

Observer based formation tracking for multi-agent systems

J.L. Alfonso-Jiménez, L.A. Castro-Romero,
J. Santiaguillo-Salinas, H.N. García-Lozano.

*División de Estudios de Posgrado, Universidad del Papaloapan, 68400,
Loma Bonita, Oaxaca, México (e-mail: jluis.01@icloud.com,
aldaircastro2022@outlook.com, jsantiaguillo@outlook.com,
garcia.hiram@gmail.com)*

Abstract: In this work, a formation tracking control strategy for multi-agent system is proposed. The agents of the system are differential robots with second-order models obtained from a kinematic extension. The proposed control strategy is based on Luenberger observers to estimate agent's velocities. The theoretical results are validated experimentally.

Keywords: multi-agent systems, state observer, kinematic extended model, differential mobile robots, formation tracking.

1. INTRODUCCIÓN

Un grupo de agentes (robots, vehículos o programas informáticos Vallejo et al. (2009)), que interactúan entre sí y con su entorno para realizar tareas específicas, se les conoce como sistemas multi-agente. Los robots móviles pueden utilizarse como agentes para implementar sistemas multi-agente capaces de realizar tareas complejas de forma colaborativa, Jiménez Builes et al. (2008) pero presentando desafíos considerables en términos de coordinación, comunicación y control, Aldás López (2022).

En diversos trabajos se exploran el control y la coordinación de robots móviles en sistemas multi-agente. En Rodríguez-Angeles and Juárez-Lora (2023) se propone un controlador descentralizado para robots móviles diferenciales que permite la navegación autónoma y la evasión de obstáculos, al mismo tiempo que asegura una formación deseada durante el seguimiento de trayectoria. En Jiménez Álvarez (2018), describe un modelo descentralizado que facilita la interacción entre agentes robóticos externos, mediante redes de sensores inalámbricas; Estos agentes, ubicados en un entorno desconocido, colaboran en tareas de navegación como la estimación de posiciones y la generación de mapas, demostrando la fiabilidad del modelo en operaciones descentralizadas. En Hernández-Gallardo and Moreno-Negrete (2022), se ha destacado la importancia de obtener modelos simples y fiables para el diseño y aplicación de controladores en sistemas robóticos, utiliza un modelo geométrico para el control de seguimiento de trayectorias en formaciones de múltiples robots, estructurando el sistema en pares de robots para gestionar formaciones a gran escala.

En aplicaciones de robótica y sistemas multi-agente, los observadores de estado desempeñan un papel importante al proporcionar una estimación precisa de variables internas, como posición y velocidad, incluso en condiciones

adversas. Un observador de estados estima las variables internas de un sistema dinámico utilizando información disponible de las variables de salida. Empleando modelos matemáticos y técnicas de estimación, un observador de estados puede calcular y actualizar continuamente las variables internas del sistema, como la posición, velocidad o cualquier otra variable de interés, incluso cuando estas no son directamente medibles, Cárdenas (2012).

Estos observadores complementan los lazos de control, mejorando la capacidad de los robots para seguir trayectorias, evitar obstáculos y mantener formaciones, cuando hay variables que no se conocen del sistema. En Lima-Pérez et al. (2021) emplean los observadores para hacer estimación de estados internos en un robot móvil con péndulo invertido. En González et al. (2012) se utilizan observadores de estado para mejorar la estabilidad de un helicóptero de dos grados de libertad. En Rosaldo-Serrano et al. (2019), se estiman las velocidades lineales y angulares de un conjunto de cuadricópteros utilizando observadores tipo Luenberger.

Este trabajo se organiza en las siguientes secciones. En la Sección 2 se describe el modelo cinemático de los robots móviles diferenciales, así como los observadores de estado. Además, se hace uso de la teoría de grafos para modelar al sistema multi-agente. En la Sección 3 se presenta el planteamiento del problema. La Sección 4 está dedicada al diseño de la estrategia de control y el observador de estados. En la Sección 5 se muestra la validación numérica y experimental. Por último, en la Sección 6 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. PRELIMINARES

2.1 Modelo cinemático extendido del robot diferencial

Un modelo cinemático es una descripción matemática del movimiento de un robot en el plano, en la cual

no se toman en cuenta las fuerzas que producen tal movimiento.

Suposición 1. Para la obtención del modelo cinemático del robot móvil diferencial se consideran las siguientes premisas, Siciliano et al. (1994).

- El robot se desplaza sobre una superficie plana y lisa.
- Los ejes de guiado son perpendiculares al suelo.
- No hay deslizamiento de las ruedas del robot sobre la superficie.
- El robot no tiene partes flexibles.

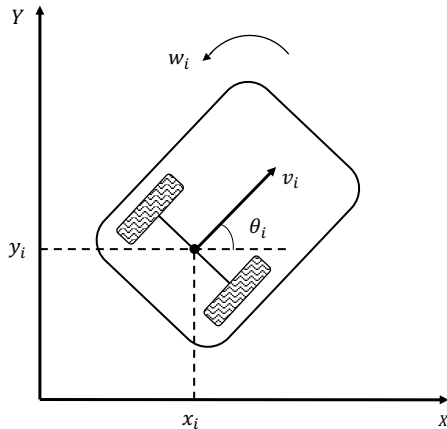


Fig. 1. Esquema del robot diferencial

Dado un conjunto de robots diferenciales $N = \{R_1, \dots, R_n\}$, con posiciones en el plano, dadas por $\xi_i = [x_i, y_i]^T$ y ángulo de orientación θ_i , Fig. 1, para $i = 1, \dots, n$. El modelo cinemático de cada robot, tomando en cuenta Hernandez-Martínez and Aranda-Bricaire (2009), está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i(\theta_i) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix}, \quad (1)$$

con $i = 1, \dots, n$ y donde $A_i(\theta_i)$ es la matriz de desacoplamiento, v_i es la velocidad longitudinal y ω_i la velocidad angular.

De (1) es posible ver que $\det(A_i(\theta_i)) = 0$. En este trabajo se implementa la estrategia de control de linealización entrada/salida Siciliano et al. (1994), que requiere $A_i(\theta_i)^{-1}$. Por lo tanto, se utiliza una extensión cinemática con el fin de que la matriz de desacoplamiento sea no singular. Para ello, se coloca un integrador en la entrada, generando una nueva variable de control, Fig. 2. Por lo tanto, de la Fig. 2, u es la aceleración longitudinal. La representación en variables de estados con esta entrada es la siguiente

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i \cos \theta_i \\ v_i \sin \theta_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i. \quad (2)$$

La extensión cinemática implica una dinámica de segundo orden, la cual se obtiene derivando \dot{x}_i y \dot{y}_i .

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -v_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & v_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{\omega}_i \end{bmatrix} = A(v_i, \theta_i) \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{\omega}_i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

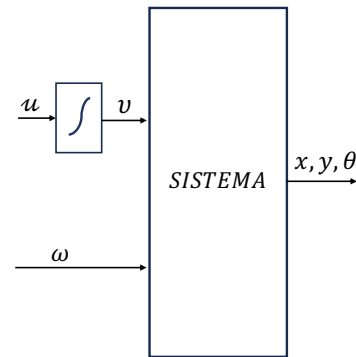


Fig. 2. Diagrama a bloques de la extensión cinemática

En el modelo (3), el $\det(A(v_i, \theta_i)) = v_i$, así que, con $v_i \neq 0$, se satisfacen los requerimientos sobre esta matriz para ocupar la linealización entrada/salida. Con la extensión realizada, ahora se requiere conocer las velocidades lineales, las cuales no se pueden medir fácilmente, por lo que se propone estimarlas con un observador de tipo Luenberger.

2.2 Teoría de grafos

Una manera sistemática de modelar las interacciones entre los agentes es por medio de grafos. Cada grafo G está constituido por un conjunto de vértices V , un conjunto de aristas E y un conjunto de etiquetas \mathcal{C} .

Table 1. Componentes de un grafo

Conjunto	Descripción
$V = \{R_1, \dots, R_n\}$	Vértices que corresponde a los n robots del sistema.
$E = \{(R_j, R_i) \in V \times V j \in N_i\}$	Aristas de flujo de información de R_j a R_i
$C = \{c_{ji}, i = 1, \dots, n, j \in N_i\}$	Etiquetas que especifican una posición relativa entre los robots

En un grafo, N_i es el conjunto de robots que tienen flujo de información con el robot R_i y $g_i = \text{card}\{N_i\}$, $i = 1, \dots, n$. La matriz de adyacencia \mathcal{A}_d , describe la existencia de interacción entre los robots R_i y R_j , por lo tanto, cada elemento de la matriz de adyacencia se representa por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (R_j, R_i) \in E, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (4)$$

El Laplaciano de G se define como

$$\mathcal{L}(G) = \Delta - \mathcal{A}_d, \quad (5)$$

donde Δ es la matriz de grados, la cual se define como

$$\Delta = \text{diag}\{g_1, \dots, g_n\}. \quad (6)$$

En este trabajo se selecciona a R_n como el robot líder y a los R_i con $i = 1, \dots, n - 1$ como los robots seguidores. La trayectoria deseada será reproducida por el líder, mientras que los seguidores mantienen una formación determinada con respecto al líder.

2.3 Observador de estados

Un observador de Luenberger permite estimar los estados internos no medibles de un sistema dinámico, con el conocimiento de las entradas y salidas. En este trabajo se requiere estimar las velocidades lineales \dot{x}_i y \dot{y}_i , por lo que se utiliza este tipo de observador.

El diseño del observador tiene que satisfacer la propiedad de observabilidad, para ello la matriz de observabilidad $\mathcal{O} = [C^T \ A^T C^T \ \dots \ (A^T)^{n-1} C^T]$ debe ser de rango completo, Ogata (2003).

Se reescribe el sistema (3) en variables de estado

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= A_i p_i + B_i z_i, \quad i = 1, \dots, n; \\ q_i &= C_i p_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Aquí $p_i = [p_{1i}, p_{2i}, p_{3i}, p_{4i}]^T$, con $p_{1i} = x_i$, $p_{2i} = y_i$, $p_{3i} = \dot{x}_i$, $p_{4i} = \dot{y}_i$, donde

$$A_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ A_i(v_i, \theta_i) \end{bmatrix}, C_i = [I_2 \ \mathbf{0}].$$

con $\mathbf{0}$ una matriz de ceros de dimensión 2. Las salidas del sistema son q_i y las entradas z_i . La matriz de observabilidad del sistema es de rango 4, por lo tanto, el sistema (7) es de estado completamente observable.

Para cada uno de los robots diferenciales del sistema multi-agente se propone el siguiente observador Luenberger

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}}_i &= A_i \hat{p}_i + B_i z_i + L_i C_i (p_i - \hat{p}_i), \\ \hat{q}_i &= C_i \hat{p}_i, \end{aligned} \quad (8)$$

donde \hat{p}_i es el vector de estados observados y \hat{q}_i son las salidas observadas.

Es importante que los estados estimados converjan a los estados del sistema. La siguiente proposición proporciona las condiciones suficientes para que se cumpla esta condición.

Proposición 1. Considere que el sistema (7) es de estado completo observable y seleccionando L_i tal que la matriz $A_i - L_i C_i$ tenga todos sus polos en el semiplano izquierdo complejo, entonces los estados estimados por el observador (8) convergen a los estados del sistema (7).

Demostración. Se define el error de observación como $\hat{e}_i = p_i - \hat{p}_i$ cuya dinámica está dada por

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_i &= \dot{p}_i - \dot{\hat{p}}_i, \\ &= A_i p_i + B_i z_i - A_i \hat{p}_i - B_i z_i - L_i C_i (p_i - \hat{p}_i), \\ &= (A_i - L_i C_i) \hat{e}_i. \end{aligned} \quad (9)$$

Como se seleccionó L_i tal que $A_i - L_i C_i$ tenga todos sus polos en el semiplano complejo izquierdo, el error de observación decae a cero asintóticamente. \square

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Dada una trayectoria deseada, $\xi^d(t) = [\xi_x^d(t), \xi_y^d(t)]^T$ continuamente diferenciable. Sea $\rho_i(t) = [p_{1i}, p_{2i}]^T$, la posición del i -ésimo robot diferencial y sea \hat{p}_i el estado estimado de p por medio de un observador de Luenberger. El objetivo del trabajo es diseñar una estrategia de control basada en observador, tal que se cumplan los siguientes objetivos

Estimación de estados

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (p_i(t) - \hat{p}_i(t)) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Los estados estimados por el observador convergen a los estados reales del robot.

Control de seguimiento

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\rho_n(t) - \xi^d(t)) = 0.$$

El robot líder realiza el seguimiento asintótico de la trayectoria deseada, donde el control utiliza las velocidades lineales estimadas del líder.

Control de formación

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\rho_i(t) - \zeta_j^d(t)) = 0, \quad i = 1, \dots, n - 1.$$

Los robots seguidores convergen a una posición relativa con respecto al líder. Aquí $\zeta_j^d(t) = [\zeta_x^d, \zeta_y^d]^T = \rho_n(t) + c_{in}$ son las posiciones deseadas en la formación de los seguidores con respecto al líder. Donde cada control utiliza las velocidades lineales estimadas del respectivo seguidor.

4. DISEÑO DE LAS ESTRATEGIAS

La estrategia de control propuesta está dada por

$$z_i = A_i^{-1}(v_i, \theta_i)[r_i] \quad i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

Esta estrategia se conoce como linealización entrada/salida Siciliano et al. (1994). Las variables de control auxiliares para los robots seguidores son

$$r_i = \begin{bmatrix} -k_{pi}(p_{1i} - \zeta_{xi}^d) - k_{di}(p_{3i} - \dot{\zeta}_{xi}^d) + \ddot{\zeta}_{xi}^d \\ -k_{pi}(p_{2i} - \zeta_{yi}^d) - k_{di}(p_{4i} - \dot{\zeta}_{yi}^d) + \ddot{\zeta}_{yi}^d \end{bmatrix}, \quad (11)$$

con $i = 1, \dots, n - 1$ y para el robot líder

$$r_n = \begin{bmatrix} -k_{pn}(p_{1n} - \xi_x^d) - k_{dn}(p_{3n} - \dot{\xi}_x^d) + \ddot{\xi}_x^d \\ -k_{pn}(p_{2n} - \xi_y^d) - k_{dn}(p_{4n} - \dot{\xi}_y^d) + \ddot{\xi}_y^d \end{bmatrix}, \quad (12)$$

con $\ddot{\xi}^d$ y $\ddot{\zeta}_i^d$ las aceleraciones de la trayectoria deseada y la aceleración deseada del i -ésimo seguidor, respectivamente, $\dot{\xi}^d$ y $\dot{\zeta}_i^d$ las velocidades de la trayectoria deseada y la velocidad deseada del i -ésimo seguidor, respectivamente y $k_{pi}, k_{di}, k_{pn}, k_{dn}$, $i = 1, \dots, n - 1$, las ganancias de control.

Proposición 2. Sea (7) un sistema multi-agente y (10) la estrategia de control propuesta para cerrar el lazo de control. Entonces tanto el líder como los seguidores convergen asintóticamente, sin sobre impulso, a la trayectoria deseada y a la formación respecto al líder respectivamente, si se seleccionan $k_{pi}, k_{di}, k_{pn}, k_{dn} > 0$, $i = 1, \dots, n - 1$.

Demostración. El sistema en lazo cerrado (7)-(10) es

$$\dot{P} = MP + \Xi, \quad (13)$$

donde $P = [\rho_1, \dots, \rho_n, \dot{\rho}_1, \dots, \dot{\rho}_n]^T$,

$$\Xi = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \ddot{\rho}_n + k_{p1}c_{1n} \\ \vdots \\ \ddot{\rho}_n + k_{p_{n-1}}c_{(n-1)n} \\ \ddot{\xi}^d + k_{dn}\dot{\xi}^d + k_{pn}\xi^d \end{bmatrix}_{4n \times 1}; \quad (14)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0_{2n} & I_{2n} \\ -(K_p \mathbb{L} + N) & -(K_d \mathbb{L} + N) \end{bmatrix}_{4n \times 4n}, \quad (15)$$

con $K_p = \text{diag}\{K_{p1}, \dots, K_{pn}\}$, $K_d = \text{diag}\{K_{d1}, \dots, K_{dn}\}$ matrices diagonales de dimensión $2n$ cuyos elementos son las ganancias de control $K_{pi} = \text{diag}\{k_{pi}, k_{pi}\}$, $K_{di} = \text{diag}\{k_{di}, k_{di}\}$

$$\mathbb{L} = \mathcal{L}(G) \otimes I_2, \quad (16)$$

con $\mathbb{L} \in \mathbb{R}^{2n}$, donde \otimes representa al producto Kronecker entre el laplaciano $\mathcal{L}(G)$ y la matriz identidad I_2 y

$$N = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & I_2 \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \quad (17)$$

El sistema en coordenadas del error está dado por

$$\begin{aligned} e_i &= \rho_i - \zeta_i^d, & i = 1, \dots, n-1; \\ e_n &= \rho_n - \zeta_n^d, \end{aligned} \quad (18)$$

y su dinámica resulta

$$\dot{e} = -Ke, \quad (19)$$

con $e = [e_1, \dots, e_n, \dot{e}_1, \dots, \dot{e}_n]^T$ y

$$K = \begin{bmatrix} 0_{2n} & I_{2n} \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix}_{4n \times 4n}, \quad (20)$$

ya que $k_{pi}, k_{di}, k_{pn}, k_{dn} > 0$, $i = 1, \dots, n-1$, entonces K es Hurwitz, por lo tanto, los errores convergen asintóticamente a cero. \square

5. CONTROL-OBSERVADOR

El control auxiliar (11) y (12) considerando los estados estimados \hat{p}_3 y \hat{p}_4 por el observador (8) resulta

$$r_i = \begin{bmatrix} -k_{pi}(p_{1i} - \zeta_{xi}^d) - k_{di}(\hat{p}_{3i} - \zeta_{xi}^d) + \ddot{\zeta}_{xi}^d \\ -k_{pi}(p_{2i} - \zeta_{yi}^d) - k_{di}(\hat{p}_{4i} - \zeta_{yi}^d) + \ddot{\zeta}_{yi}^d \end{bmatrix}, \quad (21)$$

con $i = 1, \dots, n-1$ y

$$r_n = \begin{bmatrix} -k_{pn}(p_{1n} - \xi_x^d) - k_{dn}(\hat{p}_{3n} - \xi_x^d) + \ddot{\xi}_x^d \\ -k_{pn}(p_{2n} - \xi_y^d) - k_{dn}(\hat{p}_{4n} - \xi_y^d) + \ddot{\xi}_y^d \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Proposición 3. Considere el sistema (7) la estrategia de control (21)-(22) con los estados observados \hat{p}_{3i} y \hat{p}_{4i} con $i = 1, \dots, n$, a partir del observador (8), con K y $A - LC$ Hurwitz. Entonces los errores de seguimiento, tanto para el líder como para los seguidores, así como los errores de observación, decaen asintóticamente a cero.

Demostración. La dinámica del error de seguimiento (19) considerando el control auxiliar (21) - (22) resulta

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0_{2n} & I_{2n} \\ -K_p & 0_{2n} \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0_{2n} & 0_{2n} \\ 0_{2n} & -K_d \end{bmatrix} \bar{e} = H_1 e + H_2 \bar{e}. \quad (23)$$

Definiendo el error entre el estado observado y las posiciones deseadas como $\bar{e} = [\hat{e}_1, \dots, \hat{e}_n, \dot{\hat{e}}_1, \dots, \dot{\hat{e}}_n]$, se obtiene

$$\dot{\bar{e}} = G_1 e + G_2 \bar{e} + LC(e - \bar{e}), \quad (24)$$

con $C = [I_{2n}, 0_{2n}]$,

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0_{2n} & 0_{2n} \\ -K_p & 0_{2n} \end{bmatrix} \text{ y } G_2 = \begin{bmatrix} 0_{2n} & I_{2n} \\ 0_{2n} & -K_d \end{bmatrix}.$$

Organizando los errores (23) y (24) para analizar el sistema completo se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\bar{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ G_1 + LC & G_2 - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \bar{e} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Se considera el siguiente cambio de variable

$$\begin{bmatrix} e \\ \bar{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{2n} & 0_{2n} \\ I_{2n} & -I_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \bar{e} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

donde es posible ver que $\bar{e} = e - \bar{e}$. Derivando el sistema anterior resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\bar{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -H_2 \\ 0_{2n} & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \bar{e} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Los valores propios de la matriz triangular por bloques (27) quedan determinados por los valores propios de la matriz K y de la matriz $A - LC$ (elementos de la diagonal a bloques). Las matrices K y $A - LC$ por hipótesis son Hurwitz por lo que en (27) los errores tanto el de seguimiento como de observación convergen asintóticamente a cero. \square

6. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

El sistema multi-agente con la estrategia de control (21)-(22), utilizando los estados observados \hat{p}_{3i} y \hat{p}_{4i} , se validó experimentalmente por medio de la plataforma mostrada en la Fig. 3

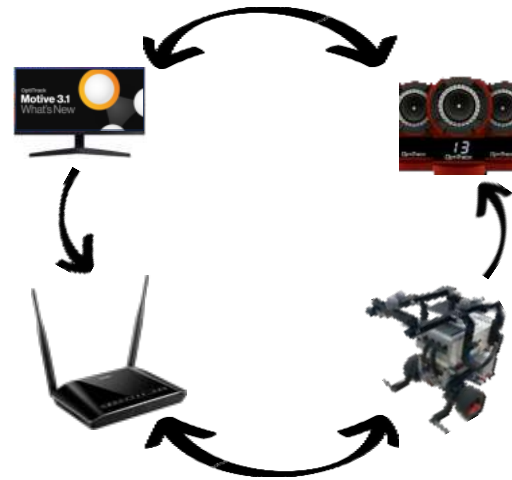


Fig. 3. Plataforma experimental

Las posiciones de los robots en el plano se capturan por medio de un sistema LPS, constituido por 7 cámaras infrarrojas, el software Motive y marcadores reflectantes sobre los robots. Las señales de control, así como las velocidades estimadas, se calculan en una computadora dedicada utilizando las posiciones recibidas del software Motive. Las señales de control se envían vía wifi a los robots móviles. Para el experimento se utilizan robots Lego Mindstorms EV3, construidos con configuración diferencial y programados en Python.

En el experimento se considera un sistema multi-agente compuesto por un robot líder y tres robots seguidores, cuyo grafo de interacciones se presenta en la Fig. 4. Aquí, las posiciones relativas entre el líder y los seguidores son las siguientes: $c_{41} = [-0.5, 0]^T$, $c_{42} = [0, 0.5]^T$, $c_{43} = [0.5, 0]^T$.

Un círculo de diámetro $1m$ es utilizado como la trayectoria deseada para el líder, cuyas ecuaciones paramétricas son

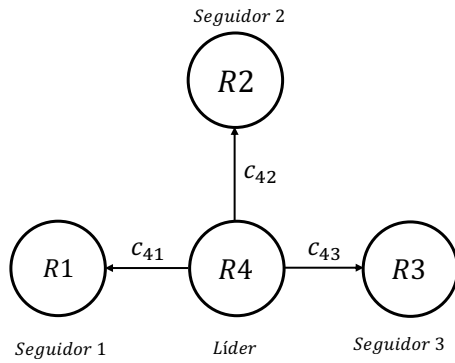


Fig. 4. Grafo utilizado para la experimentación

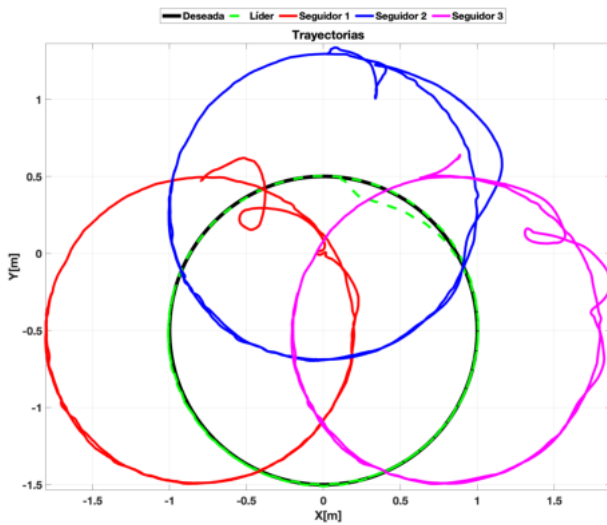


Fig. 5. Trayectorias de los robots

$$\xi^d(t) = \left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), -0.5 + \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]^T,$$

con un periodo $T = 90s$. Las ganancias de control son $k_{p1}, k_{p2}, k_{p3} = 0.2$, $k_{p4} = 1$, $k_{d1}, k_{d2}, k_{d3} = 0.5$ y $k_{d4} = 5$, la matriz de ganancias del observador,

$$L_i = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 20 \\ 30 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (28)$$

El líder inicia con una condición inicial $(0, 0.5)$, y los seguidores en su posición relativa a este, dada por c_{ji} . En la Fig. (5) es posible apreciar cómo el líder alcanza la trayectoria deseada, debido a los valores seleccionados de k_{p4} y k_{d4} , mientras que los seguidores logran la formación con respecto al líder.

En la Fig. 6 se muestran los errores de observación de las velocidades en (x, y) , tanto del líder como de los seguidores. Debido a que la condición inicial del observador no puede garantizarse idéntica a la de los robots, los errores de observación son relativamente grandes. Sin embargo, de acuerdo con la selección de las ganancias para el observador, estos errores convergen a cero rápidamente, esto se observa en la Fig. 6. Debido a que después de los 2s, el error de observación es significativamente menor que en el momento que iniciar la trayectoria

solo se muestran en las gráficas estos primeros segundos.

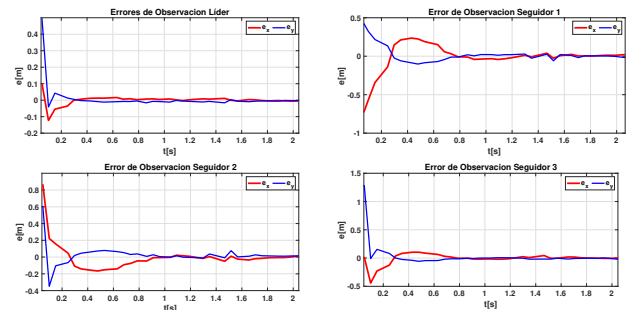


Fig. 6. Errores de observación

Los errores de posición, del líder y de los seguidores, presentan evidentes diferencias, como se puede observar en la Fig. 7. El líder, después de alcanzar la trayectoria (en aproximadamente 1s), permanece en una vecindad de esta durante todo el recorrido. Sin embargo, los seguidores presentan notablemente más oscilaciones, manteniéndose cerca del cero. En las Figs. 8 y 9 se

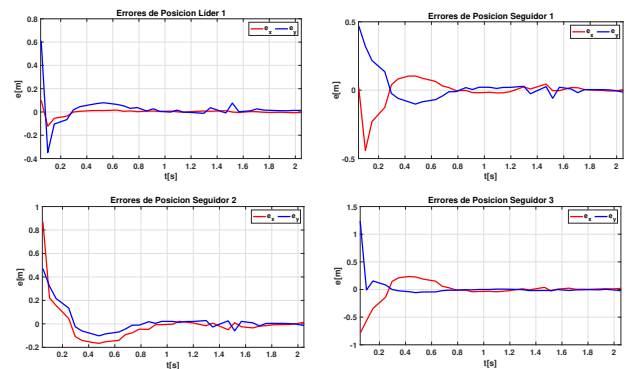


Fig. 7. Errores de Posición

muestran las entradas de control u_i y w_i con $i = 1, \dots, 4$. Como se puede ver los esfuerzos mas grandes del control suceden antes de los primeros 20s, reduciendose a un esta estacionario a partir del 40s, las entradas de control están acotadas.

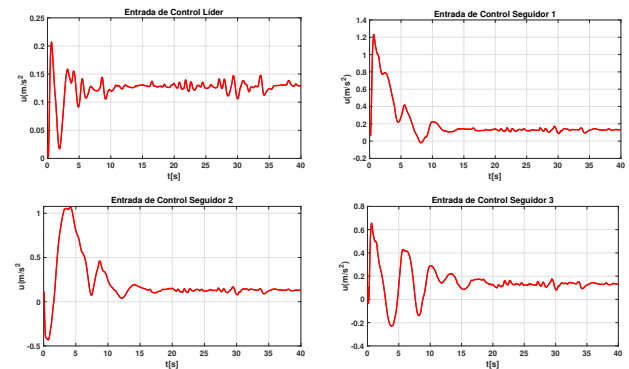


Fig. 8. Entradas de control u

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el diseño e implementación de una estrategia de control basada en observadores

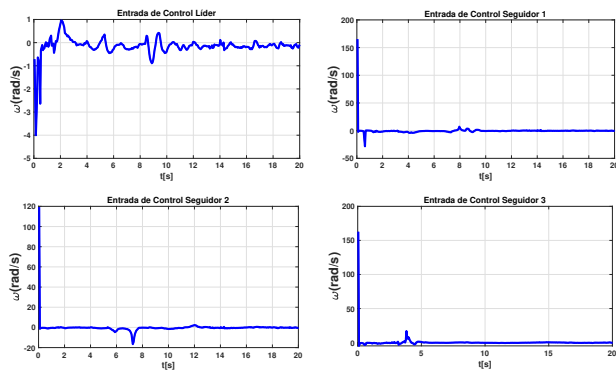


Fig. 9. Entradas de control w

tipo Luenberger para el seguimiento en formación de un sistema multi-agente conformado por robots móviles diferenciales. Los robots son modelados a partir de la extensión del modelo cinemático, obteniendo un modelo de segundo orden. Las interacciones entre los robots del sistema multi-agente se modelan mediante teoría de grafos. La estrategia de control logra que el robot líder siga asintóticamente la trayectoria deseada, utilizando las velocidades longitudinales estimadas por el observador, mientras los robots seguidores mantienen la formación seleccionada respecto al líder. Adicionalmente, se demuestra que los errores del sistema controlador-observador decaen asintóticamente a cero. Es importante resaltar que, al utilizar una linealización al rededor del punto de equilibrio $e = 0$, los resultados de este trabajo son locales, es decir, solo se garantiza la convergencia del error a cero, cuando las condiciones iniciales son cercanas a la trayectoria.

Como trabajo futuro, se propone aumentar la complejidad mediante un sistema multi-agente heterogéneo, con formaciones variantes en el tiempo y utilizando estrategias con evasión de colisiones.

REFERENCES

- Aldás López, E.J. (2022). *Estudio, control e implementación de sistemas robóticos avanzados: Control cooperativo de un sistema multi-agente para la resolución de tareas complementarias*. B.S. thesis, Quito: EPN, 2022.
- Cárdenas, A.M. (2012). Navegación y control autónomo de robots móviles usando observadores no lineales. *15th Latinamerican Control Conference*.
- González, E.C.V., Rivera, D.M., and Gómez, E.J. (2012). Diseño de modelo y controlador basado en observadores para un helicóptero quanser con dos grados de libertad. In *Novena Conferencia IEEE sobre Electrónica, Robótica y Mecánica Automotriz de 2012*, 267–271. doi:10.1109/CERMA.2012.50.
- Hernández-Gallardo, J. and Moreno-Negrete, E. (2022). Control de formación de robots móviles diferenciales. *Avances en Circuitos y Sistemas. 3ra Edición. 2022*.
- Hernandez-Martínez, E. and Aranda-Bricaire, E. (2009). Marching control of unicycles based on the leader-followers scheme. In *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 2265–2270. IEEE. doi:10.1109/IECON.2009.5414782.

- Jiménez Álvarez, A. (2018). *Modelo descentralizado de navegación para sistemas robóticos multi-agente cooperativos*. Tesis doctoral.
- Jiménez Builes, J.A., Ovalle Carranza, D.A., and Ochoa Gómez, J.F. (2008). Smart: sistemas multi-agente robótico. *Dyna*, 75(154), 179–186.
- Lima-Pérez, A., Díaz-Téllez, J., Gutiérrez-Vicente, V., Estévez-Carreón, J., Pérez-Pérez, J., García-Ramírez, R.S., and Chávez-Galán, J. (2021). Robust control of a two-wheeled self-balancing mobile robot. In *2021 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE)*, 196–201. doi:10.1109/ICMEAE55138.2021.00038.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.
- Rodríguez-Angeles, A. and Juárez-Lora, J.A. (2023). Control para navegación autónoma y formación de robots móviles diferenciales. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 11(Especial2), 78–85. doi:10.29057/icbi.v11iEspecial2.10844.
- Rosaldo-Serrano, M.A., Santiaguillo-Salinas, J., and Aranda-Bricaire, E. (2019). Observer-based time-varying backstepping control for a quadrotor multi-agent system. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 93, 135–150. doi:10.1007/s10846-018-0867-8.
- Siciliano, B., Lorenzo, S., Luigi, V., and Giuseppe, O. (1994). Robotics: modelling, planning and control. *Springer Londres*. doi:10.1007/978-1-84628-642-1.
- Vallejo, M., Ochoa, J.F., and Jiménez, J.A. (2009). Sistemas multi-agente robóticos: Revisión de metodologías. *Revista Avances en Sistemas e Informática*, 6(3), 189–196.