

Discretization of Models for Electrical Microgrids Preserving Passivity Properties^{*}

Alejandro Garcés-Ruiz^{*} Sofia Avila-Becerril^{**}
Gerardo Espinosa-Pérez^{***}

^{*} *Departamento de Ingeniería Eléctrica de Potencia, Universidad Tecnológica de Pereira, Los Álamos 660003, Pereira-Colombia (alejandro.garces@utp.edu.co).*

^{**} *División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (sofia.avila@ingenieria.unam.edu)*

^{***} *División de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México (gerardoe@unam.mx)*

Abstract: This paper presents a Hamiltonian model of a direct current microgrid consisting of rectifiers connected in parallel in closed-loop with a Droop-type power-sharing algorithm. The main contribution is to demonstrate that a discretization using the backward Euler method preserves the microgrid's Hamiltonian structure and passivity properties with a simple implementation of the method. The results are numerically evaluated by comparing the backward and forward Euler methods.

Keywords: Microgrids, Hamiltonian Systems, discretization, passivity

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas dos décadas, las unidades de generación distribuida (UGD) basadas en energías renovables han contribuido en la aparición de las llamadas microrredes (MR), reconocidas como redes eléctricas de pequeña escala que incorporan UGD, que son capaces de abastecerse por ellas mismas, aislarse y regular el flujo de potencia en las cargas locales (Guerrero et al., 2010). Estas redes, se caracterizan por la integración de unidades generadoras que necesitan ser acondicionadas por medio de equipo basado en electrónica de potencia. Las MR pueden operar en corriente alterna o en corriente directa (MR-CD). Sin embargo, el incremento en el número de fuentes y almacenadores en Corriente Directa (CD), así como equipo del usuario final motivan el estudio de las MR-CD.

Las MR-CD deben satisfacer un conjunto de objetivos para lo que generalmente se implementan arquitecturas de control jerárquicas (Guerrero et al., 2010). En este contexto, el control primario es el encargado de mantener una distribución de potencia justa entre las UGD, siendo los

controladores tipo Droop los más comúnmente empleados (Eberlein and Rudion, 2021).

Un enfoque ampliamente reconocido para analizar el comportamiento de sistemas dinámicos, como son las MR-CD, es el modelado matemático. Éste surge a partir de la necesidad de comprender, analizar y predecir el comportamiento y las propiedades de un sistema físico. Sin embargo, debido a la complejidad de muchos modelos, las soluciones analíticas de estos modelos son a menudo difíciles o imposibles de obtener. En estos casos, las simulaciones numéricas se convierten en la única alternativa viable. De manera simplificada, la simulación numérica implica tomar un sistema continuo definido por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales y, por medio de una transformación, convertir estas ecuaciones continuas en un conjunto de ecuaciones algebraicas discretas que pueden ser resueltas numéricamente. La elección del método de discretización suele depender del tipo de ecuaciones y de la naturaleza del sistema; esto puede incluir métodos como diferencias finitas (Chapra et al., 2011) y elementos finitos, entre otros. Sin embargo, la aplicación de un método de discretización en general modifica la estructura matemática del sistema en términos, por ejemplo, de la conservación de energía (Talasila et al., 2004) y de sus propiedades de estabilidad.

Por otro lado, los sistemas puerto-Hamiltonianos (pH) son una clase de sistemas no-lineales con una estructura matemática específica donde la función de energía asocia-

^{*} El trabajo del primer autor fue parcialmente apoyado por la maestría en ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira y el proyecto CLIMAT-AmSud: Mitigating Climate Change with power electronics and Smart-technologies financiado por MinCien-cias. El segundo y tercer autor agradecen al Programa UNAM-PAPIIT-IN117123 y UNAM-PAPIIT-IN109622.

da a los elementos almacenadores del sistema juega un papel principal. En particular, para redes basadas en convertidores de potencia, esta estructura y sus propiedades de pasividad inherentes han sido explotadas para el análisis y el diseño de controladores basados en pasividad que garantizan la regulación de la tensión y la corriente en el convertidor, así como la repartición de potencia en las MR (Ortega et al., 2021; Gil-González et al., 2020; Avila-Becerril et al., 2022).

Ahora bien, en términos de evaluación y caracterización de una MR, evidentemente la simulación numérica por sí misma es indispensable, pero más allá de esto, los dispositivos basados en electrónica de potencia se representan, de manera natural, por modelos discretos. Asimismo, frecuentemente los controladores para el reparto de potencia en microrredes también suelen implementarse en su forma discreta (Yang et al., 2022; Gao et al., 2022). Esto abre la pregunta de si los modelos discretos representan más fielmente el comportamiento de una MR-CD. Sin embargo, la estructura Hamiltoniana y las propiedades de pasividad, pieza clave para el análisis de esta clase de sistemas, suelen perderse después de la discretización.

Si bien las propiedades de pasividad requieren de una definición apropiada en el dominio discreto (Lin and Byrnes, 1994), también es cierto que dependen de la forma en que el sistema es discretizado. La pregunta es si existen métodos de discretización que preserven la estructura matemática de la MR-CD y las propiedades de pasividad que permitan extender técnicas de control basadas en pasividad (Ortega and García-Canseco, 2004). Una forma en la que se ha abordado el problema es usando métodos de integración geométricos que preserven energía. Por ejemplo, Macchelli (2023) estudia una clase de sistemas Hamiltonianos discretos donde el gradiente de la función Hamiltoniana es reemplazado por un gradiente discreto.

En este artículo, se presenta el modelo Hamiltoniano de una MR-CD formada por rectificadores conectados en paralelo en lazo cerrado con un algoritmo de reparto de potencia tipo Droop. La contribución principal es demostrar que con una discretización por medio del método de Euler hacia atrás (o implícito) se preservan tanto la estructura pH del sistema, como las propiedades de pasividad con una implementación simple del método. Adicionalmente, se define un tiempo de integración constante que depende de la cota de las matrices de parámetros y de amortiguación.

El resto del artículo está organizado de la siguiente forma: En la Sección 2 se presentan conceptos básicos del control primario de las MR-CD, así como el sistema continuo en lazo cerrado. Las Secciones 3 y 4 presentan los resultados principales del trabajo referentes a la discretización, las condiciones de implementación y las propiedades de pasividad del sistema discretizado. Por su parte, la Sección 5 muestra la evaluación numérica. Mientras que las conclusiones se presentan en la Sección 6.

2. MICRORRED EN CORRIENTE DIRECTA

El control de las MR-CD hace uso de arquitecturas jerárquicas (Guerrero et al., 2010). En el punto más alto, un controlador centralizado llamado *terciario*, basado en algoritmos de optimización, está a cargo de proveerle a los controladores locales, a nivel del convertidor, los puntos de operación. Los controladores primario y secundario, ajustan las referencias dadas por el control terciario al ocurrir una perturbación. Así pues, cada fuente de generación modifica su nivel de tensión para contribuir con su potencia asignada.

En particular, el desarrollo de controladores primarios involucra la solución de dos tareas: mantener la tensión en terminales del convertidor en modo rectificador (*Converter-Based Renewable Resource* o CBR por sus siglas en inglés) cercano a un valor nominal y una distribución de potencia entre los convertidores. Esta distribución es esencial en la operación de la microrred pues cambios en las condiciones de las cargas puede llevar a situaciones de sobrecarga e inestabilidad.

2.1 Control Primario

Desde la perspectiva del control de los CBR, el control primario consiste de un lazo de control interno y un controlador tipo droop. El lazo de control interno regula la tensión de CD a la salida del CBR, generalmente por medio de controladores PI en el marco de referencia $dq0$. Por su parte, para el reparto de potencia, el control tipo droop históricamente ha sido empleado en redes de AC predominantemente inductivas donde la potencia activa depende mayormente del ángulo de potencia y la reactiva de la magnitud de tensión. Este concepto también ha sido explotado en redes de CD donde la cantidad de potencia activa transferida a la red de CD puede definirse por la tensión de CD. Así, se alcanza un reparto de potencia en la red ajustando la tensión de CD.

El control Droop puede ser implementado en diferentes modos (Gao et al., 2019), uno de ellos es el *modo tensión* que incluye las estrategias $V-I$ y $V-P$. En estos casos, la corriente o la potencia son medidas y se genera la tensión de referencia de acuerdo con la característica droop como se muestra en la Figura 1.

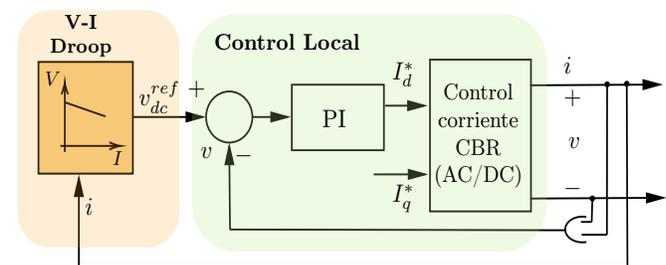


Fig. 1. Esquema de control droop en modo tensión para un convertidor

De esta manera, la referencia de tensión de CD, v_{dc}^{ref} , es generada de acuerdo con

$$v_{dc}^{ref} = \bar{v} - \xi(i - \bar{i}), \quad (1)$$

donde \bar{v} e \bar{i} son las referencias de tensión y corriente directas dadas por el control terciario, mientras que ξ es la constante droop. Como se ha reportado en la literatura (Gao et al., 2019), valores grandes de ξ muestran un mejor desempeño en el reparto de corriente; sin embargo, una ganancia droop grande produce una desviación grande de tensión. Es decir, la definición de la ganancia droop ξ conlleva un compromiso entre la regulación de tensión y el reparto de corriente.

2.2 Microrred en lazo cerrado

En la Figura 2, se presenta el esquema de la MR-CD bajo estudio. La red está formada por tres fuentes de energía renovables basadas en convertidores en modo rectificador conectadas a un punto de conexión común (PCC) por medio de un inductor.

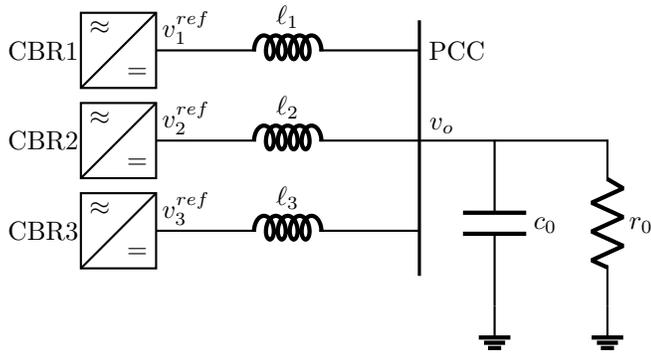


Fig. 2. Microrred de CD con un punto de conexión común

Como es usual en la literatura, cada CBR es modelada como una fuente controlada. Este modelo equivalente asume que el controlador local (ver Figura 1) es capaz de llevar la tensión de CD a la salida del k -ésimo rectificador v_k a una tensión deseada v_k^{ref} de manera exacta y rápida respecto al lazo de potencia, tal que, desde la perspectiva del reparto de potencia, su dinámica puede ser despreciada. Así pues, el modelo de la microrred se representa por

$$\begin{aligned} \ell_1 \frac{d}{dt} i_1 &= v_1^{ref} - v_o \\ \ell_2 \frac{d}{dt} i_2 &= v_2^{ref} - v_o \\ \ell_3 \frac{d}{dt} i_3 &= v_3^{ref} - v_o \\ C \frac{d}{dt} v_o &= i_1 + i_2 + i_3 - r_o^{-1} v_o \end{aligned} \quad (2)$$

con i_k la corriente en el k -ésimo inductor con inductancia ℓ_k y v_k^{ref} la tensión a la salida del k -ésimo rectificador para $k = \{1, 2, 3\}$, v_o es la tensión en el PCC, mientras que c_0 y r_0 son la capacitancia y resistencia de los elementos conectados en el PCC.

Por su parte, el k -ésimo CBR es controlado por un control droop como el mostrado en (1), de manera que

$$v_k^{ref} = \bar{v}_k - \xi_k(i_k - \bar{i}_k), \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2), el sistema en lazo cerrado puede escribirse como

$$\begin{aligned} \ell_k \frac{d}{dt} i_k &= \bar{v}_k - \xi_k(i_k - \bar{i}_k) - v_o \\ C \frac{d}{dt} v_o &= \sum_{k=1}^3 i_k - r_o^{-1} v_o \end{aligned} \quad (4)$$

para $k = \{1, 2, 3\}$. Ahora bien, para darle una estructura al modelo, se toman como variables de estado las variables de energía del sistema, es decir

$$x_1 = \ell_1 i_1, x_2 = \ell_2 i_2, x_3 = \ell_3 i_3 \text{ y } x_4 = c_0 v_o \quad (5)$$

donde x_1, x_2, x_3 y x_4 , son los flujos magnéticos en los inductores y la carga en el capacitor, respectivamente, tal que

$$x := [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (6)$$

Definiendo la función de almacenamiento de energía $H: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ como

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T P x \quad (7)$$

con la matriz de parámetros

$$P = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\ell_1}, \frac{1}{\ell_2}, \frac{1}{\ell_3}, \frac{1}{c_0} \right\} \quad (8)$$

entonces el modelo (2) en lazo cerrado con (3) puede escribirse como el sistema puerto-Hamiltoniano

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (J - R) \nabla H + G u \\ y &= G^T \nabla H \end{aligned} \quad (9)$$

donde ∇H denota al vector gradiente de H , las matrices de interconexión y disipación están definidas, respectivamente, como

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \xi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r_o} \end{bmatrix} \quad (10)$$

mientras que

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ y } u = \begin{bmatrix} \bar{v}_1 + \xi_1 \bar{i}_1 \\ \bar{v}_2 + \xi_2 \bar{i}_2 \\ \bar{v}_3 + \xi_3 \bar{i}_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

con u el vector de entradas.

3. DISCRETIZACIÓN

Los métodos de discretización más simples para resolver ecuaciones diferenciales son los métodos convencionales de Euler (Butcher, 2008):

- Método de Euler hacia adelante, también llamado explícito porque la nueva aproximación x^+ se calcula a partir del valor conocido x como

$$x^+ = x + \tau f(x) \quad (12)$$

- Método de Euler hacia atrás, también llamado implícito, el cual está dado por

$$x^+ = x + \tau f(x^+) \quad (13)$$

Es implícito, porque la nueva aproximación x^+ requiere de x^+ , por lo que es necesario un método iterativo para resolverlo.

Con el objetivo de mostrar que el método de discretización de Euler hacia atrás conserva la estructura del sistema, se aplica (13) al sistema en lazo cerrado (9) para obtener al sistema discretizado

$$x^+ = x + \tau ((J - R)\nabla H(x^+) + Gu) \quad (14)$$

En términos de implementación, es importante notar que, dado que el sistema (14) se obtuvo por un método implícito, x^+ depende de $H(x^+)$ y se requiere de un algoritmo para encontrar x^+ en cada paso de tiempo. La siguiente proposición muestra este proceso.

Proposición 1. Considere el sistema discreto (14). Suponga que $\nabla H(x)$ es γ -Lipschitz y que $\|J - R\|$ está acotada. Defina un mapeo $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ como

$$T(z) = x + \tau ((J - R)\nabla H(z) + Gu). \quad (15)$$

Entonces, el valor de x^+ para cada x y u en (14) puede obtenerse aplicando iterativamente el mapeo T si τ se elige tal que

$$\tau < \frac{1}{\gamma \|J - R\|} \quad (16)$$

Prueba. Considere dos puntos $z, z' \in \mathbb{R}^4$ y la norma submultiplicativa $\|\cdot\|$, entonces

$$\begin{aligned} \|T(z') - T(z)\| &= \|\tau(J - R)\nabla H(z') - \tau(J - R)\nabla H(z)\| \\ &\leq \tau \|J - R\| \|\nabla H(z') - \nabla H(z)\| \\ &\leq \tau\gamma \|J - R\| \|z' - z\|. \end{aligned} \quad (17)$$

Luego, por el teorema del punto fijo de Banach (Loomis and Sternberg, 2014, pg. 229), se puede asegurar que existe un único punto fijo que puede ser obtenido de aplicar de forma iterativa el mapeo T . \square

Debe observarse que, para este caso, las suposiciones de la proposición se cumplen de manera directa. En particular, con la definición de $H(x)$ en (7) se tiene que

$$\begin{aligned} \|\nabla H(z') - \nabla H(z)\| &= \|P(z' - z)\| \\ &\leq \|P\| \|z' - z\| \end{aligned} \quad (18)$$

con lo que la constante de Lipschitz está dada por

$$\begin{aligned} \gamma &= \|P\| = \sqrt{\lambda_{\max}(P^T P)} \\ &= \sqrt{\max\{\ell_1^{-2}, \ell_2^{-2}, \ell_3^{-2}, c_0^{-2}\}} \end{aligned} \quad (19)$$

Asimismo, si bien el teorema del punto fijo de Banach provee un método para encontrar el punto fijo en cada iteración, se puede aprovechar la estructura del sistema para determinar la iteración por medio de una inversión matricial. Es decir, de la Eq. (14) se despeja x^+ como

$$\begin{aligned} x^+ &= x + \tau(J - R)Px^+ + \tau Gu \\ (\mathbf{I} - \tau(J - R)P)x^+ &= x + \tau Gu \end{aligned} \quad (20)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad de orden 4. Por lo que el valor de x^+ para cada x y u puede obtenerse como

$$x^+ = (\mathbf{I} - \tau(J - R)P)^{-1}(x + \tau Gu) \quad (21)$$

Finalmente, con algunos cálculos directos, puede corroborarse que la matriz $M = \mathbf{I} - \tau(J - R)P$ es no-singular por lo que el algoritmo es implementable.

4. PROPIEDADES DE PASIVIDAD

Se sabe que el sistema puerto-Hamiltoniano continuo (9) define un mapa pasivo desde u hasta la salida y , con función almacenamiento de energía

$$V(x) = H(x) - H(\tilde{x}) \quad (22)$$

donde $\tilde{x} = \text{argmin } H$. Ahora bien, el objetivo es mostrar que se tienen propiedades similares de pasividad para el sistema discreto dado por (14) haciendo uso de la misma función de energía. Para esto, se emplea la siguiente definición que puede interpretarse como una extensión de la pasividad al dominio discreto.

Definición 1. (Lin and Byrnes, 1994) Un sistema discreto se dice ser pasivo si existe una función escalar no-negativa $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ con $V(0) = 0$, llamada función de almacenamiento, tal que la siguiente desigualdad de disipación

$$V(x^+) - V(x) \leq y^T u, \quad (23)$$

se cumple para todo vector de entradas u y vector de salida y .

La definición anterior implica que la diferencia en la función de almacenamiento entre dos instantes consecutivos es menor o igual que el producto interno de la entrada con la salida en un instante. Esto implica que el sistema no puede generar energía y, por lo tanto, es pasivo.

Ahora bien, antes de presentar la proposición, es útil evidenciar que el Hamiltoniano $H(x)$ en (7) asociado a la MR-CD es convexo. Para esto, note que $f(x) = \frac{1}{2}x^T Px$ con P positiva definida, por lo que la matriz Hessiana de $f(x)$ es $P > 0$, lo que asegura que $f(x)$ es convexa. Para esta clase de funciones, se se cumple la siguiente condición.

Lema 1. (Boyd and Vandenberghe, 2004, pg. 69) Suponga que la función escalar $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable. Entonces, H es convexa si y sólo si

$$H(x) \geq H(z) + \nabla H(z)^T(x - z), \quad (24)$$

es cierto para todo $x, z \in \mathbb{R}^n$.

La principal observación es que la propiedad de pasividad se preserva en el sistema Hamiltoniano (9) discretizado por medio del método de Euler hacia atrás cuando el Hamiltoniano es convexo. Esta observación se formaliza en la siguiente proposición.

Proposición 2. Considere la MR-CD dada por (2) en lazo cerrado con el controlador droop (3) y discretizado por el método de Euler implícito cuya representación está dada por (14) con función de almacenamiento $H(x)$

definida en (7). Asuma que $H(x)$ es convexo con $\tilde{x} = \operatorname{argmin} H$. Entonces, el sistema es pasivo con función de almacenamiento $V(x) = H(x) - H(\tilde{x})$ y salida $y = \tau G^\top \nabla H(x^+)$.

Prueba. Dado que la función $H(x)$ es convexa, entonces por el Lema 1

$$H(x^+) - H(x) \leq -\nabla H(x^+)^\top (x - x^+). \quad (25)$$

Ahora, para mostrar pasividad, considere la siguiente función de almacenamiento $V(x) = H(x) - H(\tilde{x})$, entonces,

$$\begin{aligned} V(x^+) - V(x) &= H(x^+) - H(x) \\ &\leq \nabla H(x^+)^\top (x^+ - x) \\ &= \nabla H(x^+)^\top \left(\tau ((J - R)\nabla H(x^+) + Gu) \right) \\ &= -\tau \nabla H(x^+)^\top R \nabla H(x^+) + \tau \nabla H(x^+)^\top Gu \\ &\leq \tau \nabla H(x^+)^\top Gu \end{aligned} \quad (26)$$

donde se ha usado la propiedad de antisimetría de la matriz J . Finalmente, al definir

$$y = \tau G^\top \nabla H(x^+) \quad (27)$$

puede concluirse que el sistema (14) es pasivo desde u hasta y .

Note que las propiedades de pasividad del sistema se preservan para el sistema discretizado con el método de Euler hacia atrás gracias a la convexidad del Hamiltoniano.

5. EVALUACIÓN NUMÉRICA

En esta sección, se presenta la evaluación numérica de la MR-CD mostrada en la Figura 2 en lazo cerrado con el control droop. Los parámetros de la MR-CD son los que se presentan en la Tabla 1, mientras que los valores de la capacitancia y la resistencia en el CCP son $c_0 = 1.1$ y $r_0 = 0.8$, respectivamente.

Tabla 1. Parámetros para cada CBR de la microrred mostrada en la Figura 2. Todos los valores están dados en por unidad

Rectificador	ℓ_k	ξ_k	\bar{v}_k	\bar{i}_k
CBR1	0.15	0.08	1.00	0.20
CBR2	0.13	0.07	1.00	0.40
CBR3	0.15	0.05	1.00	0.50

El objetivo de esta sección es presentar los resultados de simular el sistema discretizado con el método de Euler hacia atrás estudiado y comparar los resultados con el método de Euler hacia adelante, comúnmente usado, mostrando propiedades de estabilidad y evidenciando su facilidad de implementación.

Los resultados de simulación se dividen en dos partes, cada una emplea constantes de integración distintas. Las constantes de tiempo se establecieron de acuerdo con la

condición (16), donde sustituyendo los valores numéricos, la constante de Lipschitz y la norma inducida de la matriz $(J - R)$ son, respectivamente,

$$\gamma = 7.6923 \text{ y } \|J - R\| = 2.4446$$

por lo que la condición (16) queda dada numéricamente por

$$\tau < 0.0532 \quad (28)$$

Todos los experimentos numéricos se hicieron en Julia 1.10.2 (Bezanson et al., 2017). En la Figura 3, se muestra la comparación con un paso de integración $\tau = 0.05$ para el estado x_4 , es decir, la tensión de CD a la salida del rectificador.

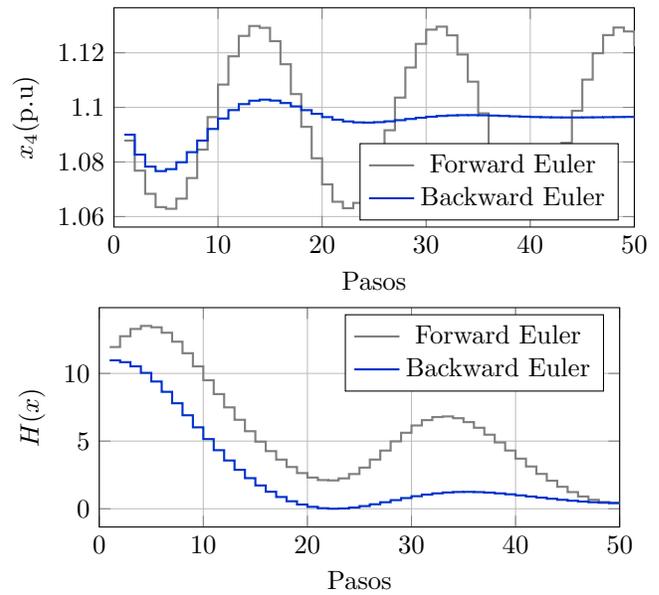


Fig. 3. Comparación entre el método de Euler hacia adelante y el método de Euler hacia atrás para una MR-CD con un bus común y un controlador tipo droop ($\tau = 0.05$)

Como puede observarse en la figura, el efecto de la discretización es evidente. Mientras que la discretización con el método de Euler hacia atrás es estable, el método de Euler convencional (hacia adelante) es inestable. Es decir, con la discretización analizada, resulta en un sistema puerto-Hamiltoniano discreto, en contraste, el método convencional de discretización por Euler hacia adelante, resulta en un sistema discreto inestable. En la parte de abajo de la Figura 3 puede verse cómo el Hamiltoniano decrece con ambos métodos. Es importante notar que para este experimento se eligió un paso de integración τ relativamente grande, es decir, que cumple casi de forma estricta con la desigualdad (28).

La Figura 4, se presenta para evidenciar que si el paso de integración τ se hace más pequeño, entonces ambos métodos de discretización tienen comportamientos similares. Así, esta figura muestra que con $\tau = 0.01$ ambos sistemas discretos son estables. Sin embargo, además de

que un paso de integración más pequeño demanda mayores capacidades de cómputo, el método de discretización de Euler hacia adelante no conserva las propiedades de pasividad de la MR-CD.

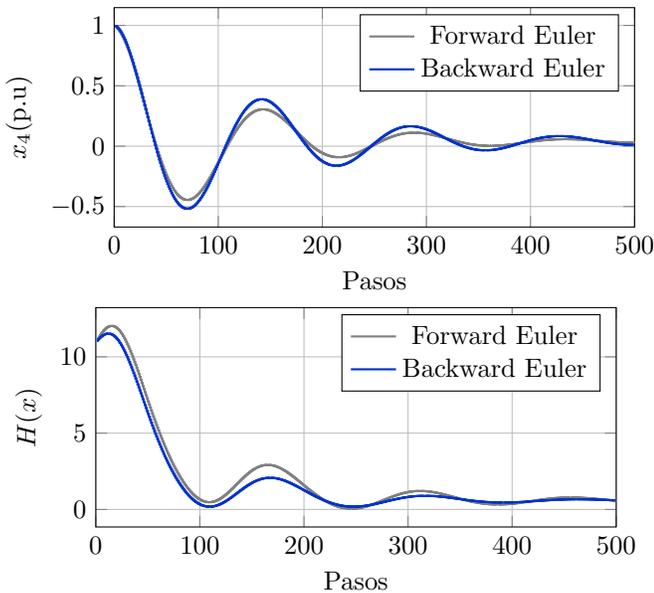


Fig. 4. Comparación entre el método de Euler hacia adelante y el método de Euler hacia atrás para una MR-CD con un bus común y un controlador tipo droop ($\tau = 0.01$).

6. CONCLUSIÓN

Las propiedades de pasividad se conservan para sistemas pH discretizados con el método convencional de Euler hacia atrás gracias a la convexidad del Hamiltoniano. Esta observación es relevante en aplicaciones de sistemas eléctricos de potencia donde la pasividad y la energía juegan un papel importante. Para mostrar que el método es implementable, se establecieron condiciones para el paso de integración y para x^+ en cada paso de tiempo en términos de los parámetros del sistema.

El trabajo futuro incluye extender los ejemplos a grandes sistemas de potencia interconectados y desarrollar controladores para diferentes tipos de discretizaciones que preserven propiedades de pasividad.

REFERENCIAS

Avila-Becerril, S., Espinosa-Pérez, G., and Machado, J.E. (2022). A hamiltonian control approach for electric microgrids with dynamic power flow solution. *Automatica*, 139, 110192. doi:<https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110192>.

Bezanson, J., Edelman, A., Karpinski, S., and Shah, V.B. (2017). Julia: A fresh approach to numerical computing. *SIAM review*, 59(1), 65–98. URL <https://doi.org/10.1137/141000671>.

Boyd, S. and Vandenberghe, L. (2004). *Convex optimization*. Cambridge university press.

Butcher, J.C. (2008). *Numerical methods for ordinary differential equations*. John Wiley and Sons.

Chapra, S.C., Canale, R.P., Ruiz, R.S.G., Mercado, V.H.I., Díaz, E.M., and Benites, G.E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros*, volume 5. McGraw-Hill New York, NY, USA.

Eberlein, S. and Rudion, K. (2021). Small-signal stability modelling, sensitivity analysis and optimization of droop controlled inverters in lv microgrids. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 125, 106404.

Gao, F., Kang, R., Cao, J., and Yang, T. (2019). Primary and secondary control in dc microgrids: a review. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 7(2), 227–242.

Gao, F., Yu, J., and Rogers, D.J. (2022). A discrete-time algorithm for real time energy management in dc microgrids. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 38(3), 2896–2909.

Gil-González, W.J., Garces, A., Fosso, O.B., and Escobar-Mejía, A. (2020). Passivity-based control of power systems considering hydro-turbine with surge tank. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(3), 2002–2011. doi:[10.1109/TPWRS.2019.2948360](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2019.2948360).

Guerrero, J.M., Vasquez, J.C., Matas, J., De Vicuña, L.G., and Castilla, M. (2010). Hierarchical control of droop-controlled ac and dc microgrids—a general approach toward standardization. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 58(1), 158–172.

Lin, W. and Byrnes, C. (1994). Kyp lemma, state feedback and dynamic output feedback in discrete-time bilinear systems. *Systems and Control Letters*, 23(2), 127–136. doi:[https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90042-6](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90042-6).

Loomis, L.H. and Sternberg, S. (2014). *Advanced calculus*. World scientific, Harvard University.

Macchelli, A. (2023). Control design for a class of discrete-time port-hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 68(12), 8224–8231. doi:[10.1109/TAC.2023.3292180](https://doi.org/10.1109/TAC.2023.3292180).

Ortega, R., Romero, G., Borja, P., and Donaire, A. (2021). *PID Passivity-Based Control of Nonlinear Systems with Applications*. Wiley.

Ortega, R. and García-Canseco, E. (2004). Interconnection and damping assignment passivity-based control: A survey. *European Journal of Control*, 10(5), 432–450. doi:<https://doi.org/10.3166/ejc.10.432-450>.

Talasila, V., Clemente-Gallardo, J., and van der Schaft, A. (2004). Geometry and hamiltonian mechanics on discrete spaces. *Journal of physics A: mathematical and general*, 37(41), 9705.

Yang, T., Sun, S., and Liu, G.P. (2022). Distributed discrete-time secondary cooperative control for ac microgrids with communication delays. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 70(6), 5949–5959.