

Fractional Order Transfer Function for Modeling an Electrohydraulic System

Edgar H. Robles* Felipe J. Torres* Antonio J. Balvantín*
Israel Martínez* Adolfo R. López** Oscar J. Ramos***

* *Departamento de Ingeniería Mecánica, División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato, Carretera Federal Salamanca-Valle de Santiago km 3.5+1.8, Salamanca, Guanajuato, 36885, México, (e-mail: {eh.roblessauceda, fdj.torres, antonio.balvantin, israel.martinez}@ugto.mx).*

** *TecNM Instituto Tecnológico Superior de Irapuato, Silao-Irapuato km 12.5 El Copal, 36821 Irapuato, Guanajuato, México, (e-mail: adolfo.ln@irapuato.tecnm.mx)*

*** *TecNM Instituto Tecnológico Superior de Las Choapas, Carretera Las Choapas - Cerro de Nanchital, J. Mario Rosado, 96980 Las Choapas, Veracruz, México (e-mail: ramos-negron.oj@choapas.tecnm.mx)*

Abstract: This paper presents the analysis and synthesis of the fractional-order model of an electrohydraulic system expressed by fractional-order transfer functions of the servo valve and the double-acting cylinder by applying Caputo's definition. From the analysis of the differential equations of the system dynamics, it is possible to obtain the fractional order expression that relates the output signal with respect to the input signal, of each of the analyzed elements. Then, these transfer functions are put in a block diagram to perform numerical simulations that allow comparing the performance of the proposed approach with respect to the modeling given in integer order. The results of the simulations have shown that the variation of the fractional exponent can reduce the settling time and rise time of the system response to a step input, however, it also shows the need to correctly understand the physical operation of the system to avoid a performance that does not correspond to real scenarios.

Keywords: Fractional order, transfer function modeling, Caputo, electrohydraulic system.

1. INTRODUCCIÓN

En el modelado clásico de sistemas dinámicos se hace uso del cálculo de derivadas e integrales ordinarias para representar el comportamiento de las variables del sistema. Estas representaciones son categorizadas por el orden en sus derivadas, es decir, $\frac{d^n}{dx^n} f(x) = D^n f(x)$ se entiende como la n -ésima derivada de la función $f(x)$ con respecto de x , con $n = 1, 2, \dots$; mientras que $I^n f(x) = D^{-n} f(x)$ se considera como la n -ésima integral o también conocida como integral iterada de la función indicada. En este sentido, los operadores de integración o diferenciación son definidos únicamente por números enteros positivos $n = 1, 2, \dots$, lo cual se conoce como cálculo diferencial e integral ordinario o de orden entero.

Por otro lado, el cálculo fraccional o también denominado como cálculo de orden arbitrario considera inicialmente valores numéricos racionales y enteros para los operadores integro-diferenciales, por esta razón, se establece que es una solución general de las ecuaciones diferenciales e integrales en orden no entero, siendo el cálculo tradicional una solución particular Rao and Chakraverty (2024). Así, el cálculo fraccional ha tomado gran relevancia, contando con aplicaciones en áreas como: medicina Valentim Junior

et al. (2020), mecánica de fluidos Ahmad et al. (2021), mecánica de sólidos Meral et al. (2010), procesamiento de señales Dalir and Bashour (2010), procesamiento de imágenes Huang et al. (2024) y sistemas de control Aburakhis and Ordóñez (2024), Awadalla et al. (2024), Saif et al. (2024), Al-Dhaifallah (2023), Prabhakaran et al. (2024) y Aboud et al. (2024), entre otros. En particular, el uso del cálculo fraccionario en áreas ingenieriles fue iniciado por Michele Caputo, ya que anteriormente las formulaciones, como la propuesta por Grünwald-Létnikov (1867-1868) o Riemann-Liouville (1898), requerían que las condiciones iniciales del sistema fuesen también fraccionarias o bien, que la solución propuesta fuera puramente matemática, sin contar con aplicación práctica Aburakhis and Ordóñez (2024).

De esta manera, la aplicación del cálculo fraccional en el campo de la ingeniería y el control permite modelar sistemas dinámicos altamente no lineales con un menor número de ecuaciones constitutivas sin perder exactitud Boulaaras et al. (2023), contando con la propiedad de memoria y herencia Jaradat et al. (2021). Por ejemplo, la ventaja en la aplicación del cálculo fraccionario en el control es su precisión y eficacia, mejorando la respuesta y estabilidad del sistema ante perturbaciones o no lineal-

idades como es el caso de sistemas hidráulicos, debido a que puede incluir en su modelo consideraciones como la baja velocidad de respuesta y la imprecisión en el control de posición Guo et al. (2022). Bajo este contexto, en Maddahi et al. (2019) se presenta el desarrollo de un control de posición Proporcional-Integral-Derivativo en Orden fraccionario (FOPID, por sus siglas en inglés) para un sistema electrohidráulico, considerando únicamente los datos adquiridos experimentalmente para formular el control fraccionario por medio de un algoritmo de aproximación (Oustaloup) y una técnica de optimización basada en un ajuste de retroalimentación iterativa (IFT, por sus siglas en inglés); en donde se demostró que el controlador fraccionario es de respuesta más rápida que el controlador basado en la teoría de retroalimentación cuantitativa (QFT, por sus siglas en inglés), siendo menos sensible ante la fricción, inercia y cargas externas.

Una de las ventajas del cálculo fraccionario ante problemas con grandes no linealidades, es su alto grado de precisión con los datos experimentales en comparación con los modelos desarrollados por diferenciales de orden entero Li et al. (2024). Por lo que el cálculo fraccionario ofrece la posibilidad de modelar y simular sistemas hidráulicos con comportamientos viscoelástico como en el caso de la suspensión hidroneumática desarrollada por Sun et al. (2021), en donde se muestra una mayor aproximación al desempeño experimental respecto al modelo obtenido por medio del cálculo tradicional, especificando un orden fraccionario de 0.9, sin embargo, la consideración de fugas entre el pistón, el vástago y el cilindro hidráulico es omitida del modelo.

Además, en el modelado de actuadores hidráulicos es posible considerar un modelo de séptimo orden para representar de forma más explícita el comportamiento de una servoválvula, logrando mejores resultados que los modelos de bajo orden mencionados por Liu and Jiang (2014). No obstante en la práctica, los parámetros como la razón de amortiguamiento viscoso, coeficientes de flujo de fuga o módulo volumétrico del aceite hidráulico son complejos de obtener Guo and Jiang (2017), dificultando su comparación experimental y abriendo la posibilidad de utilizar modelos simplificados potenciados con el cálculo fraccionario que permitan obtener una mejor aproximación ante problemas no lineales con un menor número de ecuaciones constitutivas.

De este modo, la obtención de un modelo de orden fraccionario para un sistema hidráulico suele partir de los datos experimentales, por ejemplo, en Lu and Liang (2023) se desarrolla el modelado en orden fraccionario de un sistema hidráulico controlado por medio de una electroválvula hidráulica proporcional aplicando el método de colocación con funciones híbridas. Lo cual puede incluir una desventaja al tratar de generalizar el problema, puesto que tal solución únicamente se ajusta a un caso particular bajo condiciones específicas. Debido a ello, es necesario contar con un modelo dinámico fraccionario generalizado que facilite su uso y aplicación en sistemas de control que, al conocer las ecuaciones dinámicas gobernantes generalizadas del comportamiento dinámico de un cilindro hidráulico asimétrico, junto con el modelo de la servoválvula proporcional en su forma fraccionaria,

permita formular la solución a través de una relación de la salida respecto a la entrada y así, evitar los modelos dinámicos obtenidos a partir de los datos experimentales.

El objetivo de este trabajo es obtener las funciones de transferencia en orden fraccionario del modelo dinámico del cilindro hidráulico asimétrico de doble efecto y de la servoválvula, componentes principales del sistema electrohidráulico, aplicando la definición de Caputo. Estas funciones de transferencia en orden fraccionario son conjuntas en un diagrama de bloque para analizar a través de simulaciones numéricas el comportamiento del sistema modelado en orden fraccionario respecto al modelo en orden entero reportado en la literatura.

El resto del documento está dividido como sigue: en la sección II se detallan las ecuaciones dinámicas del cilindro y servoválvula, en la sección III se presenta el modelo en función de transferencia en orden fraccionario, en la sección IV se dan los resultados obtenidos por las simulaciones numéricas y, en la sección V se expresan las conclusiones.

2. SISTEMA ELECTROHIDRÁULICO.

El sistema electrohidráulico, mostrado en la Figura 1, está compuesto por un cilindro hidráulico asimétrico de doble efecto (1A), manipulado por una servoválvula (1V1) de 4 vías y 3 posiciones (4/3), doble solenoide, posición central bloqueada y restituida por resorte. El sistema utiliza potencia hidráulica del equipo (0Z) que incluye en sus componentes a la bomba-motor, válvula de alivio de presión, filtro, manómetro y tanque. Para modelar el comportamiento dinámico del sistema hidráulico, se pueden incluir diversas no linealidades al sistema tales como: fricción estática del fluido, compresibilidad y fuga interna del fluido, así como características complejas de presión de flujo de la válvula de control Li and Li (2023). Resultadond en un modelo matemático altamente no lineal con un gran número de parámetros por calcular o aproximar Guo and Jiang (2017).

2.1 Función de transferencia en orden entero del cilindro.

El modelo dinámico de un sistema electrohidráulico en orden entero ha sido reportado en Guo et al. (2022), donde se modela el comportamiento del cilindro asimétrico con base en una ecuación (1) linealizada para el flujo de aceite hidráulico a la salida de la servoválvula y dos ecuaciones diferenciales ordinarias, una para el modelado del flujo del aceite hidráulico a través de la servoválvula (2) y otra para el balance de fuerzas en el actuador hidráulico (3). El modelo considera parámetros no lineales como el coeficiente de fuga de aceite, problemas en los sellos de retención y la variación de la presión del aceite hidráulico en el sistema.

$$q_L = K_q x_v - K_e p_L \quad (1)$$

$$q_L = A_p \frac{dx_p}{dt} + C_{tp} p_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dp_L}{dt} \quad (2)$$

$$A_p p_L = m_t \frac{d^2 x_p}{dt^2} + B_p \frac{dx_p}{dt} + K x_p + F_L \quad (3)$$

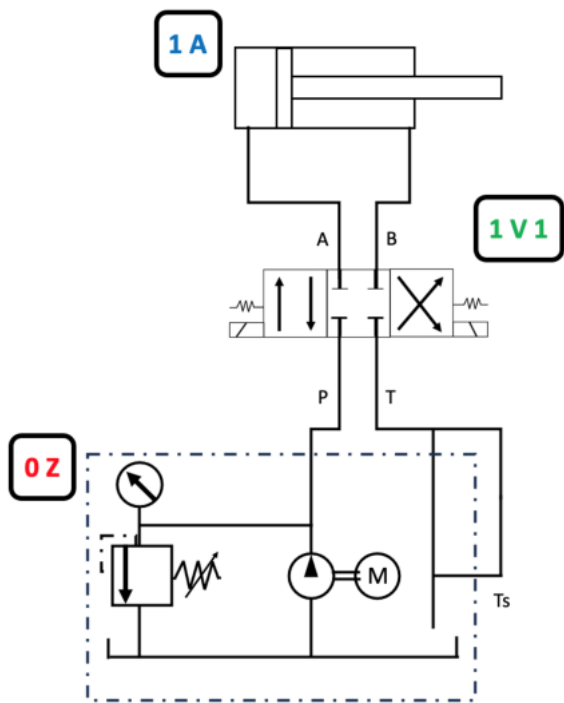


Fig. 1. Sistema electrohidráulico de un cilindro doble efecto.

donde q_L es el caudal, K_q es la ganancia de caudal, x_v es el desplazamiento de la servoválvula, K_e es el flujo de presión del lado de la servoválvula, p_L es la presión diferencial, A_p es el área efectiva del cilindro, x_p es el desplazamiento del vástago del cilindro, C_{tp} es el coeficiente de fuga total del cilindro, V_t es el volumen total de compresión en la cámara del cilindro, β_e es el módulo volumétrico efectivo de elasticidad, B_p es el factor de amortiguamiento viscoso, K es la rigidez del fluido hidráulico y F_L es la carga externa al cilindro.

Considerando el coeficiente total de flujo como $K_{ce} = K_e + C_{tp}$, la relación entre $B_p \ll A_p^2/K_{ce}$, $K = 0$, sin carga externa al sistema $F_L = 0$, y aplicando la transformada de Laplace; se obtiene una función de transferencia que relaciona el desplazamiento del cilindro hidráulico asimétrico X_p respecto el flujo o caudal Q_L ,

$$\frac{X_p}{Q_L} = \frac{\frac{1}{A_p}}{\frac{s^3}{\omega_h^3} + \frac{2\xi_h}{\omega_h} s^2 + s} \quad (4)$$

donde $\omega_h = \sqrt{\frac{2\beta_e A_p^2}{V_t m_t}}$ es la frecuencia natural del cilindro, $\xi_h = \frac{K_{ce}}{2A_p} \sqrt{\frac{2\beta_e m_t}{V_t}} + \frac{B_p}{4A_p} \sqrt{\frac{V_t}{2\beta_e m_t}}$ es la razón de amortiguamiento hidráulica.

2.2 Función de transferencia en orden entero de la servoválvula.

Respecto al modelo dinámico de la servoválvula, en Guo et al. (2022), Dolatkah Takloo and Mardani (2020) y Thayer (1965) se basa en una ecuación diferencial de segundo orden de la forma,

$$m_s \ddot{x}_v + f_{sv} \dot{x}_v + K_s x_v = K i_v \quad (5)$$

donde m_s es la masa, f_{sv} es el coeficiente de amortiguamiento viscoso, K_s es la constante de rigidez del resorte, K es la ganancia de flujo de la servoválvula, i_v es la corriente de activación y x_v es el desplazamiento del carrete.

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (5) y considerando $Q_L = K_s X_v$, se obtiene la relación,

$$\frac{Q_L}{I_v} = \frac{K}{\frac{s^2}{\omega_f^2} + \frac{2\xi_f}{\omega_f} s^2 + 1} \quad (6)$$

donde $\omega_f^2 = \frac{K_s}{m_s}$ y $2\xi_f \omega_f = \frac{f_{sv}}{m_s}$.

3. MODELO EN ORDEN FRACCIONARIO DEL SISTEMA ELECTROHIDRÁULICO.

El primer paso en el proceso de transformación diferencial fraccional es intercambiar los diferenciales ordinarios a términos de operadores derivativos fraccionarios de la manera propuesta en la Tabla 1, donde el parámetro arbitrario β representa el orden fraccionario en las derivadas de primero y segundo orden. En cuyo caso, cuando $\beta = 1$ la solución provista por el modelo diferencial fraccionario deberá de ser idéntica a la solución tradicional en orden entero, comprobando así que el cálculo de orden entero es un caso particular del cálculo de fraccional Nisar et al. (2023) y Algehyne et al. (2023). El parámetro $\sigma^{1-\beta}$ es un parámetro auxiliar que representa los componentes fraccionales de tiempo en el sistema, evitando la inconsistencia de unidades. Por lo que es necesario algún parámetro del sistema que tenga unidades de tiempo, el cual sería la frecuencia natural del cilindro hidráulico y de la servoválvula.

Tabla 1. Diferenciales en orden entero y fraccionario.

Orden entero	Orden fraccionario
$\frac{dx}{dt}$	$\frac{1}{\sigma^{1-\beta}} \frac{d^\beta}{dt^\beta}$
$\frac{d^2x}{dt^2}$	$\frac{1}{\sigma^{2(1-\beta)}} \frac{d^{2\beta}}{dt^{2\beta}}$

Existen diferentes tipos de definiciones de derivadas fraccionarias como Atangana-Baleanu, Riemann-Liouville o Caputo, entre otras Shaikh and Qureshi (2022). Una de las ventajas de la formulación fraccionaria de Caputo, es su versatilidad pues considera las condiciones iniciales del problema en orden entero, evitando así conceptualizar demasiado el problema al requerir condiciones iniciales fraccionarias para problemas reales, como en el caso de la formulación de Riemann-Liouville.

La definición para la derivada fraccionaria de Caputo de orden α para $f(t)$ con $f(t) \in L_1(a, b)$ y $\alpha \in \mathbb{R}^+$ es:

$${}^C Df(t) = I^{n-\alpha} \frac{d^n}{dt^n} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{t^{(n)} - \tau^{(n)}}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau, \quad (7)$$

$n-1 < \alpha < n$.

Donde la variable C indica el tipo de derivada, evaluada en 0 y con orden fraccionario α . La transformada de

Laplace de la derivada fraccionaria de Caputo está dada por:

$$\mathcal{L}({}^C D^\alpha f(t)) = S^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} S^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0). \quad (8)$$

De tal manera que,

$$\mathcal{L}\left(\frac{d^\beta y}{dt^\beta}\right) = s^\beta Y(s) - s^{\beta-1} y(0) \quad (9)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{d^{2\beta} y}{dt^{2\beta}}\right) = s^{2\beta} Y(s) - s^{(2\beta-1)} y(0) - s^{(2\beta-2)} y'(0) \quad (10)$$

3.1 Función de transferencia en orden fraccionario del cilindro.

Aplicando el cálculo fraccionario a la ecuación (2) y ecuación (3), se tiene que

$$q_L = A_p \left(\frac{1}{\sigma^{1-\alpha}}\right) \frac{d^\alpha x_p}{dt^\alpha} + C_{tp} p_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \left(\frac{1}{\sigma^{(1-\gamma)}}\right) \frac{d^\gamma p_L}{dt^\gamma} \quad (11)$$

$$A_p p_L = \left(\frac{m_t}{\sigma^{2(1-\alpha)}}\right) \frac{d^{2\alpha} x_p}{dt^{2\alpha}} + B_p \left(\frac{1}{\sigma^{(1-\alpha)}}\right) \frac{d^\alpha x_p}{dt^\alpha} + K x_p + F_L \quad (12)$$

Desarrollando la transformada de Laplace (9) y (10) y considerando las suposiciones hechas por (Yang et al., 2011) $K = 0$, $F_L = 0$, $B_p \ll \frac{A_p^2}{K_{ce}}$ y $Q_L = K_q X_p$,

$$\frac{X_p}{Q_L} = \frac{\frac{1}{A_p} \sigma^{3(1-\alpha)}}{\frac{V_t m_t}{4\beta_e A_p^2} s^{3\alpha} + \left(\frac{K_{ce} m_t}{A_p^2} + \frac{B_p V_t}{4\beta_e A_p^2}\right) \sigma^{(1-\alpha)} s^{2\alpha} + \sigma^{2(1-\alpha)} s^\alpha} \quad (13)$$

Sustituyendo las igualdades de ω_h y ξ_h , se obtiene el modelo general de orden fraccionario del cilindro hidráulico, expresado como,

$$\frac{X_p}{Q_L} = \frac{\frac{1}{A_p} \sigma^{3(1-\alpha)}}{\frac{s^{3\alpha}}{\omega_h^2} + \frac{2\xi_h}{\omega_h} \sigma^{(1-\alpha)} s^{2\alpha} + \sigma^{2(1-\alpha)} s^\alpha} \quad (14)$$

3.2 Función de transferencia en orden fraccionario de la servoválvula.

A partir de la ecuación (5) en orden entero, se aplica el cálculo fraccionario para obtener la siguiente ecuación:

$$m_s \left(\frac{1}{\sigma^{2(1-\delta)}}\right) \frac{d^{2\delta} x_v}{dt^{2\delta}} + f_{sv} \left(\frac{1}{\sigma^{(1-\delta)}}\right) \frac{d^\delta x_v}{dt^\delta} + K_v x_v = K i_v \quad (15)$$

Utilizando las transformadas de Laplace fraccionarias de las ecuaciones (9) y (10),

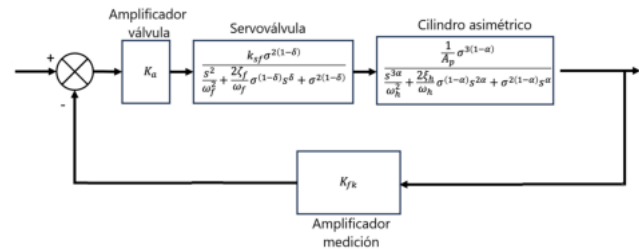


Fig. 2. Sistema electrohidráulico en orden fraccionario en lazo cerrado.

$$s^{2\delta} X_v + \frac{f_{sv}}{m_s} s^\delta X_v \sigma^{(1-\delta)} + \frac{K_v}{m_s} X_v \sigma^{2(1-\delta)} = \frac{K I_v}{m_s} \sigma^{2(1-\delta)} \quad (16)$$

Considerando que $Q_L = K_s X_v$ y las igualdades $\omega_f^2 = \frac{K_s}{m_s}$ y $2\xi_f \omega_f = \frac{f_{sv}}{m_s}$, se presenta a continuación el modelo en orden fraccionario de la servoválvula.

$$\frac{Q_L}{I_v} = \frac{\frac{K K_s}{m_s} \sigma^{2(1-\delta)}}{\frac{s^{2\delta}}{\omega_f^2} + \frac{2\xi_f}{\omega_f} \sigma^{(1-\delta)} s^\delta + \sigma^{2(1-\delta)}} \quad (17)$$

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS.

El cilindro asimétrico de doble efecto y la servoválvula son los elementos principales del sistema electrohidráulico, los cuales son puestos en un diagrama de bloques en cascada dentro y, para propósitos de analizar el desempeño del modelo propuesto del sistema en orden fraccionario respecto al modelo en orden entero de la literatura, se ha configurado el sistema en lazo cerrado que permita obtener como variable de salida al desplazamiento del cilindro x_p y como variable de entrada la corriente eléctrica de alimentación de la servoválvula proporcional i_v . Por tanto, como se muestra en la Figura 2 se ha dispuesto de amplificadores K_a y K_{fk} que permiten la compatibilidad de las variables en cada una de las interconexiones de los bloques.

Las simulaciones numéricas se llevaron a cabo en Matlab / Simulink a través del Toolbox FOTF de Xue (2017) que contiene los bloques para las funciones de transferencia en orden fraccionario.

La comparación del modelo en orden fraccionario propuesto del sistema electrohidráulico, se hizo con respecto al modelo en orden entero de Guo et al. (2022), por lo que se siguieron los mismos parámetros ahí presentados y que son dados en la Tabla 2. Por lo que es posible simular el desplazamiento del cilindro hidráulico en función del tiempo, a diferentes valores de α y δ para analizar el comportamiento del modelo en orden fraccionario.

Los amplificadores para la compatibilidad de señales son puestos a $K_a = 0.004$ y $K_{fk} = 90.9$.

Tabla 2. Parámetros del sistema electro-hidráulico, tomados de Guo et al. (2022).

Parámetro	Valor numérico
Carrera del cilindro	110 mm
Diámetro del cilindro	101 mm
Diámetro del émbolo	63 mm
Corriente de la servoválvula	40 mA
Volumen de compresión total	0.0010758 m ³
Masa total	630 kg
Área efectiva del cilindro	0.00489 m ²
Ganancia de flujo de servoválvula	0.021 m/A
Módulo efectivo de Bulk	7 × 10 ⁸ N/m ²
Presión del aceite	2.1 MPa
Coefficiente de flujo total	6.83 × 10 ⁻¹² m(Ns) ⁻¹
Frecuencia natural hidráulica	314 rad/s
Razón de amortiguamiento hidráulico	0.2
Frecuencia natural de servoválvula	753.6 rad/s
Razón de amortiguamiento de servoválvula	0.7

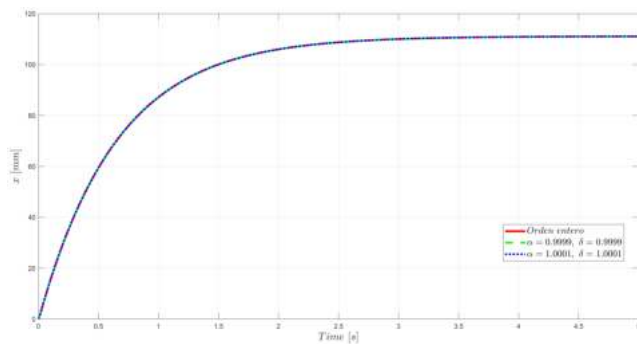


Fig. 3. Comparación del modelo en orden fraccionario respecto al modelo en orden entero.

4.1 Resultados de las simulaciones numéricas.

En la Figura 3 se muestra el comportamiento del modelo en orden fraccionario dado por las ecuaciones (14) y (17) comparado con el modelo en orden entero reportado en Guo et al. (2022). En este caso, los exponentes fraccionarios α y δ , de las funciones de transferencia en orden fraccionario del cilindro y servoválvula, respectivamente, fueron puestos a 0.9999 y 1.0001 para demostrar que el modelo en orden entero con $\alpha = 1$ y $\delta = 1$ es una solución particular del modelo generalizado del sistema electrohidráulico en orden fraccionario.

En la Figura 4 se hace una variación solo del exponente fraccionario α del modelo en orden fraccionario del cilindro, manteniendo el exponente δ en orden entero. Los resultados muestran que cuando $\alpha < 1$, el sistema responde con un menor tiempo de elevación y menor tiempo de asentamiento sin que exista sobretiro; sin embargo, cuando $\alpha > 1$ el sistema manifiesta una salida desacomodada, lo cual es físicamente irreal debido a que existe una limitación mecánica que impide que el cilindro avance más allá de la extensión de su carrera.

Ahora bien, en la Figura 5 se ha dispuesto mantener en orden entero al exponente α , mientras se varía el exponente δ . En este caso, se aprecia que cuando $\delta > 1$ el sistema responde de manera más lenta, sin embargo, cuando $\delta < 1$ el sistema se hace más rápido, pero tiende a violar la limitación física de la carrera máxima del

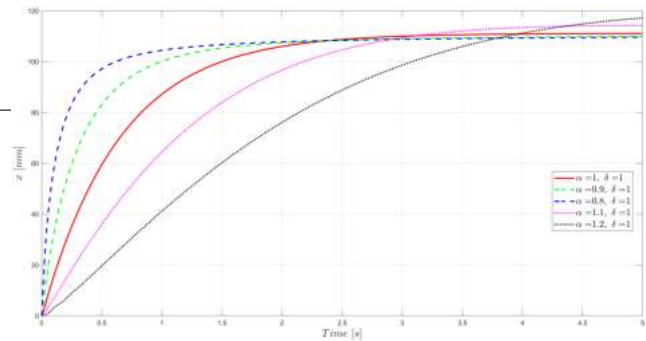


Fig. 4. Comparación del modelo en orden fraccionario variando α .

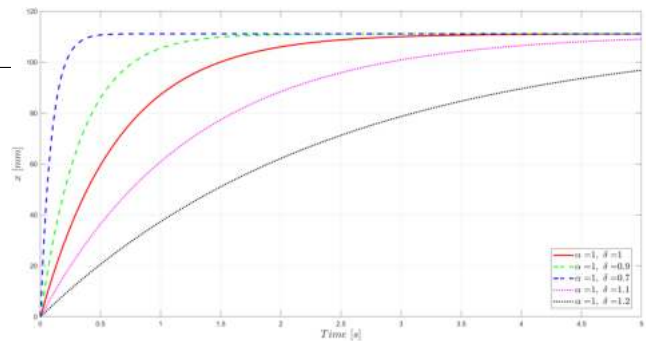


Fig. 5. Comparación del modelo en orden fraccionario variando δ .

cilindro, lo cual se manifiesta con el sobretiro que se genera cuando $\delta = 0.7$.

5. CONCLUSIÓN

El cálculo fraccionario aplicado al modelado de sistemas dinámicos como un sistema electrohidráulico formado principalmente por una servoválvula y un cilindro de doble efecto asimétrico, ha sido expresado en funciones de transferencia en orden fraccionario. Más aún, se han llevado a cabo las comparaciones del modelo en orden fraccionario con respecto al modelo en orden entero expresado en la literatura, en donde se ha comprobado que el orden entero es una solución particular del modelo generalizado en orden fraccionario.

Además, al variar los exponentes fraccionarios en los modelos de la servoválvula como del cilindro, es posible notar que el sistema responde de mejor manera al disminuir el tiempo de asentamiento y el tiempo de elevación, en un esquema en lazo cerrado sin controlador. Sin embargo, se debe tener cuidado del valor del exponente fraccionario para evitar que el sistema incumpla limitaciones físicas propias del sistema, como es el hecho de que el cilindro no puede extenderse más de la longitud de su carrera; lo cual ocurre con algunos valores de los exponentes fraccionarios.

En trabajos futuros se llevarán a cabo pruebas experimentales para obtener datos que permitan comparar el desempeño del modelo en orden fraccionario en función del mayor ajuste que pueda existir hacia los datos experimentales que, de acuerdo con lo reportado en la literatura, puede el modelo en orden fraccionario ser más cercano al

desempeño real respecto al manifestado por el modelo en orden entero.

REFERENCES

- About, H., Amouri, A., Cherfia, A., and Bouchelaghem, A.M. (2024). Fractional-order pid controller tuned by particle swarm optimization algorithm for a planar cdpr control. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 33(3), 1500–1510.
- Aburakhis, M. and Ordóñez, R. (2024). Generalization of direct adaptive control using fractional calculus applied to nonlinear systems. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 1–12.
- Ahmad, J., Ali, F., Murtaza, S., and Khan, I. (2021). Caputo time fractional model based on generalized fourier's and fick's laws for jeffrey nanofluid: Applications in automobiles. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 1–12.
- Al-Dhaifallah, M. (2023). Fuzzy fractional-order pid control for heat exchanger. *Alexandria Engineering Journal*, 63, 11–16.
- Algehyne, E.A., Aldhabani, M.S., Areshi, M., El-Zahar, E.R., Ebaid, A., and Al-Jeaid, H.K. (2023). A proposed application of fractional calculus on time dilation in special theory of relativity. *Mathematics*, 11(15), 3343.
- Awadalla, M., Chaouk, A., Jneid, M., Abuasbeh, K., and Alahmadi, J. (2024). Processing the controllability of control systems with distinct fractional derivatives via kalman filter and gramian matrix. *Fractal and Fractional*, 8(1), 52.
- Boulaaras, S., Rehman, Z.U., Abdullah, F.A., Jan, R., Abdalla, M., and Jan, A. (2023). Coronavirus dynamics, infections and preventive interventions using fractional-calculus analysis. *Aims Math*, 8(4), 8680–8701.
- Dalir, M. and Bashour, M. (2010). Applications of fractional calculus. *Applied Mathematical Sciences*, 4(21), 1021–1032.
- Dolatkhah Takloo, S. and Mardani, M. (2020). Mechanically closed loop gearbox test rig controller. *Transactions on Machine Intelligence*, 3(1), 1–13.
- Guo, Q. and Jiang, D. (2017). *Nonlinear Control Techniques for Electro-Hydraulic Actuators in Robotics Engineering*. CRC Press.
- Guo, Y.Q., Zha, X.M., Shen, Y.Y., Wang, Y.N., and Chen, G. (2022). Research on pid position control of a hydraulic servo system based on kalman genetic optimization.
- Huang, G., Qin, H.y., Chen, Q., Shi, Z., Jiang, S., and Huang, C. (2024). Research on application of fractional calculus operator in image underlying processing. *Fractal and Fractional*, 8(1), 37.
- Jaradat, I., Alquran, M., Sivasundaram, S., and Baleanu, D. (2021). Simulating the joint impact of temporal and spatial memory indices via a novel analytical scheme. *Nonlinear Dynamics*, 103(3), 2509–2524.
- Li, P. and Li, Y. (2023). Research on the electro-hydraulic servo system of picking manipulator. *AIP Advances*, 13(1).
- Li, Y., Zhou, Z., and Zhang, N. (2024). Fractional derivative method for anomalous aquitard flow in a leaky aquifer system with depth-decaying aquitard hydraulic conductivity. *Water Research*, 249, 120957.
- Liu, C. and Jiang, H. (2014). A seventh-order model for dynamic response of an electro-hydraulic servo valve. *Chinese Journal of Aeronautics*, 27(6), 1605–1611.
- Lu, Y. and Liang, Y. (2023). Fractional order modeling for hydraulic cylinder system controlled by electro-hydraulic proportional valve. 5259–5264.
- Maddahi, A., Sepehri, N., and Kinsner, W. (2019). Fractional-order control of hydraulically powered actuators: Controller design and experimental validation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(2), 796–807.
- Meral, F., Royston, T., and Magin, R. (2010). Fractional calculus in viscoelasticity: an experimental study. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, 15(4), 939–945.
- Nisar, K.S., Farman, M., Abdel-Aty, M., and Cao, J. (2023). A review on epidemic models in sight of fractional calculus. *Alexandria Engineering Journal*, 75, 81–113.
- Prabhakaran, A., Ponnusamy, T., Janarthanan, G., et al. (2024). Optimized fractional order pid controller with sensorless speed estimation for torque control in induction motor. *Expert Systems with Applications*, 123574.
- Rao, K.N. and Chakraverty, S. (2024). Nonlinear fractional. *Computation and Modeling for Fractional Order Systems*, 103.
- Saif, A., Fareh, R., Sinan, S., and Bettayeb, M. (2024). Fractional synergetic tracking control for robot manipulator. *Journal of Control and Decision*, 11(1), 139–152.
- Shaikh, A.A. and Qureshi, S. (2022). Comparative analysis of riemann-liouville, caputo-fabrizio, and atangana-baleanu integrals. *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*, 21(1).
- Sun, H., Li, R., Xu, J., Xu, F., Zhang, B., and Dong, X. (2021). Fractional modeling and characteristic analysis of hydro-pneumatic suspension for construction vehicles. *Processes*, 9(8), 1414.
- Thayer, W. (1965). Transfer functions for moog servovalves. *Moog technical bulletin*, 103, 1–11.
- Valentim Junior, C.A., Oliveira, N.A.d., Rabi, J.A., and David, S.A. (2020). Can fractional calculus help improve tumor growth models? *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 379, 1–15.
- Xue, D. (2017). *Fractional-order control systems: fundamentals and numerical implementations*, volume 1. Walter de Gruyter GmbH & Co KG.
- Yang, H., Feng, B., and Gong, G. (2011). Measurement of effective fluid bulk modulus in hydraulic system. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 133(6). doi:10.1115/1.4004783.