

# Synchronized estimation of displacement in a structure using multi-sensors under different sampling periods

L.A. Galicia-Galicia\* O. Hernández-González\*\*  
C.D. García-Beltrán\* M.E. Guerrero-Sánchez\*\*\*  
J.F. Castro-Gómez\*\* G. Valencia-Palomo\*\*

\* *Tecnológico Nacional de México, CENIDET, C.P. 62490, Cuernavaca, México (e-mail: d22ce087@cenidet.tecnm.mx)*

\*\* *Tecnológico Nacional de México, IT Hermosillo, Av. Tecnológico 115, C.P. 83170, Hermosillo, Sonora, México.*

\*\*\* *CONACYT-Tecnológico Nacional de México, IT Hermosillo, Av. Tecnológico 115, C.P. 83170, Hermosillo, Sonora, México.*

---

**Abstract:** This paper presents an estimation algorithm based on a synchronized observer, using homogeneous sensor fusion for a linear system in the presence of multiple sampling periods, whether periodic or aperiodic. This allows for the fusion of a single continuous-time estimation applied in a vertical building-like structure. Additionally, the multisensors are affected by different measurement noises. The designed algorithm is validated on a two-story vertical building structure with multisensors that have different sampling rates and significantly large sampling intervals for the system, aiming to reduce the effects of noisy signals. The effects of multiple sampling and noise are very real issues in monitoring systems.

*Keywords:* Multi-sensors, Fusion, Synchronized observer, Multiple samplings

---

## 1. INTRODUCCIÓN

En la vida diaria, es común tomar decisiones, y estas se vuelven difíciles si la información es diversa, múltiple o insuficiente, así como decidir entre varias opciones. Del mismo modo, en las aplicaciones o programas que toman decisiones y tratan de entregar la mejor y única respuesta, surgen problemas al combinar información de fuentes de datos heterogéneas.

Sin embargo, incluso teniendo una gran cantidad de información, la falta de datos en las aplicaciones del mundo real es común. Esto puede deberse a que, en ocasiones, los sensores se dañan, no existen sensores para algunas variables, o los equipos funcionan incorrectamente. Estos son escenarios en lo que faltan datos.

Así, la fusión de multisensores proporciona mayor comprensión del entorno que se desea controlar, así como información para planificar y tomar decisiones (Dong et al., 2009). Esto ha generado un gran interés en las técnicas de fusión de multisensores (Samaras et al., 2019). Técnicas como la inteligencia artificial (IA), las redes neuronales profundas (DNN) y las estimaciones estadísticas se utilizan para fusionar las mediciones de los sensores. Las redes DNN se han convertido en una metodología muy atractiva para la representación de datos, como se presenta en los trabajos de LeCun et al. (2015) y Liu et al. (2018). Ahora,

el seguimiento de objetivos multisensor está dominado por las técnicas de secuencia de estimación con el filtro de Kalman (Hall and Llinas, 1997).

La forma de modelar y fusionar la información proveniente de un sistema multisensor sigue siendo una pregunta abierta. La fusión de datos de sensores, o simplemente fusión de sensores o fusión de datos, se refiere a la combinación de señales de diferentes sensores disponibles en los sistemas dinámicos para obtener mejores estimaciones de las variables de interés.

La fusión de señales multisensor es la combinación de señales de más de un sensor para hacer posible que la información resultante sea mejor que la de un solo sensor (Elmenreich, 2001). En la mayoría de los casos, un solo sensor presenta limitaciones para cumplir satisfactoriamente su tarea de medición, por lo que se añade otro sensor que complementa la medición. En Ma et al. (2017), se fusionan un sensor electromagnético y un sensor infrarrojo. Ambos tienen diferentes características entre sí; sin embargo, al fusionarse se complementan para mejorar la precisión en el reconocimiento del objetivo. En Li and Fu (2018), se fusionan el sensor GPS, el sistema de navegación Inercial (INS), y los sensores de luz visible. Cada uno de estos sensores funciona de manera diferente, y en la fusión comparten y complementan información para lograr el posicionamiento de un vehículo aéreo no tripulado (UAV).

Existen diversas y múltiples aplicaciones para la fusión de datos multisensor; algunas otras se pueden encontrar en Gao et al. (2018), You et al. (2020) y en Karaked et al. (2022). De acuerdo al método de integración, la fusión de datos se puede dividir en homogéneas y heterogéneas (Chen et al., 2021). En los casos antes mencionados, se han presentado fusión de datos heterogéneas multisensor, siendo los más reportados en la literatura.

Para la fusión de datos se utiliza el enfoque de filtros de Kalman y sus mejoras. Por otra parte, en Grave and Tang (2015) presenta una solución novedosa para la estimación de profundidad desconocida de un objeto en 3D utilizando la sincronización de observadores de orden completo, lo que da como resultado señales con menos ruido al sincronizar los observadores. De igual manera, en Pérez et al. (2018), se lleva a cabo la sincronización de observadores para una clase de osciladores neuronales. En Chávez-Moreno et al. (2018), se estiman la velocidad angular de pequeños satélites utilizando el diseño de observadores sincronizados, y en Tang et al. (2019) abordan el diseño de un observador multisensor para medir la misma señal. En este trabajo, se realiza la fusión de sensores de posición para reconstruir la medición de posición y velocidad de cada uno de los pisos utilizando observadores sincronizados. Así también, otros trabajos utilizan sensores de aceleración (Concha et al., 2017; Morales-Valdez et al., 2017).

La aportación de este artículo es dar solución al problema de múltiples sensores para estimar los desplazamientos de una estructura de tipo edificio. Las mediciones de posición provienen de distintos sensores, que pueden estar afectados por distintos ruidos de medición y múltiples periodos de muestreo en cada sensor, los cuales pueden ser periódicos o aperiódicos. Se considera un escenario donde las mediciones múltiples provienen de distintos sensores que miden la posición de cada piso, modelando el edificio como un sistema lineal, como se presenta en la Sección 2. La aportación del artículo es un observador sincronizado con múltiples salidas muestreadas a distintos periodos de muestreo, el cual utiliza como base un observador continuo-discreto de orden completo presentado en la Sección 3 y su versión de sincronización en la Sección 4. El observador logra estimar el vector de estado de forma sincronizada, reduciendo el error de estimación mediante las  $p$  mediciones de salida afectadas por distintos ruidos de medición y periodos de muestreo. Con esto, se logra convergencia del observador sincronizado frente a estos dos problemas reales en el monitoreo de sistemas. En la Sección 5, se evalúa el esquema de estimación basado en un observador, considerando una estructura vertical tipo edificio de  $n = 2$ -pisos y  $p = 3$ -mediciones de las posiciones de salida de cada uno de los pisos. Por último, se presentan las conclusiones en la Sección 6.

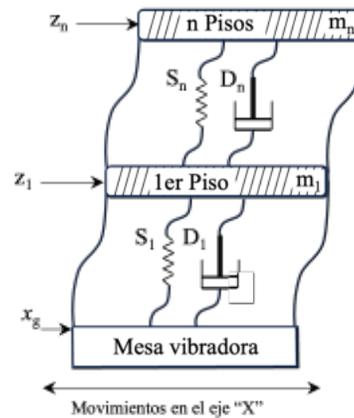


Figura 1. Esquema de una estructura vertical tipo edificio de  $n$  pisos.

## 2. MODELADO DE ESTRUCTURA DE TIPO EDIFICIO

Se considera una estructura de tipo edificio vertical con  $n$ -pisos, representada en la Figura 1, como en (Rodríguez-Torres et al., 2021), la cual tiene el siguiente modelo matemático:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}S & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ \xi \end{bmatrix} g \\ y = [I_n \ 0_n] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = z_1 \end{cases} \quad (1)$$

siendo  $z_1$  y  $z_2$  las posiciones y velocidades de cada uno de los pisos, respectivamente;  $n$  el número de pisos de la estructura;  $y$  la medición de las posiciones de cada uno de los pisos; y  $M$ ,  $D$  y  $S$  las matrices de constantes conocidas de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, definidas como:

$$M = \text{diag}[m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n] > 0 \quad (2)$$

$$D = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 & \dots & 0 & 0 \\ -d_2 & d_2 + d_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & d_{n-1} + d_n & -d_n \\ 0 & 0 & \dots & -d_n & d_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3)$$

$$S = \begin{bmatrix} s_1 + s_2 & -s_2 & \dots & 0 & 0 \\ -s_2 & s_2 + s_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & s_{n-1} + s_n & -s_n \\ 0 & 0 & \dots & -s_n & s_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4)$$

donde  $m_i$ ,  $d_i$  y  $s_i$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ , son la masa, la constante de amortiguamiento y la constante de rigidez entre los pisos, respectivamente. El vector  $\xi$  permite distribuir la señal sísmica  $g(t)$ , quedando:

$$\xi = [1, 1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1} \quad (5)$$

El vector de estado está definido por la posición y velocidad de cada uno de los niveles de la estructura, representado por  $z = [z_1, z_2]^T$ , quedando el siguiente modelo:

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}S & -M^{-1}D \end{bmatrix} z - \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ \xi \end{bmatrix} g \\ y = [I_n \ 0_n] z = z_1 \end{cases} \quad (6)$$

El sistema (6) se puede escribir como:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Eg \\ y = Cz = z_1 \end{cases} \quad (7)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -M^{-1}S & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ \xi \end{bmatrix}, \quad C = [I_n \ 0_n], \quad (9)$$

donde  $z$  es el estado,  $y$  la salida medible, y el par  $(A, C)$  es observable.

### 3. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Considere el sistema lineal presentado en (7), el cual puede estar siendo monitoreado por múltiples tipos de sensores con distintos periodos de muestreo. Por lo tanto, es necesario llevar a cabo el análisis del monitoreo con un tipo particular de sensor para el sistema lineal presentado en (7), considerando que las mediciones de salida están disponibles en instantes de tiempo, es decir, se considera una salida muestreada con un periodo de muestreo dado. Por lo tanto, se propone el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + Eg(t), \\ y(t_k) = Cz(t_k) = z_1(t_k). \end{cases} \quad (10)$$

donde  $y(t_k) \in \mathbb{R}^p$  es la medición de salida, adquirida en instantes de tiempo con un rango de muestreo que puede ser periódico o aperiódico. Las matrices  $A$ ,  $C$  y  $E$ , así como el vector de estado  $z$ , y la señal  $g(t)$ , ya fueron definidas previamente.

Es importante mencionar que el par del sistema (10)  $(A, C)$ , se asume como observable.

Además, se asume que hay  $p$  mediciones de  $y(t_k)$  representadas por  $y_i(t_{k,i}) = y(t_{k,i}) + w_i(t_{k,i})$ ,  $i = 1, \dots, p$ , las cuales están afectadas por ruido de medición  $w_i(t_{k,i})$ . El problema es diseñar un observador tal que la diferencia entre la trayectoria de estado  $z(t)$  y su estimación  $\hat{z}(t)$  satisfaga que  $\|\hat{z} - z\| \rightarrow 0$  asintóticamente, manteniendo todas las soluciones del sistema acotadas. Se asume que las mediciones de salidas  $y_i(t_k)$  pueden ser medidas en distintos tiempos de muestreos, es decir, cada medición de salida se muestrea aperiódicamente.

En este trabajo se considera que cada salida medible está disponible solo en ciertos instantes de tiempo. Considerando  $y_i(t_k)$  como la  $i$ -ésima salida  $i = 1, \dots, p$ , para esta salida está disponible en los instantes de tiempo,  $0 \leq t_i^{(0)} < t_i^{(1)} < \dots < t_i^{(k)}$ ,  $\Delta_i^{(k)} = t_i^{(k+1)} - t_i^{(k)}$  y  $\lim_{k \rightarrow \infty} t_i^{(k)} = +\infty, i = 1, \dots, p$ . Entonces, para cada

salida existe  $0 < \Delta_{m_i} \leq \Delta_{M_i} < +\infty$ , lo que corresponde a

$$0 < \Delta_i^{(k)} = t_i^{(k+1)} - t_i^{(k)} \leq \Delta_{M_i}, \forall k \geq 0, i = 1, \dots, p.$$

Primeramente, se aborda el diseño de observadores para la clase de sistemas dinámicos (10), asumiendo salidas medidas limpias  $y(t_k)$ .

Se considera el siguiente observador de orden completo para la estimación del vector de estado del sistema (10) con mediciones de salida muestreadas a un rango periódico o aperiódico:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + K\eta(t) + Eg(t) \\ \dot{\eta}(t) = -CK\eta(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), k \in \mathbb{N} \\ \eta(t_k) = Cz(t_k) - C\hat{z}(t_k), \end{cases} \quad (11)$$

donde  $\hat{z} = [\hat{z}^1, \hat{z}^2]^T$  es el vector de estado estimado y  $K$  es la ganancia del observador. Cabe mencionar que la función  $\eta(t)$  es continua en el intervalo de tiempo  $[t_k, t_{k+1})$  y se actualiza en cada instante de muestreo  $t_k$  utilizando solo la medición de salida muestreada  $y(t_k)$ , es decir, a una tasa de muestreo periódica o aperiódica.

**Nota:** Es importante mencionar para el caso del sistema de la estructura vertical de tipo edificio, la medición de salida es el vector de los desplazamientos de cada piso del edificio, es decir,  $y(t_k) = z_1(t_k)$ , siendo  $z_1(t_k)$  todos los desplazamientos de cada uno de los pisos.

Considerando esto, se propone el siguiente teorema.

**Teorema 1.** Sea el sistema (11) un observador para estimar el estado del sistema (10), si existen matrices  $P > 0$ ,  $R$  y  $Q > 0$  de dimensiones apropiadas, que satisfagan la siguiente desigualdad:

$$A^T P + PA - C^T R - R^T C \leq -Q \quad (12)$$

donde la ganancia del observador es  $K = P^{-1}R^T$ , y si la cota máxima del diámetro de partición de la muestra es  $\Delta_{\bar{M}} < \frac{a_{\theta K}}{b_{\theta K}}$ . Así, el observador (11) convergerá exponencialmente a una región acotada que dependerá de dicho diámetro.

**Prueba:** Tomando en cuenta (10) y (11), se tiene la siguiente dinámica del error de observación  $\tilde{z} = z - \hat{z}$ :

$$\dot{\tilde{z}}(t) = A\tilde{z}(t) - K\eta(t) \quad (13)$$

Ahora se considera  $\dot{\eta}(t)$  en (11), se tiene que:

$$\eta(t) = e^{-CK(t-t_k)} C\tilde{z}(t_k) \quad (14)$$

Ahora, se define una variable auxiliar  $\zeta(t)$ :

$$\zeta(t) = C\tilde{z}(t) - \eta(t) = C\tilde{z}(t) - e^{-CK(t-t_k)} C\tilde{z}(t_k) \quad (15)$$

Sustituyendo (15) en (13) se obtiene:

$$\dot{\tilde{z}}(t) = (A - KC)\tilde{z}(t) + K\zeta(t) \quad (16)$$

Considerando la siguiente función cuadrática de Lyapunov  $V(\tilde{z}, t) = \tilde{z}^T(t)P\tilde{z}(t)$ , la cual tiene la siguiente dinámica en el tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{z}(t), t) &= 2\tilde{z}^T(t)P[(A - KC)\tilde{z}(t) + K\zeta(t)] \\ &= 2\tilde{z}^T(t)P(A - KC)\tilde{z}(t) + 2\tilde{z}^T(t)PK\zeta(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Tomando en cuenta el Teorema (1), se debe asegurar que existe una matriz simétrica  $P > 0$  y  $\mu = \|Q\|$ , tal que:

$$A^T P + PA - C^T R - R^T C \leq -\mu \quad (18)$$

con lo que la ganancia del observador estará dada por  $K = P^{-1}R^T$ .

Continuando con el análisis, se revisa la función auxiliar  $\zeta(t)$  dada por (15). La función auxiliar presenta la siguiente dinámica en el tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= C\dot{\tilde{z}}(t) + CK e^{-CK(t-t_k)} C\tilde{z}(t) \\ &= C[(A - KC)\tilde{z}(t) + K\zeta(t)] + CK e^{-CK(t-t_k)} C\tilde{z}(t_k) \\ &= CA\tilde{z}(t). \end{aligned} \quad (19)$$

A partir de la ecuación (19),  $\zeta(t)$  queda:

$$\zeta(t) = \int_{t_k}^t CA\tilde{z}(s)ds. \quad (20)$$

Obteniendo la norma de  $\zeta(t)$ :

$$\begin{aligned} \|\zeta(t)\| &\leq \|C\| \int_{t_k}^t \|A\| \|\tilde{z}(s)\| ds \\ &\leq \frac{\|A\|}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}} \int_{t_k}^t \sqrt{V(\tilde{z}(s), s)} ds \end{aligned} \quad (21)$$

Tomando en cuenta (18) y (21), se determina la norma de cada término de (17). Las normas obtenidas son las siguientes:

$$\|2\tilde{z}^T(t)P(A - KC)\tilde{z}(t)\| \leq -2\mu V(\tilde{z}(t), t), \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \|2\tilde{z}^T(t)PK\zeta(t)\| &\leq 2\|K\| \left( \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|A\| \int_{t_k}^t \sqrt{V(\tilde{z}(s), s)} ds \right) \\ &\quad \times \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)}. \end{aligned} \quad (23)$$

A continuación, se sustituyen las ecuaciones previas en (17), queda:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{z}(t), t) &\leq -2\mu V(\tilde{z}(t), t) \\ &\quad + 2\|K\| \left( \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} \|A\| \int_{t_k}^t \sqrt{V(\tilde{z}(s), s)} ds \right) \\ &\quad \times \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)} \end{aligned}$$

Reescribiendo, queda como a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)} &\leq -2\mu \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)} \\ &\quad + 2\sigma \|K\| \|A\| \int_{t_k}^t \sqrt{V(\tilde{z}(s), s)} ds \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{con } \sigma = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}.$$

Agrupando:

$$a_{\theta_K} = 2\mu, b_{\theta_K} = 2\sigma \|K\| \|A\|, \quad (25)$$

Sustituyendo (25) en (24) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)} &\leq -a_{\theta_K} \sqrt{V(\tilde{z}(t), t)} \\ &\quad + b_{\theta_K} \int_{t_k}^t \sqrt{V(\tilde{z}(s), s)} ds \end{aligned} \quad (26)$$

De acuerdo al Lema 2.1 presentado en Ramírez-Rasgado et al. (2022) se asegura que existe una convergencia exponencial del observador propuesto, donde el valor máximo del diámetro de muestreo  $\Delta_{\bar{M}}$  satisface la siguiente desigualdad:

$$\Delta_{\bar{M}} < \frac{a_{\theta_L}}{b_{\theta_L}} = \frac{\mu}{\sigma \|K\| \|A\|} \quad (27)$$

#### 4. OBSERVADOR SINCRONIZADO

Considerando que para el sistema (10) se asume que existen  $p$  mediciones de  $y(t_k)$  denotadas por  $y_i(t_{k,i}) = y(t_{k,i}) + w_i(t_{k,i})$ ,  $i = 1, \dots, p$ , afectadas por el ruido blanco  $w_i(t_{k,i})$  con  $\mathbb{E}w_i(t_{k,i}) = 0$ ,  $\mathbb{E}w_i(t_{k,i})w_j(t_{k,i}) = 0$ ,  $\forall i \neq j$  y  $\mathbb{E}w_i^2(t_{k,i}) = \sigma_w$ , donde  $\mathbb{E}(\cdot)$  es la expectativa matemática. Consideremos el grupo de  $p$  observadores de orden completo acoplados (11), denominado observador sincronizado con mediciones de salida con muestreos periódicos o aperiódicos:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_i(t) = A\hat{z}_i(t) + K\eta(t) + Eg(t) \\ \quad + K_a \sum_j (\hat{z}_j - \hat{z}_i) \\ \dot{\eta}_i(t) = -CK\eta_i(t), \quad t \in [t_{k,i}, t_{k+1,i}), k \in \mathbb{N} \\ \eta(t_{k,i}) = Cz_i(t_{k,i}) - C\hat{z}_i(t_{k,i}), \end{cases} \quad (28)$$

donde  $K_a > 0$  es la ganancia de acoplamiento y  $i = 1, \dots, p$  es el número de observadores a sincronizar.

La estimación proporcionada por el observador sincronizado es:

$$[\hat{z}_o] = \frac{1}{p} \sum_j [\hat{z}_j].$$

El siguiente teorema establece que el observador tiene un comportamiento libre de ruido, por lo tanto, la trayectoria del estado puede recuperarse asintóticamente a medida que el número de observadores de orden completo tiende a infinito.

**Teorema 2.** Sea  $z$  el vector de estado,  $\hat{z}_{\text{Sin-Ruido}}$ , la estimación de  $z$  por el observador de orden completo (11), y  $\hat{z}_{\text{Ruido}} := \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p [\hat{z}_i]$ , la estimación de  $z$  por el observador sincronizado (28) en presencia de medidas ruidosas  $y_i(t_{k,i})$ , respectivamente. Entonces, después de un transitorio exponencial

$$\|\hat{z}_{\text{Ruido}} - \hat{z}_{\text{Sin-Ruido}}\|^2 \leq c/p,$$

donde  $c > 0$  es una constante para las características dadas del sistema y del ruido.

**Prueba:** La prueba es similar a la presentada en Grave and Tang (2015). ■

#### 5. RESULTADOS

Para validar la eficacia del algoritmo de estimación basado en un observador sincronizado diseñado para una estructura vertical tipo edificio en presencia de una señal de entrada inducida por una señal senoidal, se analizó el caso de una estructura vertical tipo edificio de dos pisos ( $n = 2$ ).

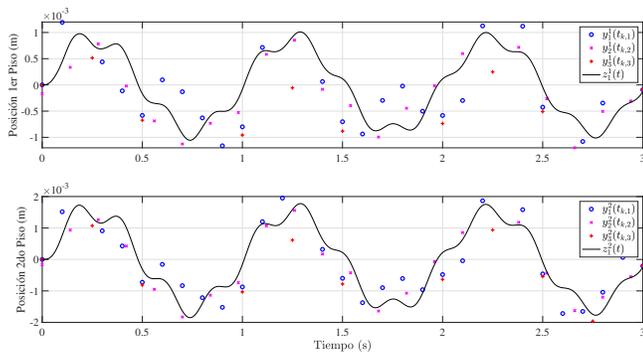


Figura 2. Salidas de mediciones muestreadas aperiódicamente de cada piso

Para la estructura de tipo edificio, las mediciones disponibles son las posiciones de los pisos, denotadas por la variable  $z_1$ , mientras que las velocidades de los pisos, denotadas por la variable  $z_2$ , son mediciones no disponibles. Estas variables son utilizadas en el diseño del observador. Dado que se trata de un edificio de dos pisos, se tiene una variable de estado de desplazamientos  $z_1 = [z_1^1 \ z_1^2]^T$  y una variable de velocidades  $z_2 = [z_2^1 \ z_2^2]^T$ . Las salidas  $y_i(t_{k,i})$ ,  $i = 1, 2, 3$  son medidas a diferentes periodos de muestreo  $\Delta_{M_1} = 0.1 \text{ s}$ ,  $\Delta_{M_2} = 0.14 \text{ s}$ , y  $\Delta_{M_3} = 0.25 \text{ s}$ , respectivamente. Los valores de las masas, las constantes de resorte y amortiguador de cada piso son:  $m_1 = 3.17 \text{ kg}$ ,  $k_1 = 9199.834 \text{ N/m}$ ,  $c_1 = 7.388 \text{ Ns/m}$ ,  $m_2 = 4.609 \text{ kg}$ ,  $k_2 = 7531.62 \text{ N/m}$ ,  $c_2 = 6.834 \text{ Ns/m}$ , quedando las siguientes matrices (2)-(4), Galaz-Palma et al. (2023):

$$M = \begin{bmatrix} 3.17 & 0 \\ 0 & 4.609 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 16731.462 & -7531.628 \\ -7531.628 & 7531.628 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 14.222 & -6.834 \\ -6.834 & 6.834 \end{bmatrix}$$

Las condiciones iniciales del sistema original son  $z(0) = 0_{4 \times 1}$  y de los observadores son  $\hat{z}^1(0) = 5 \times 10^{-4} [1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\hat{z}^2(0) = 7.5 \times 10^{-4} [1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\hat{z}^3(0) = 9.5 \times 10^{-4} [1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$ . De acuerdo al Teorema 2, las ganancias del observador sincronizado son las siguientes:

$$K = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 0.1595 & 0.0068 \\ 0.0067 & 0.1645 \\ 0.7251 & 3.0814 \\ 2.2887 & 5.0026 \end{bmatrix}, \quad K_a = \text{diag} [7.5 \ 7.5 \ 12.5 \ 12.5]$$

Obteniendo los siguientes valores propios de la matriz (A-KC) :  $(-75, -80, -90, -85)$ . En las Figuras 3-4 se muestran las estimaciones de cada observador del vector de estado del sistema mediante el observador sincronizando, donde se utilizan 3 mediciones de las posiciones de cada piso, por lo que  $p = 3$ . Cada medición de las salidas  $y_i(t_{k,i})$  son afectadas por ruidos diferentes, los cuales son:  $w_1 = 82 \times 10^{-5} \sin(200t)$ ,  $w_2 = 31.623 \times 10^{-5} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ , donde  $x$  es una variable real aleatoria con media 0 y varianza 1, y  $w_3 = 1 \times 10^{-3} \sin(200t)$ . Para las tres mediciones se considera una matriz  $\mathbb{E} = I_n$ . En la Figura 3 se muestran las estimaciones de los 3 observadores de la posición del

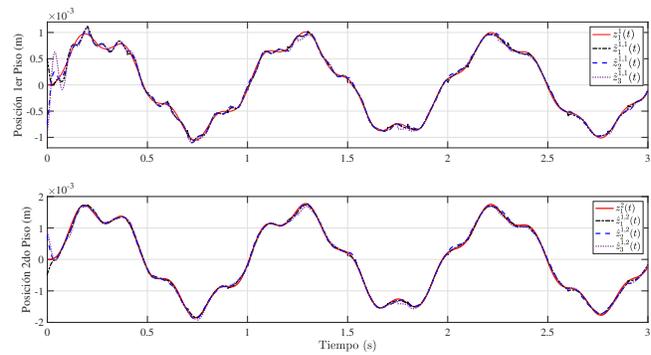


Figura 3. Estimación de la posición de cada piso.

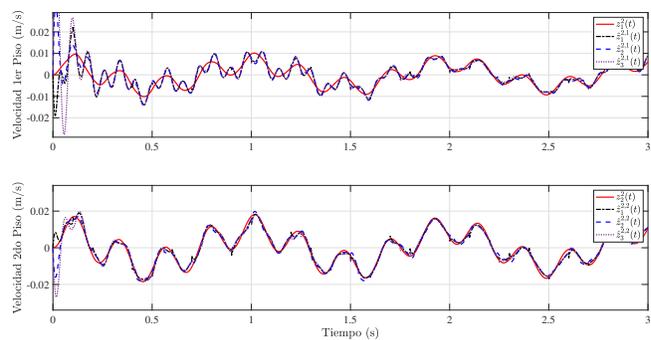


Figura 4. Estimación de las velocidades de cada piso.

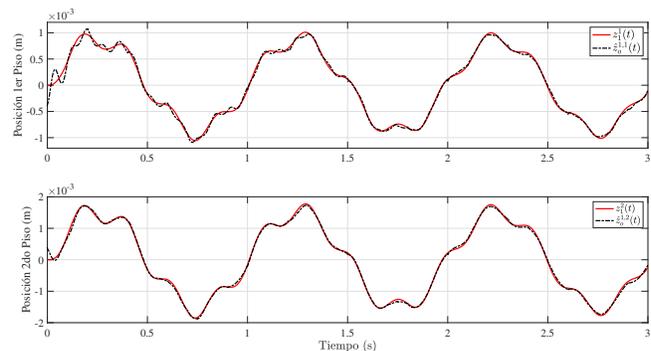


Figura 5. Estimación sincronizada de la posición de cada piso.

primer y segundo piso, respectivamente. Se ilustra que incluso en presencia de señales ruidosas que perturban las mediciones de salida. En la Figura 4 se muestra las 3 estimaciones de los observadores para la velocidad del primer y del segundo piso, respectivamente. Debido al diseño propuesto, se logra estimar estas velocidades sin ningún problema. Finalmente, en la Figura 5 se muestra la estimación sincronizada de los 3 observadores para la posición en presencia de múltiples mediciones de salidas ruidosas, donde se observa que el observador sincronizado logra un buen desempeño.

## 6. CONCLUSIONES

Se ha presentado el desarrollo de un observador sincronizado con la fusión de p-mediciones de salida que pueden provenir de distintos sensores a distintos tiempos de muestreos, los cuales puede ser periódicos o aperiódicos. Este enfoque ha sido validado en el sistema de una estructura vertical tipo edificio, donde las posiciones en cada piso son las mediciones de salida muestreadas periódicamente. Además, estas mediciones son afectadas por ruido de medición. El observador sincronizado propuesto logra una estimación sincronizada continua incluso ante distintos tipos de ruido y periodos distintos relativamente grandes. La necesidad de calibrar múltiples sensores y observadores puede ser un desafío adicional, afectando la precisión y la fiabilidad del sistema. Con base en los resultados obtenidos, podemos afirmar que el observador sincronizado exhibe un buen desempeño en la estimación de estados. A medida que se incrementa el número de observadores, la calidad de la estimación se ve mejorada. Su diseño, basado en mediciones de salidas muestreadas, representa un algoritmo de estimación simple, capaz de ser implementado en un entorno real con el ajuste adecuado.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es financiado por el Tecnológico Nacional de México, a través del proyecto “Algoritmos de estimación para sistemas dinámicos con presencia de múltiples retardos” con clave: 19607.24-P.

## REFERENCIAS

- Chen, G., Liu, Z., Yu, G., and Liang, J. (2021). A new view of multisensor data fusion: research on generalized fusion. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 1–21.
- Chávez-Moreno, R., Tang, Y., Hernández, J.C., and Ji, H. (2018). Contracting angular velocity observer for small satellites. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 54(6), 2762–2775.
- Concha, A., Alvarez-Icaza, L., and Garrido, R. (2017). Observador adaptable para edificios basado en proyección paramétrica. In *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático*.
- Dong, J., Zhuang, D., Huang, Y., and Fu, J. (2009). Advances in multi-sensor data fusion: Algorithms and applications. *Sensors*, 9(10), 7771–7784.
- Elmenreich, W. (2001). An introduction to sensor fusion.
- Galaz-Palma, R., Targui, B., Hernández-González, O., Valencia-Palomo, G., Espinoza-Molina, A., and Guerrero-Sánchez, M.E. (2023). Robust observer for input and state estimation in building structure systems. *Journal of Vibration and Control*, 29(19-20), 4422–4438.
- Gao, B., Hu, G., Gao, S., Zhong, Y., and Gu, C. (2018). Multi-sensor optimal data fusion based on the adaptive fading unscented kalman filter. *Sensors*, 18(2).
- Grave, I. and Tang, Y. (2015). A new observer for perspective vision systems under noisy measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(2), 503–508.
- Hall, D.L. and Llinas, J. (1997). An introduction to multisensor data fusion. *Proceedings of the IEEE*, 85(1), 6–23.
- Karaked, P., Saengphet, W., and Tantrairatn, S. (2022). Multi-sensor fusion with extended kalman filter for indoor localization system of multirotor uav. In *2022 19th International Joint Conference on Computer Science and Software Engineering (JCSSE)*, 1–5.
- LeCun, Y., Bengio, Y., and Hinton, G. (2015). Deep learning. *nature*, 521(7553), 436–444.
- Li, W. and Fu, Z. (2018). Unmanned aerial vehicle positioning based on multi-sensor information fusion. *Geo-Spatial Information Science*, 21(4), 302–310.
- Liu, K., Li, Y., Xu, N., and Natarajan, P. (2018). Learn to combine modalities in multimodal deep learning. *arXiv preprint arXiv:1805.11730*.
- Ma, K., Zhang, H., Wang, R., and Zhang, Z. (2017). Target tracking system for multi-sensor data fusion. In *2017 IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)*, 1768–1772.
- Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., and Concha, A. (2017). Observador adaptable para edificios bajo el enfoque de propagación de ondas. In *In Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*.
- Pérez, J., Tang, Y., and Grave, I. (2018). Nonlinear observers for a class of neuronal oscillators in the presence of strong measurement noise. In *Advances in Neural Networks-ISNN 2018: 15th International Symposium on Neural Networks, ISNN 2018, Minsk, Belarus, June 25–28, 2018, Proceedings 15*, 736–744. Springer.
- Ramírez-Rasgado, F., Hernández-González, O., Farza, M., M'Saad, M., Astorga-Zaragoza, C., and Dahhou, B. (2022). On high-gain observer redesign with respect to the nature of the available outputs. In *2022 10th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, 190–195.
- Rodriguez-Torres, A., Morales-Valdez, J., and Yu, W. (2021). Alternative tuning method for proportional-derived gains for active vibration control in a building structure. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 01423312211021052.
- Samaras, S., Diamantidou, E., Ataloglou, D., Sakellariou, N., Vafeiadis, A., Magoulianitis, V., Lalas, A., Dimou, A., Zarpalas, D., Votis, K., et al. (2019). Deep learning on multi sensor data for counter uav applications—a systematic review. *Sensors*, 19(22), 4837.
- Tang, Y., Ji, H., and Wang, X. (2019). Multi-sensor observer designs for a class of nonlinear systems. In *2019 IEEE 15th International Conference on Control and Automation (ICCA)*, 1296–1301. IEEE.
- You, W., Li, F., Liao, L., and Huang, M. (2020). Data fusion of ubw and imu based on unscented kalman filter for indoor localization of quadrotor uav. *Ieee Access*, 8, 64971–64981.