

# Implementation of the digital twin of an interconnected atmospheric tank process

Miguel García-Santamaría\* Hoover Mujica-Ortega\*\*  
Jesús David Avilés\*\*\*

\* *Facultad de Ingeniería - UNAM, División de Ingeniería Mecánica e Industrial, C.U., 04510, México CDMX e-mail: miguelgarciasantamaria0@gmail.com*

\*\* *Facultad de Ingeniería - UNAM, Departamento de Control y Robótica, Lab. Automatización, C.U., 04510, México CDMX e-mail: hmujica@unam.mx*

\*\*\* *Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Administrativas y Sociales, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Universidad No. 1, San Fernando, C.P. 21460, Tecate B.C., México e-mail: david.aviles@uabc.edu.mx*

**Resumen:** This article presents the implementation of the digital twin of a process of interconnected atmospheric tanks, the parametric design was implemented with the help of software intended for computer-aided design based on the information provided by the manufacturer's sheets and performing reverse engineering. A mathematical model is proposed using non-linear differential equations implemented in *Matlab simulink*, which reflects the fluid dynamics within the hydraulic plant reacting to disturbances generated by the control elements in real time. The digital twin was evaluated by executing different tank filling and emptying scenarios whose results were compared with tests in the physical plant, obtaining a good approximation of the results and ensuring that the mathematical model reacts to disturbances generated by the control elements in real time. By integrating the information obtained from the mathematical model with the 3D parametric model we obtain a software tool that is centralized, efficient and reproducible in which operators can experiment and accelerate the acquisition of knowledge as well as identify and classify control optimization opportunities of the studied process, emphasizing the fact of supporting decision-making without wasting valuable resources.

*Palabras clave:* Gemelo digital, Industria 4.0, Control continuo, Mecánica de fluidos, Sistema no lineal.

## 1. INTRODUCCIÓN

El concepto gemelo digital o *DT*, *Digital Twin* es ampliamente reconocido como un revolucionario proceso de incorporación de tecnologías en todo tipo de industria, actualmente existe gran cantidad de elementos primordiales que se requieren para el desarrollo e implementación de un gemelo digital, un ejemplo es la conexión del gemelo virtual con el gemelo físico, que involucra tecnologías de adquisición de datos, transmisión de datos, control continuo, entre otras. Por lo que el uso de gran variedad de sensores y tecnologías de transmisión de datos son muy utilizados para recolectar información de las diferentes etapas del ciclo de vida de un producto como el diseño del producto, la manufactura, distribución y mantenimiento. Gracias al modelado matemático para describir la dinámica de cualquier sistema es posible generar predicciones más precisas del comportamiento relacionado con el proceso, enriquecer el respaldo de la toma de decisiones, generar futuros planes mejor informados y de esta manera desarrollar nuevas vías a través de una simulación digital que no desperdicia recursos valiosos.

Los años 60 fue la década en que la Administración Nacional de Aeronáutica y el Espacio (*NASA*, por sus siglas en inglés) desarrolló una tecnología de la emulación para simular sistemas utilizados en el espacio mediante complejas reproducciones físicas en tierra dando pauta a

los primeros inicios del gemelo digital. Posteriormente en 2006 el modelo conceptual del Dr. Grieves fue denominado en un artículo de revista como Modelo de reflejo de información, mientras el concepto se ampliaba en gran medida. Sin embargo, fue hasta 2011 donde el término *Digital Twin* fue agregado a este concepto por referencia a la forma en que el co-autor describe este modelo. Para el año 2012, la *NASA* formalizó la definición de *Digital Twin* y vislumbró sus perspectivas en la industria aeroespacial.

En el laboratorio de automatización del departamento de control y robótica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM existe una planta hidráulica con dos tanques atmosféricos interconectados, que integra componentes industriales de control de flujo de líquidos, los cuales son accionados mediante un controlador de automatización programable (PAC, por sus siglas en inglés) *ControlLogix*. Dicha planta es estudiada en la materia Control distribuido e integración SCADA para desarrollar rutinas de control continuo y capacitar en el diseño de interfaces humano-máquina (*HMI*) por lo que es indispensable el estudio y comprensión del funcionamiento exacto de cada componente que conforma la planta hidráulica como válvulas de corte, válvulas de control, sensores de presión diferencial, medidores de nivel, placas de orificio, entre otros componentes para generar un buen control basado en el comportamiento y efectos o perturbaciones de cada elemento

acoplado a la planta hidráulica y así poder supervisar y controlar de manera remota dicho proceso industrial. En este trabajo se desarrolló y evaluó el gemelo digital de la planta hidráulica que representa el ente virtual del proceso real. En Macías Bejarano et al. (2018) se desarrolló un emulador de procesos (EmulPro), el cual es una herramienta capaz de resolver la dinámica de sistemas físicos en tiempo real, que tiene la capacidad de conectarse mediante el protocolo de Comunicaciones de Plataforma Abierta (OPC, por sus siglas en inglés) a un controlador industrial para interactuar de manera bidireccional con el proceso físico. Es un entorno que permite la implementación de gemelos digitales, en el cual se realizará a futuro la integración del modelo matemático propuesto y el modelo paramétrico 3D de la planta hidráulica desarrollados en este artículo.

## 2. GEMELO DIGITAL (DIGITAL TWIN)

El gemelo digital hace referencia a la reconstrucción de elementos completos y mapeo digital del estado de trabajo y el progreso del trabajo de la entidad física del producto en el espacio de información. Es una integración multifísica, multi escalable, superrealista, un modelo dinámico de simulación de probabilidades que puede ser utilizado para simular, diagnosticar, predecir y controlar el desarrollo de procesos de entidades físicas, de productos en entornos reales (Zhuang Cunbo, 2017).

El gemelo digital es una representación digital de un objeto o sistema físico conectado con el sistema real que representa. Busca tener una copia virtual de dicho elemento físico, a fin de monitorizar y analizar su reacción ante determinados estímulos o circunstancias, requiere de al menos cuatro elementos: modelo digital, datos vinculados e identificación y capacidades de monitoreo en tiempo real mediante hardware in the loop o software in the loop (Lee and Park (2014)), ver Figura 1.



Figura 1. Concepto del gemelo digital.

## 3. PROCESO HIDRÁULICO

En la Figura 2 se observa a la planta hidráulica del Lab. de Automatización, compuesta por dos tanques atmosféricos, uno de techo abierto y otro de techo cerrado, cada uno con su respectivo vidrio de nivel así como tomas de presión inferiores donde se obtiene la lectura a través de sensores de presión diferencial. Los tanques se encuentran interconectados mediante una serie de ductos hidráulicos en los que se integran diferentes dispositivos de control y medición de flujo de fluidos comenzando por dos válvulas de bola en cada tanque, posicionadas a la salida tanto de drenaje

como de transferencia seguidas de dos bombas centrífugas encargadas de bombear el líquido entre tanques.

La lectura del flujo de líquido después de las bombas se monitorea mediante dos placas de orificio posicionadas en cada dirección del líquido (tanque abierto - tanque cerrado y viceversa) que mediante sensores de presión diferencial registran la presión aguas arriba y aguas abajo de la placa de orificio de modo que el controlador procesa dichas lecturas y obtiene la medición de caudal que fluye en la tubería. En total existen cuatro sensores de presión diferencial, dos destinados a medir la presión de líquido dentro de cada tanque y los otros dos a medir la diferencia de presiones en cada placa de orificio. Enseguida se encuentran los elementos de control de flujo como lo son válvulas de control y válvulas de corte.

Existen dos válvulas de control que se componen de una válvula de globo accionada mediante un actuador neumático de diafragma, el cual es regulado mediante un convertidor neumático que recibe una señal eléctrica del controlador para proporcionar la presión neumática requerida para accionar el actuador y así abrir o cerrar la válvula de globo. Existen también dos válvulas de corte las cuales se componen de una válvula de bola accionada mediante un actuador neumático o pistón de simple efecto controlado mediante una válvula neumática de dos posiciones con actuador de solenoide para recibir la señal del controlador y permitir el paso de aire hacia el actuador de simple efecto o desviarlo a la atmósfera.

En la tubería de transferencia de líquido de cada tanque se encuentran acoplados dos rotámetros que miden el caudal que fluye a través de la tubería de manera que se pueda visualizar a simple vista el flujo dentro de la tubería. Así mismo existen dos manómetros acoplados a la salida de cada bomba centrífuga con el mismo propósito de visualizar a simple vista la lectura de presión en dichos puntos como medio de prevención en caso de alguna obstrucción no esperada y evitar la descompostura de las bombas.

Por último existe un sensor conductivo de nivel de líquido, empotrado en la tapa del tanque de techo cerrado el cual cuenta con tres varillas o probetas de nivel para proporcionar una señal eléctrica al controlador para monitorear un nivel alto y bajo de líquido dentro del tanque de techo cerrado. Para comprender más acerca del flujo del proceso en las tuberías, así como los equipos instalados y los instrumentos, se presenta en la Figura 3 la representación gráfica de la secuencia de equipos, tuberías y accesorios que conforman la planta hidráulica mejor conocida como *DTI, Diagrama de Tuberías e Instrumentación*.

## 4. MODELO TRIDIMENSIONAL

Se realizó un levantamiento de campo, en donde se obtuvieron medidas generales de los componentes de la planta hidráulica, utilizando herramientas como el pie de rey, para obtener dimensiones de elementos pequeños, así como el flexómetro para obtener diámetros, longitudes, profundidades, etc. Posteriormente se consultaron las hojas de especificaciones del fabricante y con base en los parámetros obtenidos se construyeron los modelos tridimensionales utilizando software tridimensional de ingeniería de acuerdo con Zhong (2010) para cada uno de los ensambles de los elementos de la planta hidráulica. Adicionalmente, se agre-

## 5. MODELO MATEMÁTICO

Para proponer el modelo matemático se consultaron diferentes fuentes donde se modelan tanques atmosféricos interconectados similarmente a los presentes en la planta hidráulica; sin embargo, se tomó el modelo de tanque-bomba de Janevska (2013) y se adaptó a las características de distribución de nuestros tanques atmosféricos.

### 5.1 Bomba centrífuga

La siguiente implementación describe el comportamiento del fluido al ser impulsado por la bomba de agua de manera que brinde un caudal acorde a lo que una bomba real impulsa. Dentro de este modelo se consideran factores como el voltaje de suministro, frecuencia de suministro de energía, inercia del motor, así como diferentes pares de torsión derivados del efecto de fenómenos como la viscosidad del fluido, inercia, resistencia al movimiento, entre otros. En la Figura 5 se muestra una tabla de las diferentes constantes de caracterización de la bomba de 1 hp que son consideradas dentro del modelo para lograr pares de torsión y caudales más próximos a los valores reales. Dichas constantes de ponderación fueron adaptadas



Figura 2. Planta hidráulica.

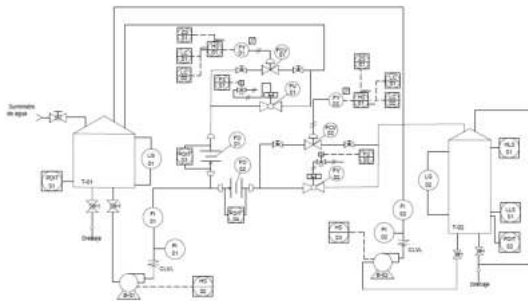


Figura 3. DTI de planta hidráulica.

garon materiales y texturas con las herramientas de diseño de apariencias y posteriormente se obtuvieron las imágenes renderizadas. En seguida se construyeron los subsistemas para finalmente obtener un ensamble completo de la planta hidráulica que cumple con la primer manifestación de un gemelo digital, Digital Twin Prototype (DTP, por sus siglas en inglés) de acuerdo con Grieves M (2017), ver Figura 4.



Figura 4. Ensamble de la planta hidráulica.

Constante	Descripción
$K_z = 0.00023$	Constante de ponderación de par viscoso (Nm s/rad)
$K_p = 3.2$	Constante de ponderación de par resistivo
$K_v = 0.00001$	Ponderación de apertura de la válvula
$K_c = 190$	Constante del cambio de apertura en la válvula ( $m^6/s^2$ )
$K_w = 0.1856$	Constante de ponderación de velocidad angular ( $Ns^2/m^2rad^2$ )
$\rho = 997.1$	Densidad del líquido ( $Kg/m^3$ )
$g = 9.8$	Aceleración de gravedad ( $m/s^2$ )
$hgv = 0.10$	Altura de la salida de la bomba a la base del tanque (m)
$pb = 101325$	Presión atmosférica en pascales ( $Kg/m * s^2$ ) = ( $N/m^2$ )
$p2 = 108302$	Presión a la salida de la bomba en pascales
$f = 60$	Frecuencia de suministro de energía al motor (Hz)
$U = 110$	Voltaje de suministro al motor (V)
$K_{mt} = 0.00000362$	Constante del torque activo que proporciona el motor
$J = 0.03546$	Inercia del motor ( $kgm^2$ )
$K_u = 40 * K_z$	Constante de ponderación de par viscoso

Figura 5. Parámetros de bomba centrífuga de 1hp

de manera que los distintos tipos de pares resistivos así como la velocidad angular fueran acordes a los valores mínimos y máximos que una bomba real experimenta al bloquear y liberar su conducto de salida y con esto lograr un mejor cálculo del caudal que proporciona la bomba en las diferentes circunstancias.

Cálculo del caudal proporcionado por la bomba, desarrollado en Janevska (2013)

$$Q_{bom} = \frac{kv * Y}{\sqrt{1 + kc * (kv^2) * Y^2}} \sqrt{sign(AA) * AA} \quad (1)$$

A continuación, se muestra la condición que evalúa la presión a través de la bomba, considera la presión de la columna de agua, la presión a la salida de la bomba y la presión que genera la velocidad angular de la propela de la bomba centrífuga ( $W1$ ), la cual se obtiene mediante la integración de la ecuación de movimiento del conjunto motor-bomba ( $\dot{W}1$ ):

$$AA = (kw * W1^2 + \rho * g * hgv + pb - p2) \quad (2)$$

Ecuación de movimiento del conjunto motor-bomba, considera los distintos pares de torsion que experimenta el eje de la bomba centrífuga:

$$\dot{W}1 = \frac{1}{J} * (Mmt - (Mp + Mz)) \quad (3)$$

Par activo proporcionado por el motor:

$$Mmt = Kmot1 * Kmt * U^2 * (2 * pi * f - W1) \quad (4)$$

Par resistivo que depende de la velocidad y caudal de la bomba:

$$Mp = kp * Qbom * W1 + MpY \quad (5)$$

Cálculo del par resistivo de válvulas a la salida de la bomba:

$$MpY = \left(\frac{2}{1+Y} - 1\right) * Kn * W1 \quad (6)$$

Par viscoso o par debido a la fricción:

$$Mz = Kz * W1 \quad (7)$$

### 5.2 Dinámica del nivel de fluido en un tanque

Mediante balance de masas para el tanque de techo abierto se sabe que la diferencia de caudal será el caudal de entrada(Qe) menos el caudal de salida(Qs), por lo que para obtener el diferencial de la altura respecto al tiempo( $\dot{H}$ ), se despeja la altura de la ecuación de volumen (Cengel et al., 2003):

$$\Delta Q = Qe - Qs \quad (8)$$

$$\dot{V} = A\dot{H} \quad (9)$$

$$A\dot{H} = Qe - k\sqrt{h(t)} \quad (10)$$

$$\dot{H} = \frac{1}{A}(Qe - k\sqrt{h(t)}) \quad (11)$$

Donde  $k\sqrt{h(t)}$  es el caudal de salida a través de un orificio con cierta apertura restringida(k). Al reescribir la ecuación en términos de la presión manométrica ejercida por la columna de líquido debido al efecto de gravedad, se obtiene la siguiente ecuación que considera el área del orificio de salida(a1):

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (12)$$

Al despejar la velocidad:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (13)$$

Al sustituir la ecuación (13) en (11):

$$\dot{H} = \frac{1}{A}(Qe - ka1\sqrt{2gh}) \quad (14)$$

### 5.3 Modelo completo

A continuación se reúnen las dos ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de la aceleración angular de cada una de las bombas centrífugas, estas se utilizan para el cálculo del caudal proporcionado por cada bomba centrífuga dentro de la ecuación 1 y 2. El cálculo de la aceleración angular depende de los pares de torsión generados por el motor eléctrico(par activo), los distintos pares resistivos debido a la fricción e inercia en los componentes del conjunto motor-bomba así como el par resistivo provocado por la estrangulación del paso del líquido en las válvulas de control de flujo.

$$\dot{W}1 = \frac{1}{J1} * (Mmt1 - (Mp1 + Mz1)) \quad (15)$$

$$\dot{W}2 = \frac{1}{J2} * (Mmt2 - (Mp2 + Mz2)) \quad (16)$$

Enseguida se muestran las dos ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de la altura del líquido en cada

tanque y que dependen de su área, caudales de entrada y caudales de salida:

$$\dot{H}1 = \frac{1}{At1}(Qe1 - \underbrace{Qs1}_{ka1\sqrt{2gh1}}) \quad (17)$$

$$\dot{H}2 = \frac{1}{At2}(Qe2 - Qs2) \quad (18)$$

## 6. IMPLEMENTACIÓN DEL GEMELO DIGITAL

### 6.1 Continuidad de flujo aplicada a la bifurcación de la tubería

Debido a que el sistema presenta una bifurcación a diferente almacén, se debe analizar el sistema de fin a inicio ya que cada elemento que perturba la salida de cualquier extremidad de la bifurcación, afectará directamente a la otra rama de la bifurcación, debido a dicho comportamiento, se recurrió al análisis de continuidad de flujo en las bifurcaciones. Con este análisis es posible representar la apertura de las cuatro válvulas y representar la resistencia al flujo en la línea común del sistema(a la salida de la bomba centrífuga).

El análisis de continuidad de flujo se aplicó en los siguientes tres casos:

1. Bifurcación secundaria conectada a las válvulas de control y de corte acopladas en paralelo, dicha bifurcación concluye después de las válvulas en la misma rama o línea del sistema(fab, fcd en la Figura 6).

2. Bifurcación principal a la salida de la bomba de transferencia para representar y expresar una apertura de válvula imaginaria que engloba a las cuatro válvulas de nuestro sistema, esto es requerido para restringir y calcular el caudal que impulsa la bomba centrífuga en la ecuación 1, de este modo al tener toda válvula cerrada, se eleva el par resistivo, lo que indica que la bomba se encuentra restringida(Y, en la Figura 6).

3. Cálculo del factor que indica si el caudal de la bomba de transferencia se divide o se dirige completamente hacia una sola línea del sistema(transferencia o recirculación). Este factor es necesario ya que el caudal en cada línea del sistema(transferencia o recirculación) depende directamente del estado de apertura de la línea contraria(FQtrans, FQres en la Figura 6). Para lograr dicho análisis de continui-

```

1 a = ApValCldoFic; % de 0 a 1
2 b = ApValCortefic; % 0 a 1
3
4 c = ApValCldoTrans; % de 0 a 1
5 d = ApValCortetrans; % 0 a 1
6
7 fab = a + b - a * b; %Apertura total del sistema de válvulas en paralelo de recirculacion
8 fcd = c + d - c * d; %Apertura total del sistema de válvulas en paralelo de transferencia
9
10 Y = fix(fab + fcd) + ((fab + fcd) * sign(1 - fcd)) * (1 - fix(fab + fcd)) - fix(fab) * fix(fcd); %
11 %Condensacion de la apertura total del sistema de las 4 valvulas en paralelo(0 -> 1)
12 FQres = sign(fcd) * (fab * (1 - fcd/2) + sign(fab) - sign(fab * fcd) * (sign(fcd) * (fab * (1 -
13 fcd/2) + 1/2)); %Factor(0,1,1/2) que determina el caudal al inicio del sistema de
14 %recirculacion por continuidad de flujo
15 FQtrans = sign(fab) * (fcd * (1 - fab/2) + sign(fcd) - sign(fcd * fab) * (sign(fab) * (fcd * (1 -
16 fab/2) + 1/2)); %Factor(0,1,1/2) que determina el caudal al inicio del sistema de transferencia
17 %por continuidad de flujo

```

Figura 6. Ecuaciones algebraicas del análisis de continuidad de flujo

dad de flujo se recurrió a dos funciones de Matlab que se

describen a continuación: La Función “Fix” de Matlab nos permitió obtener la regla de correspondencia de manera simplificada ya que dicha función redondea el parámetro en cuestión al entero más próximo a cero. Dicho de otra forma nos ayuda a truncar el parámetro en cuestión a números enteros y así eliminar la parte decimal. Esto quiere decir que si el parámetro en cuestión tiene un valor de 0.9, el valor que regresa la función es 0.

La Función “Sign” de Matlab únicamente regresa tres valores (1, 0, -1) en caso de que el parámetro leído sea mayor a cero, la función retorna el valor de uno, en el caso de que el parámetro leído sea cero, la función retorna cero y en caso de que el parámetro leído sea menor a cero, la función retorna el valor de menos uno. Dichas funciones presentan una lógica detrás que puede ser analizada y expresada en nuestro modelo, sin embargo, por cuestiones de simplicidad de las ecuaciones se recurrió a su uso.

## 7. EVALUACIÓN DEL GEMELO DIGITAL

Para realizar la evaluación del gemelo digital se realizaron pruebas hipotéticas del llenado y vaciado de los tanques con diferentes combinaciones de aperturas de las cuatro válvulas. A continuación se describen los tres escenarios más significativos de un total de ocho escenarios de prueba para evaluación.

### 7.1 Caudal máximo de transferencia de líquido del tanque abierto al tanque cerrado con apertura de válvulas de transferencia al 100 % y válvulas de recirculación cerradas

El tiempo de transferencia del líquido nos ayudará a comprender y calcular el caudal total que fluye a través de la tubería con todas las válvulas abiertas y así conocer el caudal máximo de transferencia del tanque 1 de techo abierto al tanque 2 de techo cerrado con el propósito de controlar el llenado y vaciado de tanques simultáneamente. Dicho caudal dependerá tanto de la apertura de las válvulas como de la potencia de la bomba centrífuga instalada para transferir fluido. Para realizar dicho cálculo es necesario contar con el volumen del tanque de techo abierto, el cual presenta un diámetro interno de 50.512 cm y una altura máxima de nivel de líquido de 0.686 m; Es necesario contar con el tiempo que tarda la bomba en transferir todo el líquido del tanque 1 de techo abierto al tanque 2 de techo cerrado. Al realizar los cálculos necesarios se obtiene el caudal de transferencia de la siguiente forma:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{A * h}{t} = \frac{\pi * ((0.505m/2)^2 * 0.686m)}{t} = \frac{0.1375m^3}{t}$$

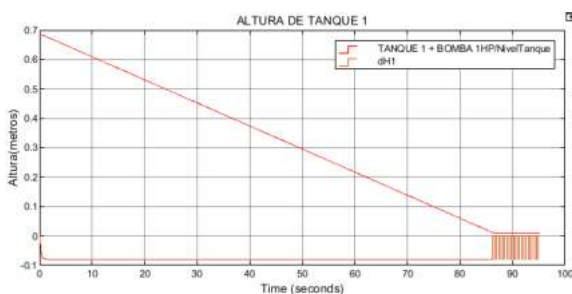


Figura 7. Transferencia del tanque abierto a tanque cerrado mediante bomba de 1 HP y válvulas de transferencia al 100 por ciento  
<https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.018>

El tiempo transcurrido fue de alrededor de 86 segundos para transferir todo el volumen de líquido al tanque 2 de techo cerrado, dicho tiempo fue gracias al impulso de la bomba de 1 HP de potencia con las restricciones impuestas por la construcción del sistema de tubería y elementos de medición acoplados a ella. Al considerar la altura del líquido contra el tiempo de llenado, la velocidad de llenado fue de 0.686 m en 86 segundos lo que equivale a 47.86 cm de altura por minuto. El diámetro del tanque es de 50.512 cm, que corresponde a un área de 0.2 metros cuadrados, por lo que el volumen correspondiente a la altura desplazada es igual a 0.096 metros cúbicos por minuto, equivalentes a 96 litros por minuto.

### 7.2 Caudal máximo de transferencia de líquido del tanque de techo cerrado al tanque de techo abierto

Esta transferencia de fluido ocurre solamente a través de una tubería de 1 pulgada de diámetro sin válvulas de ningún tipo acopladas a ella, por lo que el caudal que fluye depende únicamente del diámetro de la tubería y la potencia de la bomba centrífuga instalada. El tiempo transcu-

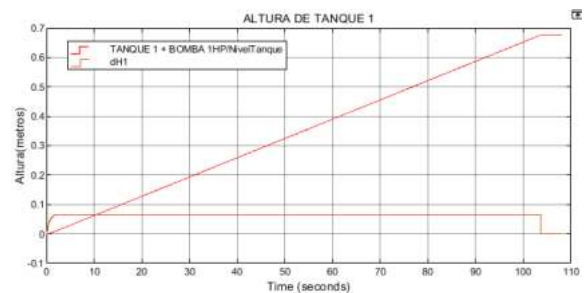


Figura 8. Transferencia del tanque cerrado a tanque abierto mediante bomba de 1/2 HP

ruido fue de alrededor de 90 segundos para transferir todo el volumen de líquido correspondiente al volumen total del tanque 1 de techo abierto, dicho tiempo fue gracias al impulso de la bomba de 1/2 HP de potencia sin ningún tipo de restricción externa al sistema de tubería y elementos de medición acoplados a ella. Al considerar la altura del líquido contra el tiempo de llenado, la velocidad de llenado fue de 0.686 m en 90 segundos lo que equivale a 45.73 cm de altura por minuto. El volumen correspondiente a la altura desplazada es igual a 0.0916 metros cúbicos por minuto, equivalentes a 91.6 litros por minuto.

### 7.3 Nivel de líquido invariable con bombas encendidas, válvulas de transferencia abiertas al 100 por ciento y válvulas de recirculación cerradas

Para esta prueba se requiere de obtener la apertura de la válvula de globo de transferencia para la cual se logre que ninguno de los dos tanques suba o baje de nivel. Esto quiere decir que de la ecuación diferencial de la altura del tanque, el diferencial de altura tiene que llegar al valor de cero en ambos tanques. Siendo así, se comprueba que el modelo matemático cumple con las características necesarias de conservación de la masa. De este modo, el volumen de agua se mantiene durante el cálculo cuando no existe algún tipo de suministro o drenado del líquido. Debido a la facilidad con la que el fluido retorna del tanque 2 de techo cerrado al tanque 1 de techo abierto, la apertura de las válvulas de transferencia, tienen mucha influencia

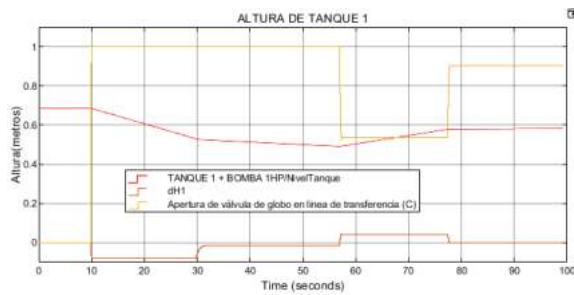


Figura 9. Transferencia entre tanques con válvulas de recirculación cerradas

sobre el punto donde el nivel es invariable ya que una ligera modificación a la apertura de dichas válvulas altera de manera significativa la cantidad de caudal por pérdidas secundarias en la tubería de transferencia.

## 8. RESULTADOS

El análisis de redes de tuberías es muy similar al análisis de circuitos eléctricos (leyes de Kirchhoff), donde el caudal corresponde a la corriente eléctrica y presión hidráulica que corresponde al potencial eléctrico. Sin embargo, la situación aquí es mucho más compleja ya que, a diferencia de la resistencia eléctrica, la resistencia al flujo es una función altamente no lineal. Existe el método de análisis de pérdidas de carga en la red de tubería, abordado en Cengel et al. (2003) y Claudio (1982); este método requiere de la solución simultánea de un sistema de ecuaciones no lineales que consume mucho tiempo de resolución, sin embargo, fue desarrollado y presentado en el trabajo completo de tesis. Con la implementación del modelo de ecuaciones diferenciales y con ayuda del análisis de continuidad de flujo realizado en cada bifurcación, logramos evaluar y obtener resultados muy aproximados a las pruebas realizadas en el gemelo físico. A continuación se detallan algunos puntos de interés sobre las pruebas realizadas.

- Prueba: Caudal máximo de transferencia entre tanque de techo cerrado al tanque de techo abierto:

De la Figura 8, al cotejar dicho caudal con las especificaciones técnicas de una bomba de 1/2 hp, se especifica un caudal máximo de 90 litros por minuto, indicador de que el modelo matemático de la bomba centrífuga de 1/2 hp es el esperado. Al comparar tiempos de vaciado/llenado de los tanques, estos corresponden a los tiempos transcurridos en las pruebas físicas.

- Prueba: Nivel de líquido invariable con ambas bombas encendidas, válvulas de transferencia abiertas al 100 por ciento y válvulas de recirculación cerradas:

De la Figura 9 se observa que el nivel del líquido en ambos tanques es invariable cuando se tiene una apertura de la válvula de transferencia muy cercana al 90 por ciento de su apertura total lo que nos muestra que aunque la bomba de 1 hp es del doble de potencia que la bomba de recirculación, alrededor del 40 por ciento de potencia de la bomba de 1 hp se disipa o se destina a las pérdidas primarias y secundarias del propio sistema. Con base en los resultados obtenidos y la comparación con las pruebas en el modelo físico se puede concluir que los datos calculados por el modelo matemático propuesto son confiables para poder simular pruebas de llenado/vaciado de ambos tanques atmosféricos.

## 9. CONCLUSIONES

Se logró cumplir con una característica primordial de un gemelo digital predictivo que es la capacidad de evaluar el modelo matemático en tiempo real ya que no hay cabida para destinar un mayor tiempo de cálculo que el tiempo de reacción del sistema, por lo que los tiempos de cálculo fueron el pilar y el punto de inflexión para la toma de decisión del método a utilizar para la resolución del sistema. La solución mediante bloques de subsistemas en Simulink permitió contar con la capacidad de cálculo en un tiempo que no supera el tiempo de reacción del sistema físico gracias a que la complejidad del modelo en cada subsistema no exige gran procesamiento por parte del procesador del ordenador. De los resultados de la evaluación del modelo matemático se vislumbra que las variables de comportamiento de cada bomba como los diferentes pares de torsión calculados con base en las condiciones del sistema nos brindan información sobre el estado y exigencia de las bombas centrífugas y nos dan una idea sobre sus límites de operación, lo que nos ayuda a programar alarmas de sobre-exigencia y así advertir al operador sobre las variables de control ingresadas a los elementos de control de flujo. Con la implementación del modelo matemático y el desarrollo del diseño paramétrico 3D se obtuvo una herramienta de software centralizada, eficaz y reproducible en la que cada operador puede experimentar en su propio ordenador y así acelerar la obtención de conocimiento. Así mismo, el operador puede identificar y clasificar oportunidades de optimización del control del proceso estudiado y con ello acentuar el hecho de respaldar la toma de decisiones sin desperdiciar recursos valiosos.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DGAPA-UNAM por el apoyo brindado en el Programa UNAM-PAPIME PE109121. Miguel García-Santamaría agradece la beca de licenciatura recibida.

## REFERENCIAS

- Cengel, Y.A., Boles, M.A., Campos Olguín, V., Colli Serrano, M.T., et al. (2003). *Termodinámica*.
- Claudio, M. (1982). *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. In *1982 Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. Segunda edición*, 203–223.
- Grievens M, V.J. (2017). Digital twin: mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems, kahlen fj, flumerfelt s, alves a. *transdisciplinary perspectives on complex systems: New findings and approaches*. In *2017 Springer International Publishing*, 85–113.
- Janevska, G. (2013). *Mathematical modeling of pump system*.
- Lee, C. and Park, S. (2014). Survey on the virtual commissioning of manufacturing systems. In *Journal of Computational Design and Engineering*, 213–222. 10.7315/JCDE.2014.021.
- Macías Bejarano, C.S., Mujica Ortega, H., Correa Palacios, G., Maya Ortiz, P.R., Rocha Cózatl, E.G., and Castañeda Cedeño, S. (2018). *Diseño y desarrollo de una plataforma experimental para evaluar estrategias de control en procesos térmicos industriales*.
- Zhong, C.K. (2010). The optimal choice of computer-aided design software in modern industrial design. In *2010 IEEE 11th International Conference on Computer-Aided Industrial Design Conceptual Design 1*, volume 1, 153–155. 10.1109/CAIDCD.2010.5681383.
- Zhuang Cunbo, Liu Jianhua, X.H.D.X.L.S.W.G. (2017). The connotation, architecture and development trend of product digital twins. In *2017 Computer Integrated Manufacturing System*, 753–768.