

Fault Diagnosis Framework for a CSTR Bioreactor Integrating ANFIS and Zonotopic Estimation

Esvan-Jesús Pérez-Pérez * Guillermo Valencia-Palomo ***
 Vicenç Puig ** Ildeberto Santos-Ruiz *
 Julio-Alberto Guzmán-Rabasa ****

* Tecnológico Nacional de México, IT Tuxtla Gutiérrez,
 TURIX-Dynamics Diagnosis and Control Group, Carretera Panam.
 km 1080, CP 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, Mexico.

** Universitat Politècnica de Catalunya, Institut de Robòtica i
 Informàtica Industrial, CSIC-UPC. Parc Tecnològic de Barcelona. C.
 Llorens i Artigas 4-6, 08028, Spain.

*** Tecnológico Nacional de México, IT Hermosillo, Av. Tecnológico
 115, Hermosillo, 83170, Mexico.

**** Universidad Politécnica de Chiapas, Suchiapa 29150, Mexico.
 (e-mail: jguzman@im.upchiapas.edu.mx)

Abstract: This work presents a hybrid fault diagnosis framework for Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR) bioreactors by integrating Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems (ANFIS) and Zonotopic Kalman Filters (ZKF). The proposed method consists of two main stages: (1) modeling the nominal behavior of the CSTR using ANFIS trained on fault-free data to extract a compact set of fuzzy rules, and (2) implementing a ZKF to estimate system states and detect deviations associated with faults. The neuro-fuzzy model captures the system's dynamics, while the zonotopic filter accounts for bounded uncertainty and measurement noise. Fault detection is achieved by evaluating residuals and comparing them to adaptive thresholds derived from the zonotopic bounds. Simulation results for different actuator and sensor fault scenarios demonstrate the effectiveness of the proposed approach in identifying deviations from normal operation, highlighting its potential for improving monitoring capabilities in bioprocesses.

Keywords: Fault diagnosis, CSTR, ANFIS, Zonotopic Kalman Filter, Bioprocess

1. INTRODUCCIÓN

Los biorreactores son equipos esenciales en biotecnología, utilizados para llevar a cabo procesos biológicos bajo condiciones controladas. Su principal función es proporcionar un entorno óptimo para cultivar células o microorganismos con el objetivo de producir una amplia gama de productos, que incluyen fármacos, bioenergéticos y compuestos químicos de alto valor. No obstante, los biorreactores están expuestos a una variedad de fallas operativas. Estas fallas pueden originarse por desviaciones en el proceso, fallos de sensores o actuadores, contaminación biológica o comportamientos celulares inesperados. En industrias de alto riesgo como la farmacéutica, estas fallas pueden representar pérdidas económicas significativas y retrasos críticos en la producción Mitra and Murthy (2022). Diversas estrategias han sido aplicadas para el diagnóstico de fallas en reactores de tanque agitado continuo (CSTR, por sus siglas en inglés). Algunas de las más relevantes incluyen el uso de redes neuronales artificiales Sawat-

tanakit and Jaovisidha (1998), observadores de estados Venkateswaran et al. (2021), observadores robustos con modos deslizantes Pan et al. (2023), y observadores con incertidumbre acotada Azarbani et al. (2023). Además, enfoques híbridos han sido explorados, como la combinación de redes neuro-difusas con filtros extendidos de Kalman para mejorar la sensibilidad ante fallas Gholizadeh et al. (2017). En este contexto, los modelos ANFIS se han posicionado como una técnica prometedora para representar el comportamiento dinámico de sistemas complejos como los CSTR. ANFIS integran la flexibilidad de los sistemas difusos con la capacidad de aprendizaje de las redes neuronales, permitiendo modelar procesos a partir de datos históricos de operación sin necesidad de un modelo físico detallado Jagtap et al. (2015).

Este trabajo propone un enfoque híbrido para el diagnóstico de fallas incipientes en un biorreactor tipo CSTR, combinando técnicas ANFIS para la identificación del sistema con filtros de Kalman zonotópicos (ZKF) para

la estimación de estados bajo incertidumbre. El modelo ANFIS se entrena exclusivamente con datos libres de fallas, mientras que la detección se basa en la generación de residuales por parte del observador ZKF, los cuales se analizan mediante umbrales adaptativos considerando la incertidumbre del sistema y ruido en las mediciones. El esquema propuesto se valida mediante simulaciones que consideran distintos escenarios de fallas en sensores y actuadores.

2. MODELO DEL SISTEMA BIORREACTOR CSTR

A continuación, se presenta un modelo genérico basado en principios fundamentales para un biorreactor CSTR que opera continuamente en una reacción exotérmica de segundo orden, validado en Pilario and Cao (2018), donde un producto A se convierte en un producto B . Las ecuaciones (1–3) representan los balances de materia y energía de un proceso químico.

$$\frac{dC}{dt} = \frac{Q}{V} (C_i - C) - akC + \nu_1 \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{V} (T_i - T) - a \frac{(\Delta H_r)kC}{\rho C_p} - b \frac{UA}{\rho C_p V} (T - T_c) + \nu_2 \quad (2)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{Q_c}{V_c} (T_{ci} - T_c) + b \frac{UA}{\rho_c C_{pc} V_c} (T - T_c) + \nu_3 \quad (3)$$

Las variables del biorreactor incluyen concentraciones C y C_i , temperaturas T y T_c , y el caudal de refrigerante Q_c . Las entradas del sistema son $\mathbf{u} = [C_i, T_i, T_{ci}]^T$ y las salidas $\mathbf{y} = [C, T, T_c, Q_c]^T$. El parámetro cinético k sigue una ley tipo Arrhenius. El esquema del CSTR en la Figura 1 muestra la configuración y puntos de medición. Se consideran fallas incipientes en sensores y procesos, incluyendo degradación catalítica y ensuciamiento térmico, como se resume en la Tabla 1.

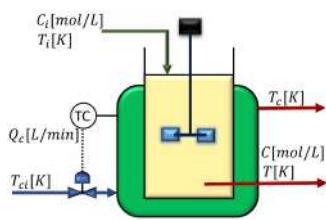


Figura 1. Esquema del CSTR en lazo cerrado.

Tabla 1. Resumen de escenarios de falla en el sistema

Falla	Descripción	Tipo
1	Sesgo del 10 % en sensor C	Aditiva
2	Sesgo del 10 % en sensor T	Aditiva
3	Sesgo del 10 % en sensor T_{ci}	Aditiva
4	Sesgo del 10 % en sensor Q_c	Aditiva
5	Decaimiento catalítico	Multiplicativa
6	Ensuciamiento térmico	Multiplicativa

2.1 Preparación de datos para el entrenamiento de ANFIS

La preparación de datos del sistema CSTR se basa en simulaciones de 1200 minutos con 4 muestras por minuto,

bajo condiciones sin fallas y con ruido en las mediciones. Dado que el enfoque es basado en datos, se recolectan muestras de sensores de entrada y salida. Para capturar la no linealidad del sistema, las variables se estiman de forma regresiva considerando dos instantes anteriores, como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Variables de salida estimadas en forma regresiva

Salida y_i	Forma regresiva
$\hat{C}(k)$	$(C(k), C(k-1), C(k-2), C_i(k), T_i(k), T_{ci}(k))$
$\hat{T}(k)$	$(T(k), T(k-1), T(k-2), C_i(k), T_i(k), T_{ci}(k))$
$\hat{T}_c(k)$	$(T_c(k), T_c(k-1), T_c(k-2), C_i(k), T_i(k), T_{ci}(k))$
$\hat{Q}_c(k)$	$(Q_c(k), Q_c(k-1), Q_c(k-2), C_i(k), T_i(k), T_{ci}(k))$

Estas expresiones regresivas se utilizarán como entradas para las redes ANFIS y, mediante el aprendizaje, permitirán identificar las variables estimadas y obtener modelos tipo Takagi-Sugeno que serán empleados en el diseño de observadores intervalares.

3. ESQUEMA HÍBRIDO DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS PARA EL SISTEMA CSTR

Esta sección presenta un método híbrido para el diagnóstico de fallas en biorreactores tipo CSTR, basado en datos operativos (Figura 2). Se emplean modelos ANFIS para identificar la dinámica no lineal del sistema en condiciones normales. A partir de estos, se generan modelos Takagi-Sugeno que permiten representar su comportamiento adaptativo. Además, se diseñan observadores ZKF con umbrales adaptativos para detectar fallas. El aislamiento de fallas se realiza mediante el análisis de la matriz de incidencia, permitiendo identificar cada falla dentro del proceso.

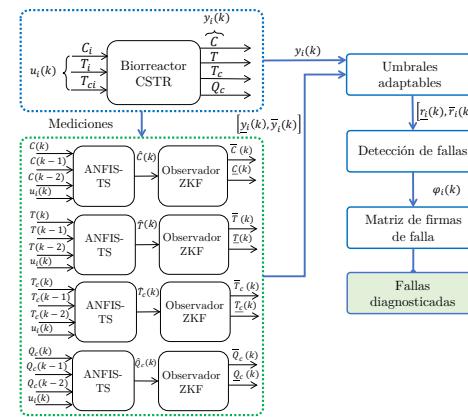


Figura 2. Esquema del diagnóstico de fallas.

3.1 Obtención de sistemas Takagi-Sugeno a partir del aprendizaje ANFIS

El proceso de identificación del sistema utiliza las estructuras regresivas de las variables presentadas en la Tabla

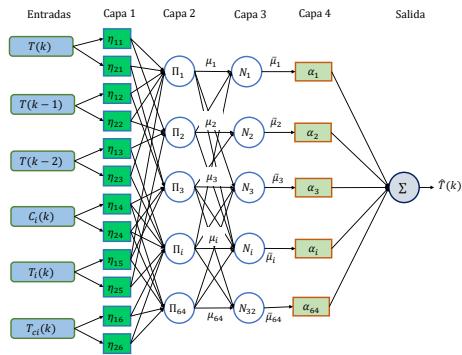


Figura 3. ANFIS para la identificación del sistema CSTR.

2; las entradas al ANFIS se estructuran para identificar el sistema CSTR, como se ilustra en la Figura 3. Es importante mencionar que el proceso de entrenamiento se realiza con datos libres de fallas para asegurar la precisión y confiabilidad del modelo. La Figura 3 muestra las variables de entrada $T(k)$, $T(k-1)$, $T(k-2)$, $C_i(k)$, $T_i(k)$ y $T_{ci}(k)$, utilizadas como entradas del sistema de inferencia difusa. El ANFIS emplea estas entradas para identificar el comportamiento del sistema y estimar la variable de salida $\hat{T}(k)$. El ANFIS se utiliza para aproximar el comportamiento no lineal de cada variable de salida del sistema CSTR. Los datos de entrada para el ANFIS se estructuran de la siguiente manera:

$$\xi = [T(k) \ T(k-1) \ T(k-2) \ C_i(k) \ T_i(k) \ T_{ci}(k)]^T. \quad (4)$$

Capa 1: Conocida como capa de antecedentes, la cual emplea funciones de membresía (MF) tipo campana generalizada para realizar la fusificación. Cada función de tipo campana, denotada como $\eta(\cdot)$, se caracteriza por tres parámetros neuro-difusos (a_{mo} , b_{mo} , c_{mo}). La función se define como: $\eta_{mo}(\xi_o) = \frac{1}{1 + (\frac{\xi_o - c_{mo}}{a_{mo}})^{2b_{mo}}}$, donde ξ representa el vector de variables de entrada del ANFIS (también conocidas como parámetros de programación), N_{MF} representa el número de funciones de membresía por parámetro de programación.

Capa 2: Esta capa genera las reglas utilizando las funciones tipo campana definidas previamente. Cada uno de los $N_v = (N_{MF})^{N_\xi} = 64$ nodos que multiplican las señales entrantes y envía el producto. El cálculo se expresa como: $\mu_i(\xi) = \prod_{o=1}^{N_\xi} \eta_{mo}(\xi_o)$, donde cada parámetro de programación ξ_o es estimado y varía dentro de un intervalo definido, $\xi_o \in [\underline{\xi}_o, \bar{\xi}_o] \subset \mathbb{R}$.

Capa 3: Esta capa de normalización calcula los valores ponderados asociados a cada regla como, $\bar{\mu}_i(\xi) = \frac{\mu_i(\xi)}{\sum_{i=1}^{N_v} \mu_i(\xi)}$.

Capa 4: Conocida como defusificación o capa consecuente, esta capa emplea las reglas difusas tipo "si-entonces" de Takagi y Sugeno (Takagi and Sugeno, 1985). Las reglas se expresan como: $\mathcal{R}_i : SI \ \xi_1 \text{ es } \eta_{m1} \ Y, \dots, Y \ \xi_{N_\xi} \text{ es } \eta_{mN_\xi} \ ENTONCES \ \bar{\mu}_i \xi_i = \bar{\mu}_i(\xi_i p_i + h_i), \forall i = 1, \dots, N_v$.

Salida: Esta capa determina la salida general del sistema sumando todas las señales entrantes provenientes de la capa de defusificación, es decir: $\sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i \xi_i$. Una vez finalizado el entrenamiento del ANFIS y calculados los pesos normalizados junto con los parámetros consecuentes, el siguiente paso consiste en la construcción de la representación politópica de Takagi-Sugeno. Como ejemplo, la variable \hat{T} se expresa como:

$$\hat{T}(k) = \sum_{i=1}^N \bar{\mu}_i(\xi(k)) (\alpha_{1i} T(k) + \alpha_{2i} T(k-1) + \alpha_{3i} T(k-2) + \alpha_{4i} Q_{in}(k) + \alpha_{5i} Q_{out}(k) + \gamma_i). \quad (5)$$

Los términos en (5) pueden reorganizarse como:

$$\hat{T}(k) = \sum_{i=1}^N \bar{\mu}_i(\xi(k)) \left(\begin{bmatrix} \alpha_{11}^i & \alpha_{21}^i & \alpha_{31}^i \\ \alpha_{12}^i & \alpha_{22}^i & \alpha_{32}^i \\ \alpha_{13}^i & \alpha_{23}^i & \alpha_{33}^i \\ \alpha_{14}^i & \alpha_{24}^i & \alpha_{34}^i \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \alpha_{11}^i & \alpha_{21}^i \\ \alpha_{12}^i & \alpha_{22}^i \\ \alpha_{13}^i & \alpha_{23}^i \\ \alpha_{14}^i & \alpha_{24}^i \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \gamma_1^i \\ \gamma_2^i \\ \gamma_3^i \end{bmatrix} \right), \quad (6)$$

donde $x = [T(k) \ T(k-1) \ T(k-2)]^T$ representa los estados, $y = [Q_{in} \ Q_{out}]^T$ corresponde a las entradas. El superíndice 1, 2, 3 indica el número de salida del ANFIS. La forma politópica se reformula como un modelo en espacio de estados en tiempo discreto:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \bar{\mu}_i(\xi(k)) (A_i x(k) + B_i u(k) + \gamma_i), \\ y(k) = C x(k), \quad (7)$$

donde $N = (N_{MF})^{N_\xi}$, $\bar{\mu}_i(\xi(k))$ representa las funciones premisa, y A_i , B_i , γ_i y C son las matrices del sistema de dimensiones apropiadas. El vector de salida se denota por $y(k)$. Se debe notar que el sistema CSTR está sujeto a incertidumbres derivadas de discrepancias en el modelo, dinámicas de reacción y cambios ambientales. Las matrices Ψ_i y Ω_i representan las incertidumbres, mientras que F_σ representa el ruido:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^N \bar{\mu}_i(\xi(k)) ((A_i + \Psi_i)x(k) + (B_i + \Omega_i)u(k) + \gamma_i), \\ y(k) = C x(k) + F_\sigma \sigma(k), \quad (8)$$

Los valores de las matrices con incertidumbre se calculan a partir de la matriz de covarianza de error de todos los parámetros consecuentes del modelo ANFIS, generados durante el aprendizaje. Las matrices Ψ_i y Ω_i se forman utilizando las desviaciones estándar derivadas de las varianzas en dicha matriz de covarianza. La matriz de ruido F_σ tiene dimensiones fijas, mientras que $\sigma(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ representa el ruido de los sensores del sistema CSTR. Los parámetros inciertos pueden aproximarse en un solo término según Chen and Patton (2012). Así, la ecuación (8) se reformula de la siguiente manera:

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i(\zeta(k)) (A_i x(k) + B_i u(k) + \gamma_i + E_i \delta(k)), \\ y(k) = C x(k) + F_\sigma \sigma(k), \quad (9)$$

con

$$E_i \delta(k) = \Psi_i x(k) + \Omega_i u(k), \quad (10)$$

donde E_i es la matriz de distribución de incertidumbre con dimensiones adecuadas, y $\delta(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ es un vector que captura el efecto de la incertidumbre. La siguiente subsección describe el procedimiento para diseñar el observador ZKF basado en conjuntos.

3.2 Diseño de un observador ZKF

El observador ZKF se diseña mediante aprendizaje ANFIS sobre un modelo Takagi-Sugeno y se basa en el filtro de Kalman zonotópico. A diferencia del KF tradicional, el ZKF emplea incertidumbres acotadas en lugar de distribuciones probabilísticas, lo que mejora su robustez frente a perturbaciones deterministas. Proporciona estimaciones en forma de zonotopos que encierran todos los estados posibles, sin requerir supuestos sobre la distribución del ruido. Esta combinación de lógica difusa y observación zonotópica permite una estimación precisa y confiable en sistemas dinámicos no lineales. Para simplificar la notación, el sistema TS en (8) se reformula como:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_\omega x(k) + B_\omega u(k) + \gamma_\omega + E_\omega \delta(k), \\ y(k) &= Cx(k) + F_\sigma \sigma(k), \end{aligned} \quad (11)$$

donde $A_\omega = \sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i(\zeta(k)) A_i$, $B_\omega = \sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i(\zeta(k)) B_i$, $\gamma_\omega = \sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i(\zeta(k)) \gamma_i$ y $E_\omega = \sum_{i=1}^{N_v} \bar{\mu}_i(\zeta(k)) E_i$. Las incertidumbres y el ruido se consideran como una representación zonotópica de la forma:

$$\begin{aligned} \delta &\in \langle c_\delta, R_\delta \rangle, \\ \sigma &\in \langle c_\sigma, R_\sigma \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

donde c_δ y c_σ representan los centros de los zonotopos que acotan la incertidumbre y el ruido, respectivamente, con sus matrices generadoras asociadas $R_\delta \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ y $R_\sigma \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$.

Suposición 3.1. Se asume que las incertidumbres y el ruido en (12) están acotados por un zonotopo hipercubo unitario centrado en el origen. Específicamente, para todo $k \geq 0$, se tiene que $\delta \in [-1, 1]^{n_\delta} = \langle 0, I_{n_\delta} \rangle$ y $\sigma \in [-1, 1]^{n_\sigma} = \langle 0, I_{n_\sigma} \rangle$, donde $I_{n_\delta} \in \mathbb{R}^{n_\delta \times n_\delta}$ e $I_{n_\sigma} \in \mathbb{R}^{n_\sigma \times n_\sigma}$ son matrices identidad.

Considerando la hipótesis anterior y que el estado inicial x_0 pertenece al conjunto $\mathcal{X}_0^{zo} = \langle c_{k,0}^{zo}, R_{k,0}^{zo} \rangle$, donde $c_{k,0}^{zo} \in \mathbb{R}^{n_x}$ representa el centro y $R_{k,0}^{zo} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ es una matriz generadora no vacía, se estructura el siguiente observador ZKF neuro-difuso:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A_\omega \hat{x}(k) + B_\omega u(k) + \gamma_\omega(k) + E_\omega \delta(k) \\ &\quad + L_\omega (y - Cx(k) - F_\sigma \sigma(k)), \end{aligned} \quad (13)$$

donde el vector $\hat{x}(k+1) \in \mathbb{R}^{n_x}$ representa los estados estimados y $L_\omega \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y}$ representa las ganancias del observador, que deben determinarse. La siguiente proposición es esencial para el cálculo de dichas ganancias.

Proposición 1. Dado el sistema (11) y la estructura del observador (13), el zonotopo $\hat{\mathcal{X}}_k^{zo} = \langle c_{k+1}^{zo}, R_{k+1}^{zo} \rangle$ se predice recursivamente hacia adelante como:

$$c_{k+1}^{zo} = (A_\omega - L_\omega C)c_k^{zo} + B_\omega u_k + \gamma_k + L_\omega y_k \quad (14)$$

$$R_{k+1}^{zo} = [(A_\omega - L_\omega C)\bar{R}_k^{zo}, E_\omega, -L_\omega F_\sigma]$$

$$\bar{R}_k^{zo} = \downarrow_q (R_k^{zo}).$$

donde el operador de reducción \downarrow_q satisface $\bar{R}_k = \downarrow_q (R)$, y $\hat{x}(k) \in \langle c_k, R_k \rangle \subset \langle c_k, \bar{R}_k \rangle$.

Proof 1. Asumiendo que $\hat{\mathcal{X}}^{zo} = \langle c_{k+1}^{zo}, R_{k+1}^{zo} \rangle$ en el instante k (válido en $k = 0$) y que $\downarrow_{q,W}$ preserva la inclusión, se tiene $\hat{\mathcal{X}}^{zo} = \langle c_k, \bar{R}_k \rangle$. Dado que $\delta = \langle 0, I_{n_\delta} \rangle$ y $\sigma \in \langle 0, I_{n_\sigma} \rangle$ según (11), y considerando (13), se obtiene:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= ((A_\omega - L_\omega C) \odot \langle c_k, R_k \rangle) \oplus (B_\omega \odot \langle u_k, 0 \rangle) \oplus (\langle \gamma_k, 0 \rangle) \\ &\quad \oplus (E_\omega \odot \langle 0, I_{n_\delta} \rangle) \oplus (L_\omega \odot \langle y_k, 0 \rangle) \oplus (-L_\omega F_\sigma \odot \langle 0, I_{n_\sigma} \rangle). \end{aligned} \quad (15)$$

Luego, al aplicar la Propiedad de Zonotopos, se obtiene (14). Por lo tanto, la demostración queda concluida. ■

Como se destaca en la Proposición 1, el observador zonotópico de acotamiento de estados (14) se caracteriza por la ganancia del observador zonotópico L_z en cada instante de tiempo k . De acuerdo con Alamo et al. (2005), Combastel (2015), el tamaño del zonotopo de acotamiento de estados $\hat{\mathcal{X}}^{zo} = \langle c_{k+1}^{zo}, R_{k+1}^{zo} \rangle$ puede minimizarse utilizando su F -radio. El siguiente teorema ofrece un método para calcular L_z con este propósito.

Teorema 3.1. Considérese el sistema difuso no lineal tipo Takagi-Sugeno (11) y su observador zonotópico asociado (13). El tamaño del zonotopo definido en (14) puede optimizarse utilizando la siguiente ganancia del observador:

$$L_\omega = \Gamma_\omega \Phi_k^{-1}, \quad (16)$$

donde

$$\Gamma_\omega = A_\omega P_k C^T, \quad P_k = R_{x_k} R_{x_k}^T, \quad \Phi_k = C P_k C^T + F_\sigma F_\sigma^T.$$

Proof 2. La demostración se basa en la relación entre el filtro de Kalman zonotópico y el filtro de Kalman establecida en (Combastel, 2015). ■

Cabe señalar que el término h_z no modifica la matriz generadora del zonotopo que acota el estado R_{k+1}^{zo} en (14). Por lo tanto, no se considera en el desarrollo de las LMIs. Luego, aplicando las operaciones adecuadas sobre las LMIs, se obtiene una solución de optimización politópica según Ostertag (2011).

3.3 Esquema de detección de fallas Zonotópico

El proceso de detección y aislamiento de fallas mediante el ZKF neuro-difuso implica la estimación de las variables del sistema con ANFIS y la propagación de perturbaciones y ruido a través de un observador zonotópico. Este proceso identifica fallas verificando la intersección entre el zonotopo estimado y la franja medida en cada instante de tiempo. Si la intersección es vacía, se indica una falla. Los resultados se almacenan en una Matriz de Firma de Fallas (MFF), que ayuda en el diagnóstico de las fallas. Los pasos detallados de este esquema de detección se presentan en el Algoritmo 1.

Algorithm 1 Detección de Fallas Zonotópico

- 1: **Entrada:** Variables del sistema estimadas mediante ANFIS, como en la Tabla 2
- 2: **Salida:** Matriz de Firma de Fallas (MFF)
- 3: **Inicialización:**
- 4: Número de variables estimadas del sistema s
- 5: Parámetros del observador zonotópico y cotas de perturbación
- 6: **for** cada instante de tiempo k **do**
- 7: **Estimar** las variables del sistema usando ANFIS
- 8: **Propagar** incertidumbre y ruido mediante el observador zonotópico
- 9: Calcular la franja $\mathcal{X}_k^{y_k}$ para cada variable medida:

$$\mathcal{X}_k^{y_k} = \{x(k) \in \mathbb{R}^{n_x} : |Cx(k) - y_s(k)| \leq F_\sigma\} \quad (17)$$
- 10: **Verificar** la existencia de una falla comprobando:

$$\hat{\mathcal{X}}_k^{zo} \cap \mathcal{X}_k^{y_k} = \emptyset \quad (18)$$
- 11: **if** $\hat{\mathcal{X}}_k^{zo} \cap \mathcal{X}_k^{y_k} = \emptyset$ **then**
- 12: Se indica una falla
- 13: Generar residuos $r_s(k)$
- 14: **Actualizar** la Matriz de Firma de Fallas (MFF) de la siguiente forma:

$$\psi_{s,j}(k) = \begin{cases} 0 & \text{si } r_s(k) \text{ es consistente (Sin falla)} \\ 1 & \text{si } r_s(k) \text{ no es consistente (Falla)} \end{cases} \quad (19)$$
- 15: **else**
- 16: No se indica falla
- 17: **end if**
- 18: **end for**
- 19: **Retornar:** Matriz de Firma de Fallas (MFF)

4. RESULTADOS

Esta sección presenta los resultados del método híbrido propuesto para el diagnóstico de fallas con ANFIS y observadores ZKF, evaluado mediante un simulador del modelo CSTR. Se realizaron 30 simulaciones libres de fallas durante 1200 min con 4 muestras por minuto. El entorno de Simulink incorpora perturbaciones aleatorias en las entradas $[C_i \ T_i \ T_{ci}]$, además de ruido de proceso y de sensores, lo que genera variaciones no gaussianas y mediciones correlacionadas debido a la no linealidad del sistema, como se muestra en la Figura 4. El conjunto de datos se dividió en 80 % para entrenamiento y 20 % para validación de los modelos FSM. Durante el entrenamiento, se ajustaron los pesos y parámetros neuro-difusos. Las salidas $[C \ T \ T_c \ Q_c]$ fueron identificadas mediante ANFIS (ver Subsección 3.1), utilizando 150 épocas. Se obtuvieron estimaciones precisas con un RMSE entre 3.8971×10^{-4} y 6.9623×10^{-4} .

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{N_t} (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (20)$$

donde y_t representan los valores reales, \hat{y}_t los valores estimados, y N_t el número de observaciones. Posteriormente, se implementaron los observadores ZKF como se describe en la Subsección 3.2. Debido a limitaciones de espacio en el artículo, los resultados se presentan gráficamente en

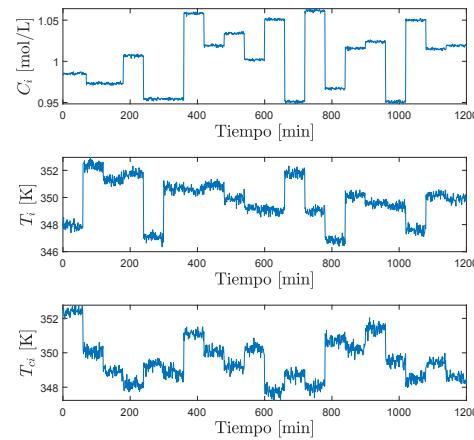


Figura 4. Conjunto de datos de entrada obtenido de la simulación del CSTR

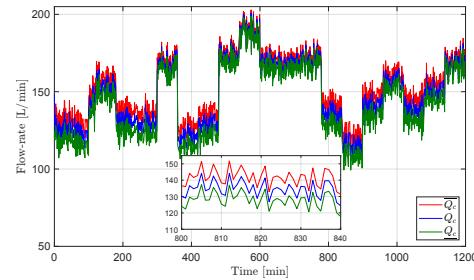


Figura 5. Caudal de refrigerante Q_c en condiciones libres de falla.

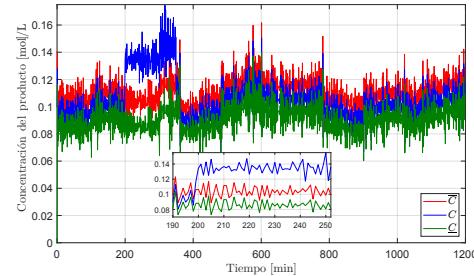


Figura 6. Falla 1 en el sensor C en el tiempo $t = 200$ s.

la Figura 5 muestra la refrigerante Q_c en condiciones libres de falla, donde el observador ZKF (líneas roja y verde) envuelve la señal medida, representada por la línea azul. Para evaluar la efectividad del método propuesto, se realizaron diversas pruebas induciendo intencionalmente fallas en sensores y fallas incipientes en el proceso del reactor contenidas en la tabla 1. Las fallas pueden visualizarse gráficamente en las siguientes figuras; se presentan dos gráficas correspondientes a falla en sensor y falla en el proceso. En la Figura 6, se activa una falla en el sensor C en el tiempo $t = 200$ min, superando el umbral superior del observador. La Figura 7 ilustra una falla incipiente inducida en el tiempo $t = 400$ s; esta falla supera el umbral superior y se incrementa con el tiempo. Utilizando el Algoritmo 1, los resultados de detección de fallas se detallan en la Tabla 3, la cual muestra la MFF.

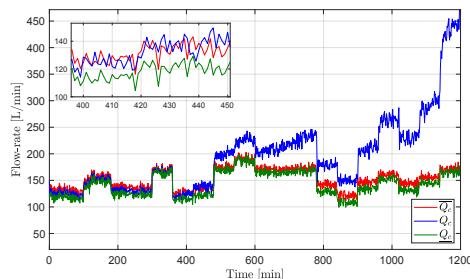


Figura 7. Falla 6 en el proceso del reactor en el tiempo $t = 400$ s.

La MFF compila los resultados de detección para cada escenario de falla. Cada fila corresponde a un residual r_s generado por el algoritmo, y cada columna se asocia a una falla específica. Un valor de 1 indica que la falla fue detectada en el escenario correspondiente, mientras que una celda vacía indica que no se detectó ninguna falla. La matriz permite identificar claramente qué residuales están vinculados a cada falla. En el caso de la falla incipiente 5, se activan los residuales 1, 2 y 3; mientras que para la falla incipiente 6, se activan los residuales 3 y 4. En consecuencia, cada falla genera una firma distintiva, lo que permite un diagnóstico preciso de fallas.

Residual	Falla 1	Falla 2	Falla 3	Falla 4	Falla 5	Falla 6
r_1	1					1
r_2		1			1	
r_3			1		1	
r_4				1		1

Tabla 3. Activación de residuales para cada escenario de falla.

El método híbrido basado en observadores ZKF demostró ser eficaz en la generación de umbrales adaptativos robustos frente a incertidumbre y ruido. La MFF evidencia la activación específica de residuales ante fallas, lo que permite una identificación precisa mediante firmas únicas, incluso en condiciones no ideales.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo presentó un enfoque híbrido para el diagnóstico de fallas en sistemas dinámicos no lineales, integrando modelos ANFIS con observadores ZKF. La metodología permite identificar con precisión la dinámica del sistema en condiciones normales mediante aprendizaje neuro-difuso, y detectar fallas de forma robusta usando umbrales adaptativos generados por observadores zonotópicos. La aplicación al sistema CSTR validó la eficacia del enfoque propuesto, logrando detectar tanto fallas abruptas en sensores como fallas incipientes en el proceso, incluso en presencia de incertidumbre y ruido. La MFF permitió una clara asociación entre residuales y fallas, facilitando la identificación y aislamiento preciso. Como trabajo futuro, se propone extender este enfoque hacia la predicción de fallas, lo cual permitiría anticipar la degradación del sistema y habilitar esquemas de mantenimiento predictivo más eficientes.

REFERENCIAS

- Alamo, T., Bravo, J.M., and Camacho, E.F. (2005). Guaranteed state estimation by zonotopes. *Automatica*, 41(6), 1035–1043.
- Azarbani, A., Fakharian, A., and Menhaj, M.B. (2023). On the design of an unknown input observer to fault detection, isolation, and estimation for uncertain multi-delay nonlinear systems. *Journal of Process Control*, 128, 103018.
- Chen, J. and Patton, R.J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, volume 3. Springer Science & Business Media.
- Combastel, C. (2015). Zonotopes and kalman observers: Gain optimality under distinct uncertainty paradigms and robust convergence. *Automatica*, 55, 265–273.
- Gholizadeh, M., Yazdizadeh, A., and Mohammad-Bagherpour, H. (2017). Fault detection and identification using combination of ekf and neuro-fuzzy network applied to a chemical process (cstr). *Pattern Analysis and Applications*, 22, 359–373.
- Jagtap, P., Raut, P., Pillai, G.N., Kazi, F., and Singh, N. (2015). Extreme-anfis: A novel learning approach for inverse model control of nonlinear dynamical systems. In *2015 International Conference on Industrial Instrumentation and Control (ICIC)*, 718–723. IEEE.
- Mitra, S. and Murthy, G.S. (2022). Bioreactor control systems in the biopharmaceutical industry: a critical perspective. *Systems Microbiology and Biomanufacturing*, 1–22.
- Ostertag, E. (2011). *Mono-and multivariable control and estimation: linear, quadratic and LMI methods*. Springer Science & Business Media.
- Pan, H., Yu, X., Hu, J., Li, L., She, Y., Zhang, Y., and Zan, H. (2023). A self-healing controller based on sliding-mode control for sensor fault in wastewater treatment processes. *Journal of Process Control*, 127, 102997.
- Pilario, K.E.S. and Cao, Y. (2018). Canonical variate dissimilarity analysis for process incipient fault detection. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 14(12), 5308–5315.
- Sawattanakit, N. and Jaovisidha, V. (1998). Process fault detection and diagnosis in cstr system using on-line approximator. In *IEEE. APCCAS 1998. 1998 IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems. Microelectronics and Integrating Systems. Proceedings (Cat. No. 98EX242)*, 747–750. IEEE.
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, SMC-15(1), 116–132.
- Venkateswaran, S., Sheriff, M.Z., Wilhite, B., and Kravaris, C. (2021). Design of functional observers for fault detection and isolation in nonlinear systems in the presence of noises. *Journal of Process Control*, 108, 68–85.