

Observer for linear systems under time-varying delayed measurements: Application to a cardiovascular system

F. Ramírez-Rasgado ^{*,**} M. Farza ^{**}
O. Hernández-González ^{***} C.M. Astorga-Zaragoza ^{*}
M. M'Saad ^{**} M.E. Guerrero-Sánchez ^{***}

^{*} *Tecnológico Nacional de México/ Centro Nacional de Investigación y
Desarrollo Tecnológico*

^{**} *NORMANDIE UNIV, UNICAEN, ENSICAEN, LIS (UR 7478),
14000 Caen, Francia.*

^{***} *Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de
Hermosillo, Hermosillo, Son., México.*

Abstract: This work presents the design of a cascade observer for a linear system that is applied for state estimation of the cardiovascular system. The system exhibits time-varying delays in the available output. The cascade observer in this work is capable of estimating actual state vector even in the presence of time-varying delays. The structure of the observer consists of $m + 1$ subsystems, the first subsystem is an observer that estimates the delayed state vector and the m subsystems will compensate a fraction of the time-delay where the last subsystems estimate the actual state vector. The observer is validated in simulation and applied to estimate the dynamics of the cardiovascular system by obtaining the actual state vector estimation and the output signal.

Keywords: Cardiovascular system, Time-varying delay, Delayed output, Linear system, Cascade observer.

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo a las estadísticas recientes dadas por el INEGI, la primera causa de defunciones en México a nivel nacional fueron ocasionadas por enfermedades del corazón. Es por esto, que desde diferentes frentes se ha buscado la manera de dar solución a esta problemática. Dentro del área de la ingeniería de control se han buscado desarrollar sensores, algoritmos y procedimientos no invasivos para brindar herramientas que ayuden al bienestar de la sociedad y que contribuyan a la prevención, diagnóstico y tratamiento de estas enfermedades.

Una forma de proveer este tipo de herramientas es por medio del diseño de observadores o sensores virtuales para reconstruir dinámicas propias de estos sistemas considerando las mediciones disponibles. El poder obtener las dinámicas no disponibles ayudan a detectar anomalías que pueda estar presentando el paciente y brindar un tratamiento oportuno para el. Algunos trabajos presentados dentro de esta área se presentan en (Ghasemi et al., 2020; Serrano-Cruz et al., 2018; Gharehí et al., 2021; Arcese et al., 2010; Ledezma and Laleg-Kirati, 2015). En Ghasemi et al. (2020) se estima la forma de la presión aórtica por medio de un observador de entrada descono-

cida. Otra representación de estos sistemas se aborda en Serrano-Cruz et al. (2018), donde se diseña un observador para la forma singular del modelo windkessel. Así mismo, para la detección de fallas se han propuesto algunos trabajos en el cual por medio de un observador y la generación de residuos se pueden detectar fallas en partes del corazón del paciente como se propone en Ledezma and Laleg-Kirati (2015).

Es importante resaltar que estas aproximaciones han sido diseñadas considerando que el sistema presentan las mediciones disponibles de forma continua. Sin embargo, esto no es posible debido a que se presentan diferentes problemas relacionados con la instrumentación como lo son los retardos. Estos pueden estar presentes en la dinámica del sistema, salidas y entradas (Farza et al., 2017; Borri et al., 2017; Ramírez-Rasgado et al., 2021; Estrada-Sánchez et al., 2017).

En este trabajo se presenta el diseño de un observador en cascada aplicado al sistema cardiovascular cuya medición disponible presenta retardos variantes de tiempo. El modelo cardiovascular se presenta en la sección 2. La contribución principal se presenta en la Sección 3, donde se muestra el observador en cascada, este observador se conforma de $m + 1$ subsistemas, donde el observador en

la base estima el vector con retardo y por medio de los m predictores logran compensar el retardo en el sistema. Así mismo, se presenta el teorema que demuestra que cada error de observación convergerá exponencialmente a cero. La evaluación del observador propuesto se muestra en la Sección 4, donde se logra la estimación de las dinámicas actuales del sistema cardiovascular.

2. REPRESENTACIÓN ALTERNATIVA DEL SISTEMA CARDIOVASCULAR

Un modelo alternativo del sistema cardiovascular es el modelo windkessel de cuatro elementos (Belkhatir et al., 2014), el cual describe las dinámicas presentes en el corazón por medio de la analogía de un circuito eléctrico, formado por: capacitares, resistencias e inductores. Las ecuaciones de este modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \frac{dP_p(t)}{dt} &= -\frac{1}{RC_a}P_p(t) + \frac{1}{C_a}F_a(t) \\ \frac{dF_L(t)}{dt} &= -\frac{Z_o}{L}F_L(t) + \frac{Z_o}{L}F_a(t) \\ P_{ar}(t) &= P_p(t) + Z_oF_a(t) - Z_oF_L(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde P_p es la presión sobre la distensibilidad arterial, F_L es el flujo a través de la inercia arterial total, F_a es el flujo a través de la arteria aórtica que se considera como la entrada del sistema y P_{ar} es la presión aórtica. Los parámetros del modelo son: C_a la complianza arterial, L la inercia del flujo sanguíneo, R la resistencia periférica y Z_o la impedancia característica de la parte proximal del lecho arterial.

2.1 Representación en espacio de estado

Partiendo de las ecuaciones del sistema (1), se puede reescribir en forma de espacio de estados. Definiendo el vector de estado como $\zeta = [P_p, F_L]^T$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{RC_a} & 0 \\ 0 & -\frac{Z_o}{L} \end{bmatrix}}_A \zeta(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{C_a} \\ \frac{Z_o}{L} \end{bmatrix}}_B u(t) \\ y(t) &= \underbrace{[1 \quad -Z_o]}_C \zeta(t) + \underbrace{[Z_o]}_D u(t) \end{aligned} \quad (2)$$

donde F_a es la entrada del sistema. Idealmente en muchos sistemas se considera que la salida $y(t)$ es de forma continua durante todo el tiempo. Sin embargo, en la práctica debido al uso de instrumentos de medición digitales, la salida del sistema debe de ser tratada como una señal con retardo ya que existe un retardo en el tiempo de propagación de la onda de presión del corazón hasta que es detectado por el instrumento de medición (Sharir et al., 1993). Entonces, se puede reescribir el sistema (2) de la siguiente forma:

$$\Sigma_{\delta} : \begin{cases} \dot{\zeta}(t) = A\zeta(t) + Bu(t) \\ \bar{y}(t) = C\zeta(t - \delta(t)) + Du(t - \delta(t)) \end{cases} \quad (3)$$

donde $\zeta(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u(t) \in \mathbb{R}$ es la entrada, $\bar{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ es la salida con retardo del sistema, $\delta(t) > 0$ es una función continua a intervalos en el tiempo que explica la variación del retardo presente en la salida del sistema y se considera conocida. Antes de continuar es importante resaltar que el sistema cumple con la siguiente suposición:

A1 El par (A, C) se asume como observable.

A2 El valor máximo de la función de retardo se define como:

$$\exists \delta_M > 0; \forall t \geq t_0, |\delta(t)| \leq \delta_M. \quad (4)$$

3. DISEÑO DEL OBSERVADOR

La principal aportación es presentada en esta sección, la cual es proponer un observador que sea capaz de estimar el vector de estado actual, libre de retardo, del sistema (3) incluso cuando su salida presenta retardo de tiempo. Para lograr esto, se propone una estructura de observador en cascada, la cual consta de $m + 1$ subsistemas del mismo orden que el sistema original. El primer subsistema es un observador tipo Luenberguer que logra de estimación del vector de estado con retardo y m son los subsistemas llamados predictores que logran compensar el retardo de la salida en una fracción de tiempo, donde el último predictor de la cascada logrará la estimación del vector actual del sistema.

Antes de continuar se procede a definir lo siguiente como se muestra en Farza et al. (2016); Ramírez-Rasgado et al. (2021) para todo $j = 0, \dots, m$:

$$\zeta_j(t) = \zeta \left(t - \delta(t) + \frac{j}{m} \delta(t) \right), \quad u_j(t) = u \left(t - \delta(t) + \frac{j}{m} \delta(t) \right), \quad \forall t \geq -\frac{j}{m} \delta(t).$$

Para simplificar la notación, se definen las siguientes igualdades que se mantienen relacionados con los predictores de la cascada para todo $j = 1, \dots, m$ como:

$$\zeta_j \left(t - \frac{\delta(t)}{m} \right) = \zeta_{j-1}(t) \quad \text{y} \quad u_j \left(t - \frac{\delta(t)}{m} \right) = u_{j-1}(t) \quad (5)$$

Con esto, el observador propuesto para estimar las dinámicas del sistema (3) en presencia de retardos variables en el tiempo son las siguientes:

$$\Sigma_O : \begin{cases} \dot{\hat{\zeta}}_0(t) = A\hat{\zeta}_0 + Bu_0 - L(\hat{y}_0(t) - \bar{y}(t)), \quad j = 0 \\ \dot{\hat{\zeta}}_j(t) = A\hat{\zeta}_j + Bu_j - \lambda \left(\hat{\zeta}_j \left(t - \frac{\delta(t)}{m} \right) - \hat{\zeta}_{j-1}(t) \right) \\ \text{para } j = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (6)$$

donde $\hat{\zeta}_j \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado estimado de ζ_j , u_j representa la entrada para cada subsistema y es valido para todo $j = 0, \dots, m$; las matrices A y B son las definidas en (2); la salida con retardo se define

como $\bar{y}(t)$ y esta dada en (3). Es necesario resaltar que $\lambda > 0$ es un parámetro de ajuste y es constante positivo. Considerando lo anterior es posible proponer el siguiente teorema:

Teorema 1. Considere el sistema (3), sujeto a la suposiciones **A1-A2**, entonces existe una constante Ω tal que si el número de predictores (m) de la cascada se elige:

$$\frac{\delta_M}{m} \leq \Omega \triangleq \frac{\mu_j}{\lambda_M(M)\lambda\sigma_j} \quad (7)$$

con $\mu_j > 0$ y $\lambda_M(M)$ es el valor propio máximo de la matriz M . Por lo tanto, el error de observación en cada subsistema:

$$\|\tilde{\zeta}_j(t)\| \leq \rho_j e^{-v\left(\frac{\delta_M}{m}\right)(t-t_0)} \max_{s \in [t_0 - \frac{\delta_M}{m}, t_0]} \|\tilde{\zeta}_j(s)\|, \forall t \geq t_0 \quad (8)$$

con:

$$\rho_j = \sigma_j \left(1 + \left(\kappa_1 - v \left(\frac{\delta_M}{m} \right) \right) \frac{\delta_M}{m} \right), \quad (9)$$

y la función $v(\delta_M/m)$ es definida como:

$$v\left(\frac{\delta_M}{m}\right) = \left(\kappa_1 - \kappa_2 \left(\frac{\delta_M}{m} \right) \right). \quad (10)$$

3.1 Demostración del Teorema 1

Definiendo el error de observación del primer subsistema de la cascada como $\tilde{\zeta}_0 = \hat{\zeta}_0 - \zeta_0$, es decir, $j = 0$. Se define ζ_0 como el vector de estado del sistema con retardo, quedando:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_0(t) &= A\zeta_0(t) + Bu_0(t) \\ \bar{y}(t) &= C\zeta_0(t) + Du_0(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Por lo tanto, considerando (11) y (6), se obtiene lo siguiente:

$$\dot{\tilde{\zeta}}_0 = (A - LC)\tilde{\zeta}_0 \quad (12)$$

En orden de probar estabilidad del primer subsistema en la cascada, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov $V(\tilde{\zeta}_0, t) = \tilde{\zeta}_0^T(t)P\tilde{\zeta}_0(t)$. Obteniendo la derivada con respecto al tiempo, resulta:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\zeta}_0(t)) &= 2\tilde{\zeta}_0^T(t)P\dot{\tilde{\zeta}}_0(t) \\ &= 2\tilde{\zeta}_0^T(t)P\bar{A}\tilde{\zeta}_0(t) \end{aligned} \quad (13)$$

donde $\bar{A} = A - LC$ es Hurwitz tal que existe una matriz P de $n \times n$ simétrica definida positiva (SDP) y $\mu > 0$, tal que se cumple lo siguiente:

$$\bar{A}^T P + P\bar{A} \leq -2\mu I_{n \times n} \quad (14)$$

Ahora, se procede a obtener la norma de (13):

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\zeta}_0(t)) &\leq -2\mu \|\tilde{\zeta}_0(t)\|^2 \\ &\triangleq -\frac{2\mu}{\lambda_M(P)} \max_{\nu \in [t_0 - \delta_M, t_0]} V(\tilde{\zeta}_0(\nu)), \forall t \geq t_0 \end{aligned} \quad (15)$$

donde $\lambda_M(P)$ es el valor propio máximo de la matriz P . Usando el lema de comparación propuesto en Khalil (2015), se obtiene la solución de (15):

$$V(\tilde{\zeta}_0(t)) \leq e^{-\alpha_0(t-t_0)} \max_{\nu \in [t_0 - \delta_M, t_0]} \|V(\tilde{\zeta}_0(\nu))\|, \forall t \geq t_0$$

donde $\alpha_0 = \frac{2\mu}{\lambda_M}$. En términos del error $\|\tilde{x}_0\|$, se obtiene:

$$\|\tilde{\zeta}_0(t)\| \leq \sigma_0 e^{-\alpha_0(t-t_0)} \max_{\nu \in [t_0 - \delta_M, t_0]} \|\tilde{\zeta}_0(\nu)\|, \forall t \geq t_0$$

donde $\sigma_0 = \sqrt{\lambda_M(P)/\lambda_m(P)}$. Con esto se demuestra que el error en el primer subsistema de la cascada convergerá a cero.

Ahora se procede a obtener el error de convergencia para cada predictor de $j = 1, \dots, m$, para demostrar que todos convergerán a cero. Para esto, se define que existe un subsistema ζ_j de la siguiente forma:

$$\dot{\zeta}_j(t) = A\zeta_j(t) + Bu_j(t) \quad (16)$$

Definiendo el error de observación para cada predictor $\tilde{\zeta}_j = \hat{\zeta}_j - \zeta_j$, $j = 1, \dots, m$ y considerando (6), se obtiene:

$$\dot{\tilde{\zeta}}_j(t) = A\zeta_j(t) - \lambda \left(\tilde{\zeta}_j \left(t - \frac{\delta(t)}{m} \right) \right) \quad (17)$$

Agregando y restando $\lambda I_n \tilde{\zeta}(t)$ a la ecuación anterior, se obtiene:

$$\dot{\tilde{\zeta}}_j(t) = \bar{\bar{A}}\tilde{\zeta}_j(t) + \lambda z_j(t) \quad (18)$$

con $\bar{\bar{A}} = A - \lambda I_n$ y $z(t)$ se define como:

$$\begin{aligned} z_j(t) &= \tilde{\zeta}_j(t) - \tilde{\zeta}_j \left(t - \frac{\delta(t)}{m} \right) \\ &= \int_{t - \frac{\delta(t)}{m}}^t \dot{\tilde{\zeta}}_j(s) ds \end{aligned} \quad (19)$$

Ahora se define la siguiente función candidata de Lyapunov que es válida para cada uno de los predictores:

$$V(\tilde{\zeta}_j(t)) = \tilde{\zeta}_j^T(t)M\tilde{\zeta}_j(t) \quad (20)$$

donde M tiene las mismas propiedades que la matriz P y $\bar{\bar{A}}$ es Hurwitz para todo $\lambda > 0$. Obteniendo la derivada de la función candidata de Lyapunov, se obtiene:

$$\dot{V}(\tilde{\zeta}_j(t)) = 2\tilde{\zeta}_j^T(t)M\dot{\tilde{\zeta}}_j(t) \quad (21)$$

Sustituyendo la ecuación (17) en la ecuación anterior, queda:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\zeta}_j(t)) &\leq -2\mu_j \|\tilde{\zeta}_j(t)\| + 2\lambda \|M\tilde{\zeta}_j(t)\| \|z_j\| \\ &\leq -\frac{2\mu_j}{\lambda_M(M)} V(\tilde{\zeta}_j(t)) \\ &\quad + 2\lambda \sqrt{\lambda_M(M)} \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} \|z_j(t)\| \end{aligned} \quad (22)$$

Ahora, obteniendo la función de la norma z como:

$$\|z(t)\| \leq \frac{\|A\|}{\sqrt{\lambda_m(M)}} \int_{t - \frac{\delta(t)}{m}}^t \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(s))} ds \quad (23)$$

donde $\lambda_m(M)$ y $\lambda_M(M)$ representan el valor propio mínimo y máximo de la matriz M respectivamente. Sustituyendo la norma de z mostrada en (23) en la desigualdad (22), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\zeta}_j(t)) &\leq -\frac{2\mu_j}{\lambda_M(M)}V(\tilde{\zeta}_j(t)) \\ &+ \frac{2\lambda\|A\|}{\sqrt{\lambda_m(M)}}\sqrt{\lambda_M(M)}\sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} \\ &\times \int_{t-\frac{\delta(t)}{m}}^t \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(s))}ds \end{aligned} \quad (24)$$

La ecuación anterior se puede reescribir como se muestra continuación:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} &\leq -\frac{2\mu_j}{\lambda_M(M)}\sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} \\ &+ 2\lambda\|A\|\sigma_j \int_{t-\frac{\delta(t)}{m}}^t \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(s))}ds \end{aligned} \quad (25)$$

donde $\sigma_j = \sqrt{\lambda_M(M)/\lambda_m(M)}$. Reescribiendo la desigualdad anterior se tiene:

$$\frac{d}{dt}\sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} \leq -\kappa_1\sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} + \kappa_2 \int_{t-\frac{\delta(t)}{m}}^t \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(s))}ds \quad (26)$$

donde:

$$\kappa_1 = \frac{2\mu_j}{\lambda_M(M)}, \quad \kappa_2 = 2\lambda\|A\|\sigma_j \quad (27)$$

Entonces, considerando que $\frac{\delta_M}{m} \leq \Omega = \frac{\mu_j}{\lambda_M(M)\|A\|\lambda\sigma_j}$ se satisface como se propone en el Teorema 1, entonces se usa el lema propuesto en Ramírez-Rasgado et al. (2022), obteniendo:

$$\begin{aligned} \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(t))} &\leq \left(1 + \left(\kappa_1 - v\left(\frac{\delta_M}{m}\right)\right)\frac{\delta_M}{m}\right) e^{-v\left(\frac{\delta_M}{m}\right)(t-t_0)} \\ &\max_{s \in [t_0 - \frac{\delta_M}{m}, t_0]} \sqrt{V(\tilde{\zeta}_j(s))}, \forall t \geq t_0 \end{aligned} \quad (28)$$

donde $v(\delta_M/m)$ es como lo mostrado en (10). Ahora, en términos del error $\tilde{\zeta}_j$, se obtiene:

$$\|\tilde{\zeta}_j(t)\| \leq \rho_j e^{-v\left(\frac{\delta_M}{m}\right)(t-t_0)} \max_{s \in [t_0 - \frac{\delta_M}{m}, t_0]} \|\tilde{\zeta}_j(s)\|, \forall t \geq t_0 \quad (29)$$

con:

$$\rho_j = \sigma_j \left(1 + \left(\kappa_1 - v\left(\frac{\delta_M}{m}\right)\right)\frac{\delta_M}{m}\right) \quad (30)$$

Con esto se demuestra el Teorema 1 ■.

Es evidente que mientras se satisfaga la condición del Teorema 1, cada error de observación en la cascada convergerá exponencialmente a cero y con el último predictor se puede reconstruir el vector actual del sistema.

4. RESULTADOS

En esta sección se mostrará el desempeño del observador presentado en la ecuación (6) para la estimación del vector actual de estado del sistema windkessel de cuatro elementos presentado en la ecuación (3). En este caso, se considera que debido al sistema de adquisición de datos el retardo puede ser variante pero cumple con la suposición **A2**. Los parámetros utilizados son tomados de (Astorga-Zaragoza, 2019) y son los siguientes: $R = 0.95$ [mmHg ·

s/ml], $C_a = 1.50$ [ml/mmHg], $Z_o = 0.033$ [mmHg · s/ml], $L = 0.01$ [mmHg · s²/ml]. Por lo tanto las matrices del sistema mostradas en la Ec. (2), quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.7018 & 0 \\ 0 & -3.3000 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.6667 \\ 3.3000 \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad -0.0330], \quad D = [0.0330] \end{aligned} \quad (31)$$

Para demostrar que el sistema cumple con la suposición **A1**, se procede a obtener la observabilidad del sistema:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \therefore \text{rank}(\mathcal{O}) = 2. \quad (32)$$

Al ser de rango 2 se pueden estimar todos los estados del sistema. El retardo en la salida presenta un valor máximo de $\delta_M = 0.1s$ y el presenta un comportamiento constante por pedazos como se muestra en la Figura 1.

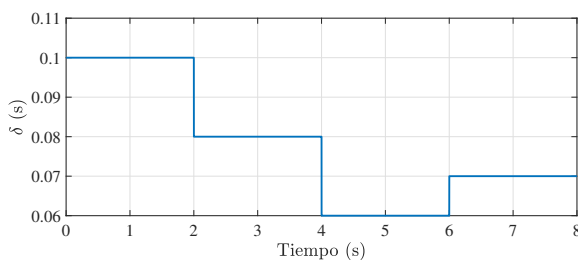


Fig. 1. Retardo en la salida del sistema

Para satisfacer lo presentado por el Teorema 1, se elige una cascada con $m = 5$. Las condiciones iniciales para el sistema original son $x(0) = [75, 50]^T$, las del observador en la base $\hat{x}_0(s) = [100, 200]^T$, $s \in [-\delta_M, 0]$ y para los predictores son $\hat{x}_j(s) = [100, 200]^T$, $s \in [-\delta_M/m, 0]$, $j = 1, \dots, 5$. La matriz de ganancia del observador en la base es $L = [15.38, 132.84]^T$ y el parámetro de ajuste $\lambda = 5$, la señal de entrada $F_a(t)$ es la presentada en la Figura 2. En las Figuras (3)-(6) se muestra la estimación del vector

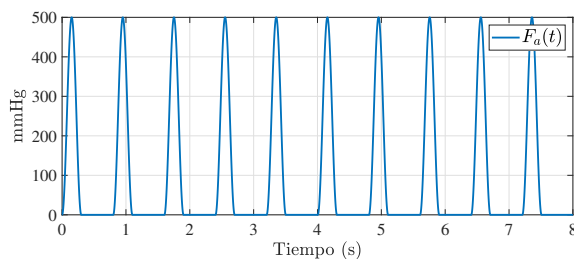


Fig. 2. Flujo de entrada $F_a(t)$

de estado del sistema cardiovascular. En la Figura 3 se muestra la estimación de la presión arterial por medio del observador en la base de la cascada, es decir, la estimación con retardo del sistema. Como se demostró previamente el observador en la base logra estimar el estado con retardo del sistema, sin embargo, para objetivos de monitoreo o supervisión este tipo de señales no son útiles, ya que necesitamos la estimación actual. Así mismo, se muestra

que incluso ante los cambios en el valor del retardo se mantiene la estimación. En la Figura 4 se muestra la estimación de la presión arterial por medio del último predictor en la cascada $\hat{P}_{ar}(t)$, en este caso se logra la convergencia a la señal no disponible del sistema la cual esta libre de retardo $P_{ar}(t)$. En las Figuras 5 y 6 se muestran la estimación de la presión sobre la distensibilidad arterial y del flujo a través de la inercia arterial total, respectivamente. Es importante resaltar que estos dos estados no están disponibles y se obtienen a partir de la salida ($P_{ar}(t - \delta(t))$).

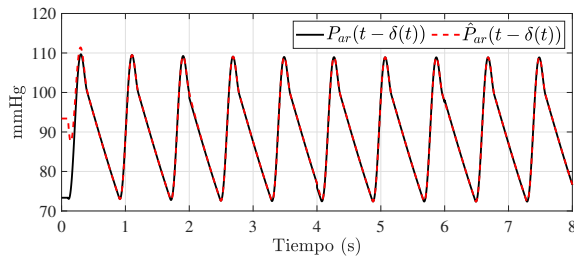


Fig. 3. Estimación de la presión arterial $P_{ar}(t - \delta(t))$ por el observador en la base.

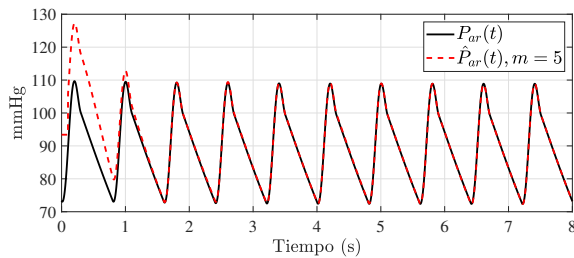


Fig. 4. Estimación de presión arterial $P_{ar}(t)$ con el último predictor de la cascada.

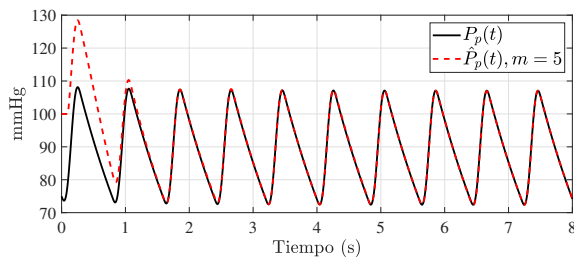


Fig. 5. Estimación de la presión $P_p(t)$ con el último predictor de la cascada

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se logró el diseño de un observador en cascada para un sistema lineal cuya salida es afectada por retardos variantes en el tiempo. Este observador consta de un observador en la base que logra la estimación del vector de estado con retardo y m predictores para compensar el retardo presente en la salida del sistema. Se asegura que

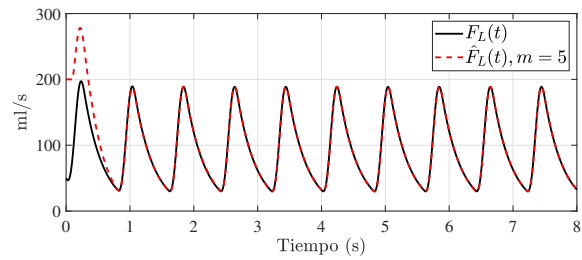


Fig. 6. Estimación del flujo $F_L(t)$ por medio del último predictor de la cascada

el error de observación de la base y de los subsistemas de la cascada convergerán exponencialmente a cero. El observador propuesto se utiliza para la estimación de las dinámicas de un sistema cardiovascular. Para trabajos futuros se abordarán otras problemáticas dentro de las mediciones como lo son la presencias de perturbaciones o ruido.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado en el marco de las actividades de la red internacional denominada "Red Internacional de Control y Cómputo Aplicados, RICCA" soportada por TecNM y es financiado por el Tecnológico Nacional de México, a través del proyecto "Supervisión de procesos con retardo mediante el diseño de esquemas de estimación de variables basada en observadores" con clave: 14259-P.

REFERENCIAS

- Arcese, L., Cherry, A., Fruchard, M., and Ferreira, A. (2010). High gain observer for backstepping control of a mri-guided therapeutic microrobot in blood vessels. In *2010 3rd IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, 349–354. IEEE.
- Astorga-Zaragoza, C.M. (2019). Observer-based monitoring of the cardiovascular system. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 67(3), 501–505.
- Belkhatir, Z., Laleg-Kirati, T.M., and Tadjine, M. (2014). Residual generator for cardiovascular anomalies detection. In *2014 European Control Conference (ECC)*, 1862–1868. IEEE.
- Borri, A., Cacace, F., De Gaetano, A., Germani, A., Manes, C., Palumbo, P., Panunzi, S., and Pepe, P. (2017). Luenberger-like observers for nonlinear time-delay systems with application to the artificial pancreas: The attainment of good performance. *IEEE Control Systems Magazine*, 37(4), 33–49.
- Estrada-Sánchez, I., Velasco-Villa, M., and Rodríguez-Cortés, H. (2017). Prediction-based control for nonlinear systems with input delay. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017(1), 7415418.
- Farza, M., Hernández-González, O., Menard, T., M'Saad, M., and Astorga-Zaragoza, C.M. (2016). Cascade predictors design for a class of nonlinear uncertain

- systems with delayed state—application to bioreactor. In *2016 17th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA)*, 753–760. IEEE.
- Farza, M., Hernández-González, O., Menard, T., M'saad, M., and Astorga-Zaragoza, C.M. (2017). Observer design for a class of uncertain systems with delayed outputs. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 1427–1432.
- Gharesti, N., Arefi, M.M., Khayatian, A., and Bahrami, Z. (2021). Extended state observer-based control of heartbeat described by heterogeneous coupled oscillator model. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 101, 105884.
- Ghasemi, Z., Jeon, W., Kim, C.S., Gupta, A., Rajamani, R., and Hahn, J.O. (2020). Observer-based deconvolution of deterministic input in coprime multichannel systems with its application to noninvasive central blood pressure monitoring. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 142(9), 091006.
- Khalil, H.K. (2015). *Nonlinear control*, volume 406. Pearson New York.
- Ledezma, F.D. and Laleg-Kirati, T.M. (2015). A first approach on fault detection and isolation for cardiovascular anomalies detection. In *2015 American Control Conference (ACC)*, 5788–5793. IEEE.
- Ramírez-Rasgado, F., Hernández-González, O., Farza, M., M'Saad, M., Astorga-Zaragoza, C.M., and Dahhou, B. (2022). On high-gain observer redesign with respect to the nature of the available outputs. In *2022 10th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, 190–195. IEEE.
- Ramírez-Rasgado, F., Hernández-González, O., Farza, M., Astorga-Zaragoza, C.M., and Guerrero-Sánchez, M.E. (2021). Observer design for a class of non uniformly observable systems using mixed time-continuous and sampled delayed measurements of the outputs. In *2021 9th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, 243–248.
- Serrano-Cruz, D.A., Astorga-Zaragoza, C.M., Guerrero-Ramírez, G.V., García-Beltrán, C.D., Osorio-Gordillo, G.L., and Ortiz-Rangel, E. (2018). Estimación de variables del sistema cardiovascular mediante un observador para sistemas singulares. In *Proc. Congreso Nacional de Control Automático AMCA*, 108–113.
- Sharir, T., Marmor, A., Ting, C.T., Chen, J.W., Liu, C.P., Chang, M.S., Yin, F., and Kass, D.A. (1993). Validation of a method for noninvasive measurement of central arterial pressure. *Hypertension*, 21(1), 74–82.