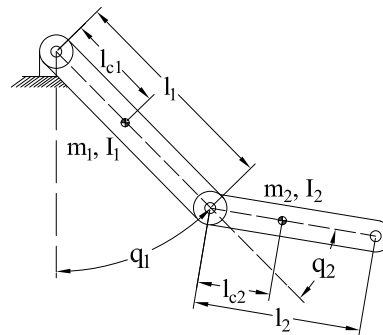


Fig. 1. Esquema del robot de 2 grados de libertad.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ \tilde{\boldsymbol{\delta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} \\ -K_p \tilde{\mathbf{q}} - K_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - M^{-1} \tilde{\boldsymbol{\delta}} \\ \epsilon_0 M^{-1} \tilde{\mathbf{q}} + M^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} - \epsilon_0 M^{-1} \tilde{\boldsymbol{\delta}} \end{bmatrix} \quad (34)$$

cuyo origen es globalmente exponencialmente estable en presencia de perturbaciones de par constantes.

6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En esta sección presentamos los resultados de simulaciones numéricas utilizando el controlador adaptable indirecto propuesto (33), utilizando como planta un robot manipulador totalmente actuado de dos grados de libertad. Las simulaciones se realizaron en el software Matlab Simulink, con el método de integración ODE23t, con una tolerancia de error de 1×10^{-3} . En la Fig. 1 se muestra un esquema del robot propuesto, donde q_1 y q_2 son las posiciones articulares. Los parámetros físicos desconocidos de los dos articulaciones se enumeran en la Tabla 1. En ella se resume el significado de los parámetros involucrados y sus valores numéricos, donde l_1 y l_2 significan longitudes del eslabón 1 y del eslabón 2 respectivamente, 'Dist.', 'Inert.' y 'com' representan Distancia, Inercia y centro de masa, respectivamente. El vector de entradas de control de par se denota por $\boldsymbol{\tau}$. El modelo dinámico (1) se puede describir con las matrices:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \theta_1 + 2\theta_2 \cos(q_2) & \theta_3 + \theta_2 \cos(q_2) \\ \theta_3 + \theta_2 \cos(q_2) & \theta_3 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -\theta_2 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -\theta_2 \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ \theta_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \theta_4 g \sin(q_1) + \theta_5 g \sin(q_1 + q_2) \\ \theta_5 g \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Con la función de energía cinética dada por:

$$\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{q}_1^2}_{\omega_1} \theta_1 + \underbrace{(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2)}_{\omega_2} \cos(q_2) \theta_2 + \underbrace{(\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2)}_{\omega_3} \theta_3, \quad (38)$$

y la función de energía potencial dada por:

$$\mathcal{U}(\mathbf{q}) = \underbrace{-g \cos(q_1)}_{\omega_4} \theta_4 - \underbrace{g \cos(q_1 + q_2)}_{\omega_5} \theta_5. \quad (39)$$

La fricción se modela como (3), donde $\mathcal{R} = \text{diag}\{f_{v_1}, f_{v_2}\}$, donde los parámetros constantes desconocidos están definidos por: $\theta_1 = m_1 l_{c_1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c_2}^2 + I_1 + I_2$, $\theta_2 = l_1 m_2 l_{c_2}$, $\theta_3 = m_2 l_{c_2}^2 + I_2$, $\theta_4 = l_{c_1} m_1 + m_2 l_1$, $\theta_5 = m_2 l_{c_2}$, $\theta_6 = f_{v_1}$, $\theta_7 = f_{v_2}$, donde

$$\boldsymbol{\theta} = \text{col}\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7\}. \quad (40)$$

Los valores nominales de los parámetros dinámicos considerando los datos de la Tabla 1 y la definición anterior están dados por $\theta_1 = 2.351[\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}^2}]$, $\theta_2 = 0.083[\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}^2}]$, $\theta_3 = 0.101[\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}^2}]$, $\theta_4 = 3.921[\text{Kg}\cdot\text{m}]$, $\theta_5 = 0.186[\text{Kg}\cdot\text{m}]$, $\theta_6 = 2.288[\text{Nm}\frac{\text{s}}{\text{rad}}]$, $\theta_7 = 0.175[\text{Nm}\frac{\text{s}}{\text{rad}}]$.

Para todas las simulaciones numéricas, las posiciones y velocidades iniciales se fijaron como $\mathbf{q}(0) = [0 \ 0]^T$ and $\dot{\mathbf{q}}(0) = [0 \ 0]^T$ respectivamente.

De acuerdo con la Sección 2 la parametrización se define considerando:

$$m_1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, m_2(q_2) := \cos(q_2) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, m_3 := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{U}_1(\mathbf{q}) := -g \cos(q_1 + q_2), \quad \mathcal{U}_2(\mathbf{q}) := -g \cos(q_1 + q_2).$$

Tabla 1. Parámetros físicos del robot de dos grados de libertad.

Descripción	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 1	l_1	0.45	m
Longitud del eslabón 2	l_2	0.45	m
Dist. al com (l_1)	l_{c_1}	0.091	m
Dist. al com (l_2)	l_{c_2}	0.048	m
Masa del eslabón 1	m_1	23.902	Kg
Masa del eslabón 2	m_2	3.88	Kg
Inert. rel. al com (l_1)	I_1	1.266	$\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}^2}$
Inert. rel. al com (l_2)	I_2	0.093	$\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{rad}^2}$
Aceleración gravedad	g	9.81	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

La ERL de (10) se verifica de $\mathbf{y} = H(p)[\dot{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\tau}]$, y el vector regresor

$$\boldsymbol{\Omega} = H(p) \begin{bmatrix} p[\frac{1}{2}\dot{q}_1^2] \\ p[(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2) \cos(q_2)] \\ p[\frac{1}{2}\dot{q}_2^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2] \\ p[-g \cos(q_1)] \\ p[-g \cos(q_1 + q_2)] \\ \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Los parámetros del controlador adaptable indirecto propuesto (33) utilizados durante la simulación están dados por: $\lambda = 1, k_{p_1} = 1000, k_{p_2} = 1000, k_{v_1} = 40, k_{v_2} = 40, \epsilon_0 = 27, \alpha_\iota = \text{sen}(t), \beta_\iota 0.25, \gamma_\iota = 500$ con $\iota : 1, \dots, 7$.

Se seleccionó el siguiente vector de trayectorias deseadas $\mathbf{q}_d(t)$:

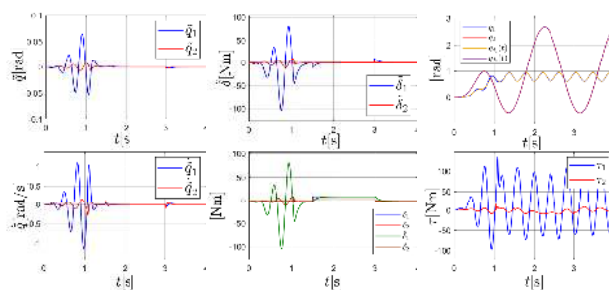


Fig. 2. Comportamiento de las señales del sistema y del controlador adaptable indirecto durante la simulación.

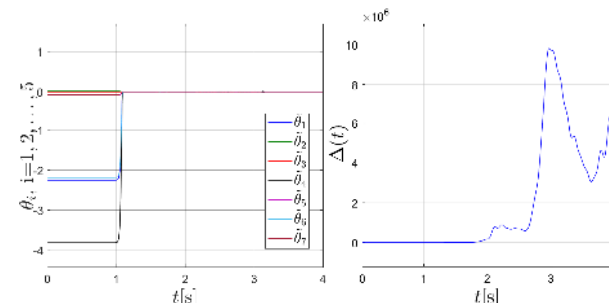


Fig. 3. Señales del estimador de parámetros.

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} b_1[1 - e^{-2.0t^3}] + c_1[1 - e^{-2.0t^3}] \text{sen}(\omega_1 t) \\ b_2[1 - e^{-1.8t^3}] + c_2[1 - e^{-1.8t^3}] \text{sen}(\omega_2 t) \end{bmatrix}, \quad (42)$$

donde $b_1 = 0.78$ [rad], $c_1 = 0.17$ [rad], $\omega_1 = 15$ [rad/s], $b_2 = 1.04$ [rad], $c_2 = 2.18$ [rad] y $\omega_2 = 3.5$ [rad/s].

Para la simulación, se añadió una perturbación de par constante definida por:

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{cases} [0 \ 0]^T [\text{Nm}], & 0 \leq t < 1.5[\text{s}], \\ [10 \ 5]^T [\text{Nm}], & 1.5 \leq t \leq 3[\text{s}], \\ [0 \ 0]^T [\text{Nm}], & t > 3[\text{s}]. \end{cases} \quad (43)$$

Los resultados de simulación se presentan en las Figs. 2-3. Como se puede apreciar claramente en la Fig. 2, los objetivos de control (29)-(31) se verifican incluso cuando existe una perturbación constante en el sistema. Con respecto al estimador de parámetros, se observa en las gráficas de la Fig. 3 que la convergencia paramétrica es del tipo exponencial y que no hay desviaciones aún cuando la perturbación se presenta en el sistema. Finalmente, note también de la Fig. 3 que la Suposición EI sobre el regresor escalar Δ se verifica, ya que $\Delta(t) \geq 0$ para todo $t > 0$.

7. CONCLUSIONES

Se ha presentado un nuevo controlador adaptable indirecto para robots manipuladores accionados por par que garantiza el seguimiento de trayectorias y que es robusto frente a perturbaciones de par constantes. La selección de las leyes adaptables parte de una parametrización

de la ecuación de balance de potencia para sistemas mecánicos y aplica una novedosa metodología de estimación de parámetros que asegura la convergencia de los parámetros estimados a sus valores reales. Las ventajas de ésta propuesta de controlador radica principalmente en la relajación de las condiciones de excitación en el regresor, sustituyendo la restrictiva condición de excitación persistente por una condición denominada excitación por intervalo, la cual en la práctica es mucho más sencilla de verificar. Finalmente se presentan simulaciones numéricas que validan el desempeño del controlador propuesto en un robot manipulador totalmente actuado. Como trabajo futuro se busca generalizar la propuesta a sistemas mecánicos subactuados.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente apoyado por las subvenciones Conacyt CVU 1106239, Proyecto Conacyt No. 166636, proyecto TecNM Clave 20021.24-P, Proyecto TecNM Clave 20827.24-P y Red Internacional de Control y Cómputo Aplicados (RICCA) del TecNM.

REFERENCIAS

- Abouelsoud, A.A., Hassan, M.F., and Sultan, M.A. (1996). An adaptive observer for robots with persistent excitation. *International journal of systems science*, 27(9), 809–820.
- Aranovskiy, S., Bobtsov, A., Ortega, R., and Pyrkin, A. (2017). Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(7), 3546–3550.
- Armstrong, B. (1987). On finding exciting trajectories for identification experiments involving systems with non-linear dynamics. In *Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, 1131–1139. IEEE.
- Arteaga, M.A. (2023). On the exact parameter estimation for robot manipulators without persistence of excitation. *IEEE Transactions on Automatic Control*.
- Arteaga, M.A. (2024). On the exact parameter estimation of robot manipulators with a predefined minimal amount of excitation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- Åström, K.J. and Wittenmark, B. (2008). *Adaptive control*. Courier Corporation.
- Bastin, G. and Dochain, D. (eds.) (1990). *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*. Process Measurement and Control. Elsevier.
- Bobtsov, A., Yi, B., Ortega, R., and Astolfi, A. (2022). Generation of new exciting regressors for consistent online estimation of unknown constant parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 67(9), 4746–4753.
- De Wit, C.C. and Aubin, A. (1990). Parameters identification of robots manipulators via sequential hybrid estimation algorithms. *IFAC Proceedings Volumes*, 23(8), 163–168.
- Hsu, P., Bodson, M., Sastry, S., and Paden, B. (1987). Adaptive identification and control for manipulators without using joint accelerations. In *Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, 1210–1215. IEEE.
- Kozlowski, K.R. and Dutkiewicz, P. (1996). Experimental identification of robot and load dynamics. *IFAC Proceedings Volumes*, 29(1), 397–402.
- Landau, I.D., Lozano, R., M'Saad, M., and Karimi, A. (2011). *Adaptive control: algorithms, analysis and applications*. Springer Science & Business Media.
- Ortega, R., Bobtsov, A., Nikolaev, N., Schiffer, J., and Dochain, D. (2021). Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, 129, 109635.
- Ortega, R., Loría, A., Nicklasson, P.J., and Sira-Ramírez, H. (1998). *Passivity-based control of euler-lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer London.
- Perreault, G., Roess, T.L., and Powell, F.D. (1972). *Submarine Parameter Identification*. Bell Aerospace Company.
- Prüfer, M., Schmidt, C., and Wahl, F. (1994). Identification of robot dynamics with differential and integral models: a comparison. In *Proceedings of the 1994 IEEE international conference on robotics and automation*, 340–345. IEEE.
- Romero, J.G., Ortega, R., and Bobtsov, A. (2023). Parameter estimation and adaptive control of euler–lagrange systems using the power balance equation parameterisation. *International Journal of Control*, 96(2), 475–487.
- Sandoval, J., Cervantes-Pérez, L., Santibáñez, V., Moreno-Valenzuela, J., and Kelly, R. (2023). A ges joint position trajectory tracking smooth controller of torque-driven robot manipulators affected by disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- Sastry, S. and Bodson, M. (2011). *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Dover Books on Electrical Engineering Series. Dover Publications.
- Schafroth, D., Bermes, C., Bouabdallah, S., and Siegwart, R. (2010). Modeling, system identification and robust control of a coaxial micro helicopter. *Control Engineering Practice*, 18(7), 700–711. Special Issue on Aerial Robotics.
- Slotine, J.J.E. and Li, W. (1989). Composite adaptive control of robot manipulators. *Automatica*, 25(4), 509–519.
- Tao, G. (2003). *Adaptive control design and analysis*, volume 37. John Wiley & Sons.
- Yarza, A., Santibáñez, V., and Moreno-Valenzuela, J. (2013). An adaptive output feedback motion tracking controller for robot manipulators: Uniform global asymptotic stability and experimentation. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 23(3), 599–611.