

Spatial collision avoidance for Quadrotors. ^{*}

M. Trujillo-Flores ^{*} M. Martínez-Ramírez ^{**} J. G. Romero ^{*}
H. Rodríguez-Cortés ^{*,**}

^{*} *Departamento Académico de Eléctrica y Electrónica, Instituto Tecnológico Autónomo de México, Río Hondo 1, Ciudad de México, 01780, México (e-mail: {mtrujil1,hugo.rodriguez,jose.romerovelazquez}@itam.mx)*

^{**} *Sección de Mecatrónica, Depto. de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 07360, México (e-mail: {marcoa.martinez}@cinvestav.mx).*

Abstract: This article presents an algorithm for *robust* trajectory tracking and a three-dimensional collision avoidance strategy for *perturbed* quadrotors operating in the same airspace. When activated, the avoidance strategy forms a three-dimensional repulsive vector field around each vehicle. A control law, based on the direction of the vector field, ensures collision avoidance. The robust control law for trajectory tracking compensates for constant unknown disturbances. The trajectory tracking and collision avoidance strategies are then practically validated, demonstrating their real-world applicability.

Keywords: Collision avoidance, Quadrotor, Soft real-time, Nonlinear control

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, las aplicaciones de los vehículos aéreos no tripulados (VANTs) son vastas debido a su versatilidad y capacidad de acceder a áreas de difícil alcance. Los VANTs encuentran aplicaciones, por ejemplo, en procesos de manufactura donde se encargan del traslado de materias primas a las diferentes etapas del proceso, de inspección y mantenimiento de maquinaria y de realizar inventarios Olivares et al. (2015), Javaid et al. (2022). En invernaderos, los VANTs se encargan de la pulverización de fertilizantes, monitoreo del estado de salud de las plantas, estimación de rendimiento y detección de malezas Aslan et al. (2022). En Conceição et al. (2023) se utiliza un VANT para la evaluación de los niveles de confort térmico en edificios equipados con invernaderos. Los VANTs han demostrado ser una solución clave para operaciones de almacenes casi automatizados o inteligentes, permitiendo que los procesos de recepción, selección, almacenamiento y envío sean oportunos y más eficientes Malang et al. (2023). Una de las aplicaciones de VANTs con un fuerte impacto visual son los espectáculos de luces Kaplan (2016), Ehang (2024) y la participación de drones en números circuenses y conciertos Waibel et al. (2017). Aunque algunas de estas aplicaciones pueden realizarse utilizando un solo VANT, debido a las dimensiones de las plantas de manufactura, invernaderos industriales y almacenes, las diferentes tareas deben ser completadas por varios VANTs, por ejemplo en los espectáculos. Independientemente de la forma en que se coordine el movimiento de los drones, un problema claro en este tipo de tareas es la presencia de obstáculos—siendo los drones también un obstáculo—por lo tanto,

se debe implementar una estrategia de control que considere la evitación de colisiones.

Una forma básica para evitar colisiones es planificar la trayectoria del VANT evitando las zonas donde se encuentran los obstáculos. En Belge et al. (2022) se presenta una estrategia de planificación de trayectoria basada en algoritmos de optimización metaheurísticos. Particularmente, el problema de evasión de obstáculos en robots móviles con ruedas, ha sido ampliamente estudiado. Por ejemplo, en Fiorini and Shiller (1998) se presenta un método de evasión de colisiones basado en seleccionar maniobras para el robot móvil con velocidades que no intersecten a las velocidades de los obstáculos. La trayectoria del robot móvil de inicio a final se calcula buscando un árbol de maniobras que eviten colisiones. Otras estrategias de evasión de colisiones que han sido ampliamente usadas se basan en el uso de Funciones Potenciales Artificiales (FPA). La idea principal consisten en construir una FPA que genere fuerzas atractivas hacia la trayectoria deseada y una FPA que genera fuerzas repulsivas en la ubicación de los obstáculos. Aunque, en el uso de las FPA's aparecen mínimos locales y oscilaciones, el interés por este método sigue activo. En Pan et al. (2022) se presenta una estrategia de planificación de trayectorias para el problema de formación utilizando FPA's rotatorias que permiten escapar de los mínimos locales y oscilaciones. De igual forma, para evitar mínimos locales, en Barnes et al. (2007), Hernández-Martínez and Aranda-Bricaire (2009) se utilizan campos vectoriales repulsivos (CVR) que se activan cuando los vehículos, los cuales son robots unicyclos, pueden colisionar y se desactivan cuando se encuentran fuera de la zona de colisión. El encendido y apagado de las CVR ocasionan que la dinámica de lazo cerrado sea discontinua lo que puede provocar castaño, el cual es un efecto no deseado en aplicaciones reales. Recientemente, en González-Sierra et al. (2023) se propone una versión de CVR continuas para robots móviles modelados con dinámica de primer orden. Otra alternativa es el

^{*} El segundo autor agradece a CONACYT por el apoyo económico con el CVU: 1079221. M. Martínez-Ramírez y H. Rodríguez-Cortés agradecen el apoyo del CONAHCYT bajo el proyecto Ciencia de Frontera CF-2023-I-551.

uso de las funciones de navegación (FN). En este enfoque el espacio de trabajo se transforma a un espacio esférico en el que el robot móvil y los obstáculos son puntos, la ley de control se diseña como el gradiente negativo de la función de navegación Loizou (2017). Las funciones de Lyapunov de barrera (FLB) permiten delimitar una esfera de seguridad alrededor del vehículo mientras navega entre los obstáculos Restrepo et al. (2019), Habibi et al. (2023). El uso de la técnica de Control Predictivo basado en Modelo (CPM) con restricciones en el estado definidas por las posiciones de los obstáculos también se ha utilizado para evasión de colisiones Mendoza-Soto et al. (2018). Es importante recalcar que, en los trabajos antes mencionados los controladores propuestos no consideran los efectos producidos por perturbaciones externas, ruido, incertidumbre paramétrica o estados no medibles, lo cual puede producir desestabilización en el lazo cerrado Romero et al. (2022, 2024).

Aunque la evasión de colisiones ha sido ampliamente abordada para robots móviles, el trabajo realizado para VANTs se encuentra más limitado. De hecho, desde el punto de vista de la teoría de control resulta interesante resolver dicho problema utilizando el modelo completo del cuatrirotor: doce estados y considerando la subactuación de la parte angular. Sin embargo, desde el punto de vista de aplicaciones y debido a que la velocidad de vuelo de los cuatrirotores no es lo suficientemente rápida para que pudieran evadir colisiones modificando su orientación, es recomendable considerar un modelo del cuatrirotor en el cual su dinámica rápida este controlada Ramírez-Rodríguez et al. (2021). Bajo esta premisa, el cuatrirotor puede modelarse a nivel cinemático como un sistema completamente actuado cuyas entradas de control son las velocidades traslacionales y la velocidad angular alrededor de su eje vertical.

Este artículo presenta una estrategia para evadir colisiones en el espacio tridimensional para cuatrirotores realizando tareas de seguimiento de trayectoria. La estrategia de evasión utiliza CVR's en el espacio tridimensional. Se considera que la dinámica rápida de los cuatrirotores está controlada, por lo que las entradas de control son las velocidades traslacionales en ejes cuerpo y la velocidad de rotación alrededor del eje vertical. Además, para incluir los efectos producidos por la interacción con el medio y el ruido no medible, se considera que las velocidades están sometidas a perturbaciones constantes desconocidas. De esta forma, el control propuesto que asegura seguimiento de trayectoria incluye un estimador de perturbaciones basado en la técnica de Inmersión e Invarianza Astolfi et al. (2008). Finalmente, para validar la teoría propuesta, se presentan resultados experimentales utilizando drones DJI mini 3.

La estructura de este artículo tiene la siguiente estructura. La sección 2 presenta el modelo dinámico del cuatrirotor. La sección 3 reporta el diseño de los algoritmos de seguimiento de trayectoria y de evasión de obstáculos. La sección 4 presenta la validación experimental del algoritmo de control propuesto. Finalmente, las conclusiones sobre los resultados de esta investigación se presentan en la sección 5.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL CUATRIROTOR

Bajo suposiciones estándar el modelo cinemático y dinámico de un vehículo cuatrirotor está descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales Morelli and Klein (2016).

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= \mathcal{R}V^b, & m\dot{V}^b &= -m\Omega \times V^b + mg\mathcal{R}^\top e_3 - T_T e_3 \\ \dot{\mathcal{R}} &= \mathcal{R}S(\Omega), & J\dot{\Omega} &= -\Omega \times J\Omega + M^b \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\chi = [x \ y \ z]^\top$ es la posición traslacional del vehículo,

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\phi s_\theta - s_\psi c_\phi & c_\psi c_\phi s_\theta + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\phi s_\theta + c_\psi c_\phi & s_\psi c_\phi s_\theta - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \in SO(3)$$

con

$$SO(3) = \left\{ \mathcal{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid \mathcal{R}^\top \mathcal{R} = I_3, \det(\mathcal{R}) = 1 \right\}$$

es la matriz de rotación que representa la orientación del vehículo parametrizada con los ángulos de Tait-Bryan, con ϕ el ángulo de alabeo (rotación alrededor del eje $0x^b$), θ el ángulo de cabeceo (rotación alrededor del eje $0y^b$) y ψ el ángulo de guiñada (rotación al rededor del eje $0z^b$). Además, $V^b = [u \ v \ w]^\top$ es la velocidad traslacional del vehículo expresada en ejes cuerpo, m es la masa del vehículo, g es la constante de la fuerza de gravedad, T_T es la fuerza total de empuje generada por los cuatro rotores.

La función $S(\cdot) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathfrak{so}(3)$ con

$$\mathfrak{so}(3) = \left\{ S(\cdot) \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid S(a)b = a \times b, \forall a, b \in \mathbb{R}^3 \right\}$$

Finalmente, $J = \text{diag}\{J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}\}$ es la matriz de inercia, $\Omega = [p \ q \ r]^\top$ es la velocidad angular del vehículo expresada en ejes cuerpo y M^b son los momentos generador por el empuje diferencial entre los rotores.

Bajo la consideración de que existen una leyes de control T_T y M^b tales que las velocidades traslacionales y la velocidad rotacional de guiñada convergen arbitrariamente rápido a sus referencias Ramírez-Rodríguez et al. (2021)

$$u \rightarrow u_d, \ v \rightarrow v_d, \quad (2)$$

respectivamente. En lo que sigue, el comportamiento del i -esimo cuatrirotor queda descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= R_i U_i + \delta_{X_i}, & \dot{z}_i &= w_{d_i} + \delta_{z_i} \\ \dot{R}_i &= R_i S(r_{d_i} + \delta_{r_i}) \end{aligned} \quad (3)$$

dónde $X_i = [x_i \ y_i]^\top$, $U_i = [u_{d_i} \ v_{d_i}]^\top$,

$$\begin{aligned} R &= \begin{bmatrix} c_{\psi_i} & -s_{\psi_i} \\ s_{\psi_i} & c_{\psi_i} \end{bmatrix} \in SO(2), \\ S(r_{d_i} + \delta_{r_i}) &= \begin{bmatrix} 0 & -(r_{d_i} + \delta_{r_i}) \\ r_{d_i} + \delta_{r_i} & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{so}(2) \end{aligned} \quad (4)$$

con

$$\begin{aligned} SO(2) &= \left\{ R_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid R_i^\top R_i = I_2, \det(R_i) = 1 \right\} \\ \mathfrak{so}(2) &= \left\{ S(\cdot) \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid S(c) = \begin{bmatrix} 0 & -c \\ c & 0 \end{bmatrix}, \forall c \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

En donde, los términos $\delta_{X_i} \in \mathbb{R}^2$, $\delta_{z_i}, \delta_{r_i} \in \mathbb{R}$ son perturbaciones desconocidas que representan dinámicas no modeladas al cerrar el lazo de control que asegura (2)

3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

En esta sección se presenta un algoritmo de control para seguimiento de trayectorias en un cuatrirotor que puede modelarse por las ecuaciones (3). Se asume que en espacio aéreo vuelan al menos dos vehículos por lo que el problema de control se establece como sigue

Objetivo de control. Considere una flota de $N = [1, \dots, n]$ con $n > 1$ drones volando en el mismo espacio aéreo. Dada una trayectoria espacial para el i -esimo cuatrirotor X_{d_i}, z_{d_i} con derivadas con respecto al tiempo acotadas. Diseñar $u_{d_i}, v_{d_i}, w_{d_i}$ y r_{d_i} tales que el cuatrirotor siga la trayectoria con un ángulo de guiñada tangente a la trayectoria deseada y evite colisionar con otro cuatrirotor volando en el mismo espacio aéreo.

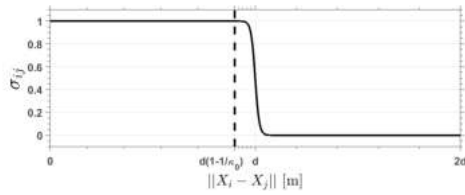


Fig. 1. Comportamiento deseado de σ_{ij}

Suposición 1. Se supone que la trayectoria espacial deseada X_{d_i} , z_{d_i} para el i -ésimo cuatrirotor es disjunta a la trayectoria de los otros $n - 1$ cuatrirotores. No obstante, existe la posibilidad que pueda existir colisión un número contable de ocasiones.

Debido a que el ángulo de guiñada deseado ψ_{d_i} debe ser tangente a la trayectoria deseada existe un fuerte acoplamiento entre la primera y tercera ecuación en (3) por lo que las leyes de control U_i y r_{d_i} se diseñan en conjunto. Para esto se definen los errores de seguimiento de trayectoria para el i -ésimo cuatrirotor

$$\tilde{X}_i = X_i - X_{d_i}, \tilde{R}_i = R_{d_i}^\top R_i$$

el objetivo es que \tilde{X}_i converja a cero y \tilde{R}_i converja a I_2 . Siguiendo la técnica de Inmersión e Invarianza se proponen los siguientes errores de estimación para las perturbaciones Astolfi et al. (2008)

$$\tilde{\delta}_{X_i} = \delta_{X_i} - \hat{\delta}_{X_i} + \beta_{1_i}(X_i), \tilde{\delta}_{r_i} = \delta_{r_i} - \hat{\delta}_{r_i} + \beta_{2_i}(\psi_i)$$

Para la evasión de colisiones en el espacio tridimensional se construye heurísticamente el siguiente CVR para el i -ésimo cuatrirotor

$$\Psi_i = \sum_{j \in N, j \neq i}^{n-1} F(\chi_i - \chi_j), F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A partir de la CVR en (5) se propone la siguiente retroalimentación para evasión de colisiones

$$U_{caX_i} = \kappa_1 \sum_{j \in N, j \neq i}^{n-1} \sigma_{ij} \begin{bmatrix} (x_i - x_j) - (y_i - y_j) - (z_i - z_j) \\ (x_i - x_j) + (y_i - y_j) - (z_i - z_j) \end{bmatrix} \quad (6)$$

con κ_1 una ganancia; para la dinámica de X_i y

$$U_{caz_i} = \kappa_1 \sum_{j \in N, j \neq i}^{n-1} \sigma_{ij} (x_i - x_j) + (y_i - y_j) + (z_i - z_j) \quad (7)$$

para la dinámica de z_i , con una función de activación para el CVR definida como

$$\sigma_{ij} = -\frac{1}{2} [\tanh[\kappa_0 (||\chi_i - \chi_j|| - d)] - 1] \quad (8)$$

dónde κ_0 es un parámetro de diseño y d es la distancia de seguridad entre los vehículos. Esta función evita la conmutación en la activación de la CVR al igual que la estrategia propuesta en González-Sierra et al. (2023). La Figura 1 presenta las características de la función de activación.

Comentario 1. En $SO(2)$ y $\mathfrak{so}(2)$ se tienen las las siguientes propiedades algebraicas Rodríguez-Cortés and Velasco-Villa (2022)

$$S(c)R - RS(d) = RS(c - d), \text{traza}(RS(c)) = -2cP_a(R)^\vee \quad (9)$$

para toda $R \in SO(2)$ y $c, d \in \mathbb{R}$. Con $P_a(R) = 1/2(R - R^\top)$ y la función $S(c)^\vee : \mathfrak{so}(2) \rightarrow \mathbb{R}$, definida como

$$S(c)^\vee = \begin{bmatrix} 0 & -c \\ c & 0 \end{bmatrix}^\vee = c \quad (10)$$

Para el diseño del controlador se considera la siguiente función de Lyapunov para cada vehículo

$$\mathcal{V}_i = \frac{1}{2} \tilde{X}_i^\top \tilde{X}_i + \frac{1}{2} \tilde{\delta}_{X_i}^\top \tilde{\delta}_{X_i} + \frac{1}{2} \text{traza}(I_2 - \tilde{R}_i) + \frac{1}{2} \tilde{\delta}_{r_i}^2 \quad (11)$$

La derivada de la función de Lyapunov a lo largo de las trayectorias de (3) es

$$\dot{\mathcal{V}}_i = \tilde{X}_i^\top (R_i U_i + \delta_{X_i}) + \tilde{\delta}_{X_i}^\top \left[-\dot{\hat{\delta}}_{X_i} + \nabla_{X_i} \beta_{1_i} (R_i U_i + \delta_{X_i}) \right] - \frac{1}{2} \text{traza} (\dot{R}_{d_i}^\top R_i + R_{d_i}^\top \dot{R}_i) + \tilde{\delta}_{r_i} \left[-\dot{\hat{\delta}}_{r_i} + \frac{d\beta_{2_i}}{d\psi_i} (r_{d_i} + \delta_{r_i}) \right] \quad (12)$$

Al definir

$$\begin{aligned} U_i &= R_i^\top (-K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) - \hat{\delta}_{X_i} + \beta_{1_i}(X_i) + \dot{X}_{d_i} + U_{caX_i}) \\ \dot{R}_{d_i} &= R_{d_i} S(\bar{r}_{d_i}) \end{aligned} \quad (13)$$

con K_{P_i} una matriz de ganancias definida positiva y $\mathbf{tanh}(\cdot)$ el operador tangente hiperbólica aplicado elemento a elemento en un vector. Al sustituir (13) en (12), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}_i &= -\tilde{X}_i^\top K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) + \tilde{X}_i^\top U_{caX_i} \\ &+ \tilde{\delta}_{X_i}^\top \left[\tilde{X}_i - \hat{\delta}_{X_i} + \nabla_{X_i} \beta_{1_i} (-K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) + \tilde{\delta}_{X_i}) \right] \\ &- \frac{1}{2} \text{traza} (-S(\bar{r}_{d_i}) \tilde{R}_i + \tilde{R}_i S(r_{d_i} + \tilde{\delta}_{r_i} + \hat{\delta}_{r_i} - \beta_{2_i}(\psi_i))) \\ &+ \tilde{\delta}_{r_i} \left[-\dot{\hat{\delta}}_{r_i} + \frac{d\beta_{2_i}}{d\psi_i} (r_{d_i} + \tilde{\delta}_{r_i} + \hat{\delta}_{r_i} - \beta_{2_i}(\psi_i)) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Por otro lado, a partir de la segunda ecuación en (13) se tiene

$$S(\bar{r}_{d_i}) = R_{d_i}^\top \dot{R}_{d_i} \Rightarrow (R_{d_i}^\top \dot{R}_{d_i})^\vee = \bar{r}_{d_i} = \dot{\psi}_{d_i} \quad (15)$$

Para satisfacer el objetivo de control respecto al ángulo de guiñada se tiene que el ángulo de guiñada deseado es función de la trayectoria deseada, esto es,

$$\psi_{d_i} = \varphi_i(x_{d_i}, y_{d_i}) \quad (16)$$

Al considerar las identidades en (9), la ecuación (14) puede expresarse como sigue

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}_i &= -\tilde{X}_i^\top K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) + \tilde{X}_i^\top U_{caX_i} \\ &+ \tilde{\delta}_{X_i}^\top \left[\tilde{X}_i - \hat{\delta}_{X_i} + \nabla_{X_i} \beta_{1_i} (-K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) + \tilde{\delta}_{X_i}) \right] \\ &+ (r_{d_i} + \tilde{\delta}_{r_i} + \hat{\delta}_{r_i} - \beta_{2_i}(\psi_i)) P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee \\ &+ \tilde{\delta}_{r_i} \left[-\dot{\hat{\delta}}_{r_i} + \frac{d\beta_{2_i}}{d\psi_i} (r_{d_i} + \tilde{\delta}_{r_i} + \hat{\delta}_{r_i} - \beta_{2_i}(\psi_i)) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

Definiendo

$$\begin{aligned} r_{d_i} &= -\hat{\delta}_{r_i} + \beta_{2_i}(\psi_i) - k_{R_i} P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee \\ \hat{\delta}_{X_i} &= \tilde{X}_i - \nabla_{X_i} \beta_{1_i} K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) \\ \hat{\delta}_{r_i} &= P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee - \frac{d\beta_{2_i}}{d\psi_i} k_{R_i} P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee \end{aligned} \quad (18)$$

La derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{\mathcal{V}}_i = -\tilde{X}_i^\top K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}_i) + \tilde{X}_i^\top U_{caX_i} + \tilde{\delta}_{X_i}^\top \nabla_{X_i} \beta_{1_i} \tilde{\delta}_{X_i} - k_{R_i} (P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee)^2 + \frac{d\beta_{2_i}}{d\psi_i} \tilde{\delta}_{r_i}^2 \quad (19)$$

Por lo tanto,

Proposición 1. Considere un flota de N cuatrirotores volando en el mismo espacio aéreo. Suponga que

$$||\chi_i - \chi_j|| > d, \forall i \neq j \quad (20)$$

con $i, j \in N$. Entonces, definiendo

$$\beta_{1_i} = -\gamma_{1_i} X_i, \beta_{2_i} = -\gamma_{2_i} \psi_i \quad (21)$$

con $\gamma_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ una matriz definida positiva y γ_{2_i} un escalar positivo, los errores de seguimiento de trayectoria \tilde{X}_i , $\tilde{\psi}_i$ y los errores de estimación $\tilde{\delta}_{X_i}$ y $\tilde{\delta}_{r_i}$ convergen asintóticamente a cero.

Prueba. Al considerar (20) y (21), la derivada de la función de Lyapunov (19) puede expresarse como sigue

$$\dot{V}_i = -\tilde{X}_i^\top K_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{X}) - \tilde{\delta}_{X_i}^\top \gamma_{1_i} \tilde{\delta}_{X_i} - k_{R_i} (P_{a_i}(\tilde{R}_i)^\vee)^2 - \gamma_{2_i} \tilde{\delta}_{r_i}^2 \quad (22)$$

de tal forma que \tilde{X} , $\tilde{\delta}_{X_i}$ y $\tilde{\delta}_{r_i}$ convergen a cero. Como se demuestra en Rodríguez-Cortés and Velasco-Villa (2022), para una matriz de dimensión 2×2 convergencia a cero de su parte anti simétrica, $P_{a_i}(\tilde{R}_i)$ implica que la matriz converge a $\pm I_2$ siendo $-I_2$ un punto de equilibrio inestable. Esto completa la prueba. \triangleleft

Comentario 2. En los cálculos anteriores se ha omitido a la dinámica vertical, la segunda ecuación en (3). Esto debido a que realizar un algoritmo de control con estimación de perturbaciones como el que se ha diseñado para la dinámica en el plano cartesiano es trivial. En lo que sigue se considera que se tiene un control para la dinámica vertical con su correspondiente estimador de perturbación, en este caso $\tilde{\delta}_{z_i}$.

Note que la dinámica en lazo cerrado del cuatrirotor en el espacio tridimensional para el i -ésimo cuatrirotor puede escribirse como sigue

$$\dot{\chi}_i = -\bar{K}_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{\chi}_i) + \tilde{\delta}_{\chi_i} + \dot{\chi}_d + U_{ca_i} \quad (23)$$

con

$$\bar{K}_{P_i} = \begin{bmatrix} K_{P_i} & 0 \\ 0 & k_{p_{z_i}} \end{bmatrix}, \tilde{\delta}_{\chi_i} = \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_{X_i} \\ \tilde{\delta}_{z_i} \end{bmatrix}, U_{ca_i} = \begin{bmatrix} U_{caX_i} \\ U_{caz_i} \end{bmatrix}$$

y $\chi_d = [X_d \ z_d]^\top$. Para analizar el comportamiento de los cuatrirotores cuando se encuentran a la distancia de seguridad d analizaremos la dinámica de

$$\rho_i = \|\chi_i - \chi_j\| - d, \quad i \in N, j \neq i \quad (24)$$

Notar que

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_i = & \frac{1}{2(\rho_i + d)} \left[(\chi_i - \chi_j)^\top (\bar{K}_{P_j} \mathbf{tanh}(\tilde{\chi}_j) - \bar{K}_{P_i} \mathbf{tanh}(\tilde{\chi}_i)) \right. \\ & + (\chi_i - \chi_j)^\top (\tilde{\delta}_{\chi_i} - \tilde{\delta}_{\chi_j}) + (\chi_i - \chi_j)^\top (\dot{\chi}_{d_i} - \dot{\chi}_{d_j}) \\ & \left. + \kappa_1 \sum_{j \in N, j \neq i}^{n-1} \sigma_{ij} (\chi_i - \chi_j)^\top F(\chi_i - \chi_j) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Por lo tanto, se puede establecer

Proposición 2. Considere una flota de N cuatrirotores volando en el mismo espacio aéreo. Suponga que en la posición inicial todos cuatrirotores se encuentran a una distancia mayor a la de seguridad d . Aplicando el algoritmo de control que genere la dinámica de lazo cerrado en (23), existe una ganancia κ_1 que evita colisiones entre los cuatrirotores.

Prueba. La dinámica en lazo cerrado en (23) puede lograrse con el controlador de la Proposición 1 complementado con uno similar para la dinámica vertical, no reportado en este trabajo. La prueba de no colisión se completa demostrando que cuando el i -ésimo cuatrirotor se encuentre en peligro de colisionar con alguno de los otros ρ_i es positiva. Note que cuando

$$\|\chi_i - \chi_j\| = d \left(1 - \frac{1}{\kappa_0}\right)$$

para algún $j \in N$ se tiene que $\sigma_{ij} = 1$ y el CVR alcanza su máximo valor, ver Figura 1. Considere el caso en el que el dron i esta en riesgo de colisionar con el dron j , en esta condición se tiene

$$\dot{\rho}_i \geq \frac{1}{2d(1 - 1/\kappa_0)} \left[\sqrt{d(1 - 1/\kappa_0)} (-\epsilon_{1_i} - \epsilon_{2_i} - \epsilon_{3_i}) + \kappa_1 \lambda_m(F)(d(1 - 1/\kappa_0)) \right] \quad (26)$$

dónde

$$\begin{aligned} \epsilon_{1_i} &= \sqrt{3} (\lambda_M(\bar{K}_{P_i} + \lambda_M(\bar{K}_{P_j})), \\ \epsilon_{2_i} &= \|\tilde{\delta}_{\chi_i} - \tilde{\delta}_{\chi_j}\|, \quad \epsilon_{3_i} = \|\dot{\chi}_{d_i} - \dot{\chi}_{d_j}\| \end{aligned} \quad (27)$$

con $\lambda_M(\cdot)$ y $\lambda_m(\cdot)$ los valores propios máximo y mínimo de una matriz. Dado que los errores de estimación convergen a cero y las

velocidades deseadas se eligen acotadas, se tiene que ϵ_{2_i} y ϵ_{3_i} son acotados, por lo tanto puede elegirse una ganancia κ_1 finita tal que $\dot{\rho}$ es positiva y se evita la colisión. De forma similar se puede verificar la no colisión entre otros cuatrirotores. \triangleleft

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados experimentales que evalúan el desempeño de los controladores propuestos.

4.1 Esquema de comunicación

En el experimento se utilizan los cuatrirotores comerciales DJI modelos Mini 3 y Mini 3 pro. Estos cuatrirotores están diseñados para ser operados manualmente por radio frecuencia. Se verificó experimentalmente que la operación de estos cuatrirotores puede modelarse por el sistema de ecuaciones diferenciales reportado en (3).

A través del *Mobile Software Development Kit* (Mobile SDK) de DJI DJI-Enterprise (2024) es posible desarrollar una aplicación para telefono inteligente que permite acceder a características de los cuatrirotores en modo desarrollador ¹. Una de estas características es el modo *Virtual Stick*; modo en el cual el movimiento del robot móvil aéreo se realiza a través de joysticks virtuales proyectados en la pantalla del telefono. Además, los joysticks virtuales pueden recibir comandos desde otra fuente, por ejemplo, una computadora personal en la que podrían ejecutarse, en tiempo real suave, los algoritmos de control para seguimiento de trayectorias y evasión de colisiones. Este es el enfoque que se utiliza en este trabajo, ver Figura 2. La posición de cada cuatrirotor se determina utilizando el sistema de cámaras infrarrojas de OptiTrack *Flex 13* y el programa *Motive: Tracker 3.1.0 Beta 2* con una precisión de 0.02mm OptiTrack (2024).



Fig. 2. Esquema de comunicación

La posición y orientación de cada cuatrirotor llega a una computadora central. Esta información se manda a un software de programación que sea capaz de utilizar el *Protocol Buffers* de Google con *gRPC* gRPC Authors (2024), en este caso, se utilizó el lenguaje Python.

El sistema utiliza un servidor central en Java, este servidor se comunica con el programa principal en Python de manera local y con los telefonos móviles a través de una red WiFi, recibe los valores de control $u_{di}, v_{di}, w_{di}, r_{di}$ y posteriormente los distribuye a cada telefono conectado al servidor, esto lo hace a través de *strings*, generando un *string* independiente por cada telefono conectado al servidor. Cabe mencionar que es necesario que el número de telefonos conectados al servidor debe ser igual al número de algoritmos de control que se están resolviendo en tiempo real.

¹ Los modelos DJI con los que es compatible el Mobile SDK es limitado.

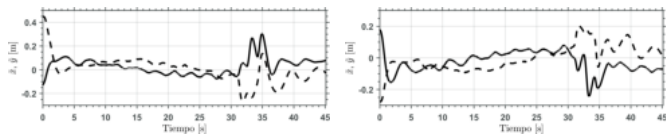


Fig. 3. Error de posición de los cuatrirrotores

Mediante el *Protocol Buffers* los valores de control llegan al *string* correspondiente en el servidor en Java y este las reenvía al teléfono. En el teléfono se utiliza una aplicación modificada con el Mobile SDK de DJI, en la cual se hicieron modificaciones para conectarse al servidor de Java y poder recibir instrucciones de TCP (Transmission Control Protocol). Modificando el modo *Virtual Sticks* los comandos transmitidos a través del servidor de Java son recibidos y reenviados al robot móvil. Toda esta comunicación se representa gráficamente en la Fig. 2

4.2 Resultados del experimento

El experimento consiste en dos drones siguiendo cada uno una trayectoria independiente, el primero sigue un círculo, dado por las ecuaciones (28), mientras que el segundo sigue un círculo dado por las ecuaciones (29), ambas trayectorias tiene frecuencia $\omega = 2\pi(1/45)$, de esta manera es inevitable que los robots móviles se encuentren en el centro mientras siguen sus trayectorias independientes.

$$\begin{aligned} x_{d1} &= -0.75 - 0.75 \sin(\omega t), & y_{d1} &= 0.75 \cos(\omega t) \\ z_{d1} &= -1.2, & \psi_{d1} &= \arctan\left(\frac{y_d}{x_d + 0.75}\right) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} x_{d2} &= 0.75 - 0.75 \sin \omega t + \pi, & y_{d2} &= 0.75 \cos(\omega t + \pi) \\ z_{d2} &= -1.2, & \psi_{d2} &= \arctan\left(\frac{y_d}{x_d - 0.75}\right) \end{aligned} \quad (29)$$

Las ganancias utilizadas durante el experimento se presentan en la Tabla 1.

K_{P_i}	$\text{diag}\{9.5, 7.5\}$	k_{R_i}	110
γ_1	$\text{diag}\{0.65, 0.55\}$	γ_2	0.5
κ_1	20	κ_0	100

Tabla 1. Ganancias.

En el experimento los drones se despegan de manera manual, una vez en el aire se inicia el programa con los algoritmos de control. El programa se detiene cuando los drones han recorrido su trayectoria, terminando el experimento, los drones se aterrizan de manera manual. El video del experimento, así como una prueba de regulación con evasión de tres robots móviles, se puede ver en el siguiente enlace: <https://youtu.be/eSaDKV3Deo0>

En la Figura 3 se presentan los errores de posición, tanto en x como en y , para los cuatrirrotores. Los vehículos aéreos presentan errores, relativamente, pequeños durante los primeros 30 segundos, demostrando que los algoritmos propuestos permiten a las aeronaves seguir la trayectoria satisfactoriamente; en el segundo 30, aproximadamente, los robots móviles se acercan, activándose el CVR, es por ello que los errores crecen, sin embargo, una vez los robots evitan la colisión, el error de posición vuelve a reducirse.

La Figura 4 presenta el error de orientación de los vehículos aéreos. Cabe destacar el hecho de que, apesar de existir muchas oscilaciones, estas son alrededor de cero y de magnitud pequeña. La Figura 5 muestra la evolución de la distancia entre ambos robots móviles. Entre el segundo 30 y 37 se pueden notar un par de oscilaciones,

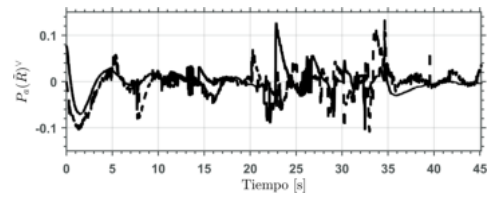


Fig. 4. Error de orientación $(P_a(\tilde{R}))^v$ de ambos robots móviles aéreos

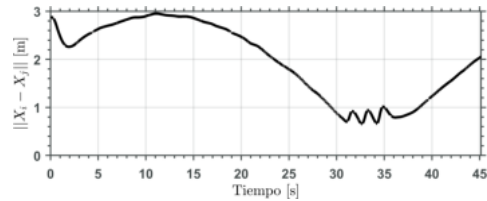


Fig. 5. Distancia entre ambos robots móviles aéreos

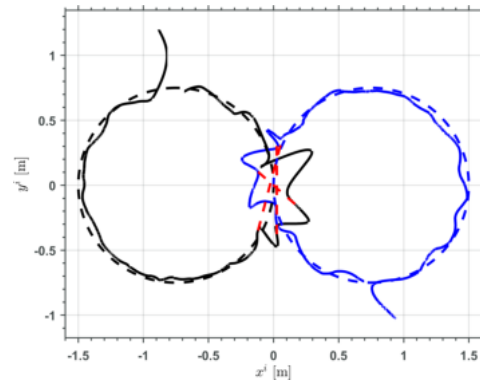


Fig. 6. Trayectoria seguida en el plano por los robots móviles aéreos

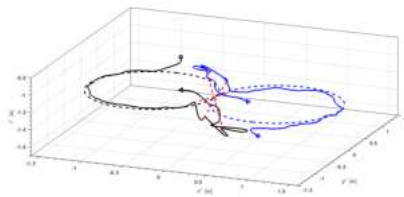


Fig. 7. Trayectoria seguida en el espacio por los robots móviles aéreos

estas son generadas debido al CVR que aleja los robots uno de otro para evitar la colisión.

Finalmente, las Figuras 6 y 7 presentan la trayectoria seguida por ambos vehículos aéreos en el plano y en el espacio, respectivamente. En la primer figura se puede notar que ambos drones siguieron la trayectoria de manera exitosa; la línea roja segmentada una las posiciones de los robots en el momento en el que se activaron los CVR. La segunda figura muestra los mismos datos que la anterior, pero en el espacio, haciendo más visible la estrategia de evasión de los robots móviles aéreos.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta el diseño y validación experimental de un algoritmo de seguimiento de trayectorias y evasión de obstáculos para cuatrirotores que pueden ser controlados a nivel cinemático. El algoritmo incluye una estrategia para compensar dinámicas no modeladas de naturaleza constante. Actualmente, se está trabajando en el diseño de algoritmos de consenso y formación para este tipo de robots móviles aéreos.

REFERENCIAS

- Aslan, M.F., Durdu, A., Sabanci, K., Ropelewska, E., and Gültekin, S.S. (2022). A comprehensive survey of the recent studies with uav for precision agriculture in open fields and greenhouses. *Applied Sciences*, 12(3). doi:10.3390/app12031047. URL <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/3/1047>.
- Astolfi, A., Karagiannis, D., and Ortega, R. (2008). *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*, volume 187. Springer.
- Barnes, L., Fields, M., and Valavanis, K. (2007). Unmanned ground vehicle swarm formation control using potential fields. In *2007 Mediterranean Conference on Control Automation*, 1–8. doi: 10.1109/MED.2007.4433724.
- Belge, E., Altan, A., and Hacıoğlu, R. (2022). Metaheuristic optimization-based path planning and tracking of quadcopter for payload hold-release mission. *Electronics*, 11(8). doi:10.3390/electronics11081208. URL <https://www.mdpi.com/2079-9292/11/8/1208>.
- Conceição, M.I., Conceição, E., Grilo, A., Basiri, M., and Awbi, H. (2023). The application of uavs in the evaluation of thermal comfort levels in buildings equipped with internal greenhouses. *Clean Technologies*, 5(3), 1080–1114. doi:10.3390/cleantech05030055.
- DJI-Enterprise (2024). Mobile software development kit. URL <https://developer.dji.com/mobile-sdk/>. Last accessed 25-06-2024.
- Ehang (2024). Ehang aerial light show. URL <https://www.ehang.com/formation/>. Accessed 20-06-2024.
- Fiorini, P. and Shiller, Z. (1998). Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles. *The International Journal of Robotics Research*, 17(7), 760–772. doi: 10.1177/027836499801700706. URL <https://doi.org/10.1177/027836499801700706>.
- González-Sierra, J., Hernandez-Martinez, E., Ramírez-Neria, M., and Fernandez-Anaya, G. (2023). Smooth collision avoidance for the formation control of first order multi-agent systems. *Robotics and Autonomous Systems*, 165, 104433. doi:<https://doi.org/10.1016/j.robot.2023.104433>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889023000726>.
- gRPC Authors (2024). Rpc framework. URL <https://grpc.io/>. Last accessed 25-06-2024.
- Habibi, H., Safaei, A., Voos, H., Darouach, M., and Sanchez-Lopez, J.L. (2023). Safe navigation of a quadrotor uav with uncertain dynamics and guaranteed collision avoidance using barrier lyapunov function. *Aerospace Science and Technology*, 132, 108064. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.108064>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963822007386>.
- Hernández-Martínez, E.G. and Aranda-Bricaire, E. (2009). Multi-agent formation control with collision avoidance based on discontinuous vector fields. In *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 2283–2288. doi:10.1109/IECON.2009.5415217.
- Javaid, M., Khan, I., Singh, R., Rab, S., and Suman, R. (2022). Exploring contributions of drones towards industry 4.0. *Industrial Robot*, 49(3), 476–490. doi:<https://doi.org/10.1108/IR-09-2021-0203>.
- Kaplan, K. (2016). 500 drones light night sky to set record. URL <https://www.new-techeurope.com/2016/11/06/intel-drone-technology-breaking-new-ground/>. Accessed 20-06-2024.
- Loizou, S.G. (2017). The navigation transformation. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(6), 1516–1523.
- Malang, C., Charoenkwan, P., and Wudhikarn, R. (2023). Implementation and critical factors of unmanned aerial vehicle (uav) in warehouse management: A systematic literature review. *Drones*, 7(2). doi:10.3390/drones7020080. URL <https://www.mdpi.com/2504-446X/7/2/80>.
- Mendoza-Soto, J.L., Alvarez-Icaza, L., and Rodríguez-Cortés, H. (2018). Constrained generalized predictive control for obstacle avoidance in a quadcopter. *Robotica*, 36(9), 1363–1385. doi: 10.1017/S026357471800036X.
- Morelli, E.A. and Klein, V. (2016). *Aircraft system identification: theory and practice*, volume 2. Sunflyte Enterprises Williamsburg, VA.
- Olivares, V., Cordova, F., Sepúlveda, J.M., and Derpich, I. (2015). Modeling internal logistics by using drones on the stage of assembly of products. *Procedia Computer Science*, 55, 1240–1249. doi:<https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.07.132>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050915016075>. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015.
- OptiTrack (2024). Motive, optical motion capture software. URL <https://optitrack.com/software/motive/>. Last accessed 25-06-2024.
- Pan, Z., Zhang, C., Xia, Y., Xiong, H., and Shao, X. (2022). An improved artificial potential field method for path planning and formation control of the multi-uav systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 69(3), 1129–1133. doi:10.1109/TCSII.2021.3112787.
- Ramírez-Rodríguez, J.M., Tlatelpa-Osorio, Y.E., and Rodríguez-Cortés, H. (2021). Low level controller for quadrotors. In *2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 1155–1161. doi:10.1109/ICUAS51884.2021.9476683.
- Restrepo, E., Sarras, I., Loria, A., and Marzat, J. (2019). 3d uav navigation with moving-obstacle avoidance using barrier lyapunov functions. *IFAC-PapersOnLine*, 52(12), 49–54. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.068>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896319310031>. 21st IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA 2019.
- Rodríguez-Cortés, H. and Velasco-Villa, M. (2022). A new geometric trajectory tracking controller for the unicycle mobile robot. *Systems Control Letters*, 168, 105360. doi:<https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2022.105360>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691122001414>.
- Romero, J.G., Navarro, D., Nuno, E., and Que, H. (2022). A globally convergent adaptive velocity observer for nonholonomic mobile robots affected by unknown disturbances. *IEEE Control Systems Letters*, 7, 85–90.
- Romero, J.G., Nuno, E., and Aldana, C.I. (2024). Global consensus-based formation control of perturbed nonholonomic mobile robots with time varying delays. *Journal of the Franklin Institute*, 361(2), 557–571.
- Waibel, M., Keays, B., and Augugliaro, F. (2017). Drone shows: Creative potential and best practices. Technical report, ETH Zürich. URL <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010831954>.