

## Robust sensor-fault location in instrumented building structures.

Jesús Morales-Valdez \* Luis Alvarez-Icaza \*\*  
 Jesús D. Avilés \*\*\*

\* Departamento de Ingeniería en Sistemas Electrónicos Industriales,  
 Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM), Calzada  
 Ermita Iztapalapa No. 4163, Iztapalapa, C.P. 09620, CDMX, México,  
 (e-mail: jesus.morales@uacm.edu.mx,).

\*\* Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería,  
 Av. Universidad No. 3000, Coyoacán, C.P. 04510, CDMX, México,  
 (e-mail: alvar@pumas.iingen.unam.mx,).

\*\*\* Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Administrativas y Sociales,  
 Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Universidad No. 1,  
 San Fernando, C.P. 21460, Tecate B.C., México, (e-mail:  
 david.aviles@uabc.edu.mx).

**Abstract:** This work addresses the sensor fault detection problem in accelerometers placed in building structures. Given the harsh conditions to which these measurement instruments are subjected to and the importance of having non-faulty sensors, this study investigates the use of observers for estimating accelerometer faults modeled as unknown inputs. The proposed approach employs an observer that simultaneously estimates both the internal states of the dynamic system and the unknown inputs. The observer design is based on optimization techniques within the  $H_\infty$  framework, that provides robustness against external disturbances, parametric uncertainties, and measurement noise. Furthermore, the observer is capable to detect and isolate these sensors failures without affecting the estimation of the structural state. Simulation results show the effectiveness of the proposed scheme and validate the theoretical framework.

**Keywords:** Sensor failure,  $H_\infty$  observer, shear budiling

### 1. INTRODUCCIÓN

El continuo desarrollo de nuevos materiales y el avance de la tecnología ha acelerado el desarrollo de la infraestructura civil en los últimos años. Durante su vida útil, ésta suele estar sujeta a diversas cargas externas causadas por factores múltiples, entre ellos terremotos y vientos fuertes, que pueden producir un deterioro progresivo de los elementos estructurales, mismo que, en casos extremos, implicaría riesgos de seguridad significativos para su funcionamiento, y que pudiera llegar a pérdidas humanas y económicas. En este sentido, las tecnologías de monitoreo de la salud estructural (SHM) permiten evaluar la seguridad de las estructuras considerando diversos enfoques, como análisis modal basado en las frecuencias de vibración (Yang and Wang, 2010) y formas modales (Zhao et al., 2016), entre otros (Pandey et al., 1991).

La mayoría de los edificios hoy en día se instrumentan con acelerómetros. Debido a las severas condiciones a las que se encuentran sometidos estos instrumentos de

medición, en ocasiones es difícil conocer su estado. Esto implica que, al ocurrir un evento sísmico, pudieran no funcionar correctamente y entorpecer una evaluación oportuna de las condiciones del inmueble durante y después del evento. Dada la importancia de contar con sensores en buen estado, en este trabajo se explora la posibilidad de estimar fallas en acelerómetros, modeladas como entradas desconocidas, empleando para ello observadores que estiman simultáneamente tanto los estados internos del sistema dinámico como dichas entradas (SISE, Simultaneous Input and State Estimation). Este tipo de algoritmos ha sido aplicado en diversas áreas, incluyendo la detección de fallas en actuadores (Guzman et al., 2021), la robótica (Ferguson et al., 2024) y el control de sistemas mecánicos (Valikhani and Younesian, 2019). Asimismo, continúa extendiéndose hacia diversas clases de sistemas dinámicos, lo que evidencia su versatilidad y relevancia en la investigación actual.

En particular, el diseño del observador que se emplea en este trabajo está basado en la formulación  $H_\infty$ , conocida por su robustez ante incertidumbres, perturbaciones externas y ruido de medición. Para lograr la estimación de fallas, estas se consideran como estados adicionales en el modelo, generando así un sistema extendido. La ganancia

\* Agradecimiento al Colegio de Ciencia y Tecnología (CCyT) de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) por el apoyo otorgado a través del proyecto UACM-CCYT-2025-CON-06, que ha hecho posible el desarrollo de la presente investigación.

del observador es calculada de manera óptima empleando desigualdades matriciales lineales y resueltas a través de la paquetería YALMIP en Matlab. Finalmente, la eficacia del algoritmo propuesto se valida mediante simulaciones numéricas, demostrando su capacidad para estimar tanto los estados del sistema como las posibles fallas en los sensores.

El resto del artículo está organizado como sigue: la sección 2 describe el modelo matemático empleado para representar la respuesta de edificios. En la sección 3 se presenta el desarrollo del observador  $H_\infty$ . La validación numérica se lleva a cabo en la sección 4 y finalmente, las conclusiones y observaciones finales se proporcionan en la sección 5.

## 2. MODELADO DE UNA ESTRUCTURA DE TIPO EDIFICIO

El modelo comúnmente utilizado para representar estructuras de edificios es el modelo a cortante con  $n$  grados de libertad, uno por piso, en el que cada uno de ellos se considera con masa concentrada en el centro y conectada a las demás mediante elementos disipativos y de rigidez. En este esquema, el comportamiento dinámico del sistema se representa mediante un conjunto de ecuaciones de movimiento, las cuales se expresan como sigue:

$$\begin{aligned} M_s \ddot{x}(t) + C_s \dot{x}(t) + K_s x(t) &= -M_s l \ddot{x}_g(t) \\ x(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \dot{x}(t) &= [\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \\ \ddot{x}(t) &= [\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t), \dots, \ddot{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}. \\ l &= [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1} \end{aligned} \quad (1)$$

donde,  $M_s$ ,  $C_s$  y  $K_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son las matrices de las constantes de masa  $m_i$ , amortiguamiento  $c_i$  y rigidez  $k_i$ , con  $i = 1, 2, \dots, n$ , respectivamente y definidas como:

$$M_s = \text{diag}[m_1, m_2, \dots, m_n] > 0, \quad (2)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ 0 & 0 & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} > 0, \quad (3)$$

donde,  $C_s$  mantiene la misma forma que la matriz  $K_s$ . Por otro lado, realizando el cambio de variables  $z_1 = x$  y  $z_2 = \dot{x}$ , tal que,  $\dot{z}_1 = \dot{x} = z_2$ ,  $\dot{z}_2 = \ddot{x} = \ddot{z}_2$  y  $z = [z_1, z_2]^T$ , el modelo (1) puede ser reescrito en forma de espacio de estados como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M_s^{-1} K_s & -M_s^{-1} C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ l \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ y(t) &= [-M_s^{-1} K_s \quad -M_s^{-1} C_s] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = Cx(t) \end{aligned} \quad (4)$$

con

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 1} \quad (5)$$

$$y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$$

donde  $z(t)$  es el vector de estados, y sus componentes  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  son las posiciones  $x_i(t)$  y velocidades  $\dot{x}_i(t)$  de cada

piso, respectivamente;  $y_i(t)$  corresponde a la medición de la aceleración de cada piso, mientras que  $l$  es el vector con componentes unitarios que permite distribuir la señal sísmica  $\ddot{x}_g(t) \in \mathbb{R}^+$  en todos los pisos. De esta manera, el sistema (4) también puede ser reescrito como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cz(t) \end{aligned} \quad (6)$$

con

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -M_s^{-1} K_s & -M_s^{-1} C_s \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}, \\ B &= -\begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ l \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 1} \end{aligned} \quad (7)$$

$y(t)$  se supone medible y  $u(t) = \ddot{x}_g$  corresponde a la excitación sísmica.

### 2.1 Inclusión de falla en sensores

Para tareas de monitoreo de salud estructural es vital contar con la instrumentación en buenas condiciones, por lo que es necesario detectar cuando esta falla. Para ello, el modelo (6) es replanteado como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + B\ddot{x}_g(t) + \Gamma f_a(t) \\ y(t) &= Cz(t) \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $f_a$  denota una falla considerada, mientras que  $\Gamma \in \mathbb{R}^n$  corresponde al vector que indica su presencia y localización. El resto de las variables y matrices han sido definidas previamente. Por ejemplo, para señalar una falla en el sensor del tercer piso el vector  $\Gamma$  quedaría:

$$\Gamma = [0_{n \times n}, 0, 0, 1, 0, \dots, 0]^T, \text{ con } f_a \neq 0 \quad (9)$$

Es importante señalar que tanto el vector de estado  $z(t)$  como el vector  $\Gamma f_a$  que indica el estado de daño son desconocidos y por tanto deben estimarse.

Por otro lado, suponiendo la presencia de ruido en las mediciones, el modelo anterior (8) puede ser complementado como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + B\ddot{x}_g(t) + \Gamma f_a(t) + Rd(t) \\ y(t) &= Cz(t) + Ed(t) \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $R = [1_{n \times 1}, 0_{n \times 1}]^T \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$ ,  $E = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ , y la perturbación  $d(t)$  es de energía limitada.

*Nota 1.* Debido a que las matrices  $M_s$ ,  $C_s$  y  $K_s$  son simétricas y definidas positivas o semidefinidas, entonces el par  $(A, C)$  es observable (Poznyak, 2010).

*Nota 2.* En este estudio, se asume que las mediciones de aceleraciones para cada piso  $\ddot{x}_i$  y al nivel del suelo  $\ddot{x}_g$  están disponibles.

*Nota 3.* Antes de la acción sísmica, la estructura de tipo edificio está en reposo; por lo tanto, los desplazamientos, velocidades y aceleraciones iniciales son nulos, es decir,  $x_i(t) = 0$ ,  $\dot{x}_i(t) = 0$ ,  $\ddot{x}_i(0) = 0$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ .

*Nota 4.* La falla de sensores se modela en las dinámicas de  $z$  porque muchas fallas presentan evolución temporal (sesgos, derivas, intermitencias), y al tratarlas como un estado aumentado se garantiza su observabilidad y estimación robusta mediante observadores y filtros, tal como recomiendan Chen and Patton (2012) e Isermann (2005).

### 3. DETECCIÓN DE FALLAS EN SENSORES BASADA EN OBSERVADORES DE ESTADOS

Dado que se desconocen, el vector de estado  $z(t)$  y el vector de fallas  $\Gamma f_a$ , en este trabajo se introduce un observador tipo Luenberger para estimar tanto los estados del sistema como el vector de pisos dañados.

*Suposición 1.*  $\dot{f}_a(t) \approx 0$ , es decir la falla no cambia con el tiempo.

Para conveniencia analítica, el modelo (8) se reformula como un sistema extendido, de tal manera que las fallas se incorporan en los estados a ser estimados, como se presenta continuación:

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{f}_a(t) \end{bmatrix}}_{\dot{z}_e} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & \Gamma \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_e} \underbrace{\begin{bmatrix} z(t) \\ f_a(t) \end{bmatrix}}_{z_e} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_e} \underbrace{\ddot{x}_g(t)}_u + \underbrace{\begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}}_{R_e} \underbrace{d(t)}_d \\ y(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}}_{C_e} \underbrace{\begin{bmatrix} z(t) \\ f_a(t) \end{bmatrix}}_{z_e} + Ed(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Por lo tanto, con el fin de estimar de manera simultánea tanto los estados del sistema como las fallas asociadas a los sensores, se plantea el siguiente observador:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_e(t) &= A_e \hat{z}_e(t) + B_e \ddot{x}_g(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y} &= C_e \hat{z}_e(t) \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $\hat{z}(t)$  y  $\hat{y}(t) = C_e \hat{z}(t)$  son los vectores de estado y salida estimados, respectivamente, y  $L \in \mathbb{R}^{n+n_f}$  es la matriz de ganancia del observador.

De manera que el error de estimación entre el sistema (11) y el observador (12) queda definido por:

$$\varepsilon(t) = z_e(t) - \hat{z}_e(t) \quad (13)$$

cuya dinámica se puede expresar como:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{z}_e(t) - \dot{\hat{z}}_e(t) \quad (14)$$

tal que, sustituyendo (11) y (12) en (14), la dinámica del error satisface

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A_e z_e(t) + B_e \ddot{x}_g(t) + R_e d(t) - [A_e \hat{z}_e(t) + B_e \ddot{x}_g(t)] \\ &\quad - L[C_e z_e(t) + Ed(t) - C_e \hat{z}_e(t)] \\ &= A_e[z_e(t) - \hat{z}_e(t)] + [R_e - LE]d(t) - LC_e[z_e(t) - \hat{z}_e(t)] \end{aligned} \quad (15)$$

sustituyendo (13) dentro de (15), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= A_e \varepsilon(t) + [R_e - LE]d(t) - LC_e \varepsilon(t) \\ &= (A_e - LC_e) \varepsilon(t) + (R_e - LE)d(t) \end{aligned} \quad (16)$$

Respecto al residuo  $r = y - \hat{y}$ , se obtiene:

$$r(t) = C_e z_e(t) + Ed(t) - C_e \hat{z}_e = C_e \varepsilon(t) + Ed(t) \quad (17)$$

La convergencia de la solución del observador descrito en la ecuación (12) hacia la del sistema (11) se garantiza si el error definido en la ecuación (16), es un punto de equilibrio asintótico o exponencialmente estable, es decir,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon = 0$ . Esta condición se logra mediante el diseño adecuado de la ganancia  $L$ , que se realiza empleando un criterio de minimización.

*Proposición 1.* Considere el siguiente criterio de minimización, inspirado de Guzman et al. (2021).

$$J = \dot{v}(\varepsilon) + r^T(t)r(t) \leq \gamma^2 d(t)d^T(t) \quad (18)$$

con  $\gamma > 0$ ; y sea la candidata a función de Lyapunov

$$v(\varepsilon) = \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t) \quad (19)$$

Por ello,

$$\begin{aligned} \dot{v}(\varepsilon) &= \varepsilon^T(t)P\dot{\varepsilon}(t) + \varepsilon^T(t)P\varepsilon(t) \\ &= \varepsilon^T(t)P[(A_e - LC_e)\varepsilon(t) + (R_e - LE)d(t)] \\ &\quad + \varepsilon^T(t)(A_e^T - C_e^T L_e^T)P\varepsilon(t) + d^T(t)(R_e - LE)P\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (20)$$

aplicando la propiedad del Hermitiano de una matriz,  $He(M) = M + M^T$ , entonces, (20) se puede reescribir:

$$\begin{aligned} \dot{v}(\varepsilon) &= \varepsilon^T(t)[He(PA_e - PLC_e)]\varepsilon(t) + \varepsilon^T(t)PR_e d(t) \\ &\quad - \varepsilon^T PLE(d) + d^T(t)R_e^T P\varepsilon(t) - d^T(t)E^T L^T P\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (21)$$

Por otro lado, calculando  $r^T(t)r(t)$  se obtiene:

$$\begin{aligned} r^T(t)r(t) &= (\varepsilon^T(t)C_e^T + d^T(t)E^T)(C_e\varepsilon(t) + Ed(t)) \\ &= \varepsilon^T(t)C_e^T C_e \varepsilon(t) + \varepsilon^T(t)C_e^T Ed(t) \\ &\quad + d^T(t)E^T C_e \varepsilon(t) + d^T(t)E^T Ed(t) \end{aligned} \quad (22)$$

De manera que, a partir de (21) y (22) el criterio de optimización  $J$  queda de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} J &= \varepsilon^T(t)[He(PA_e - PLC_e)]\varepsilon(t) + \varepsilon^T(t)PR_e d(t) \\ &\quad - \varepsilon^T PLE(d) + d^T(t)R_e^T P\varepsilon(t) - d^T(t)E^T L^T P\varepsilon(t) \\ &\quad + \varepsilon^T(t)C_e^T C_e \varepsilon(t) + \varepsilon^T(t)C_e^T Ed(t) + d^T(t)E^T C_e \varepsilon(t) \\ &\quad + d^T(t)E^T Ed(t) - \gamma^2 d^T(t)d(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Por facilidad, la expresión (23) es reescrita en forma matricial:

$$\begin{aligned} J &= [\varepsilon^T(t) \ d^T(t)] \begin{bmatrix} He(PA_e - PLC_e) & PR_e - PLE \\ PR_e - PLE & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + [\varepsilon^T(t) \ d^T(t)] \left[ \begin{bmatrix} C_e^T \\ E^T \end{bmatrix} (I) \begin{bmatrix} C_e \\ E(t) \end{bmatrix} \right]^T \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ d(t) \end{bmatrix} \leq 0 \\ &= [\varepsilon^T(t) \ d^T(t)] [Z_{11} + Z_{12}^T Z_{22}^{-1} Z_{12}] \begin{bmatrix} \varepsilon^T(t) \\ d^T(t) \end{bmatrix} \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

con

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \begin{bmatrix} He(PA_e - PLC_e) & PR_e - PLE \\ PR_e - PLE & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \\ Z_{12}^T &= \begin{bmatrix} C_e^T \\ E^T \end{bmatrix} (I), \quad Z_{22}^T = I, \quad Z_{12} = \begin{bmatrix} C_e \\ E \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Observe que la expresión (24) recupera la forma requerida para aplicar el complemento de Schur, que asegura que la matriz:

$$Z_{11} + Z_{12}^T Z_{22}^{-1} Z_{12} < 0, \implies \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

tal que, para garantizar la convergencia asintótica del observador es necesario resolver la siguiente desigualdad matricial:

$$\begin{bmatrix} He(PA_e - QC_e) & PR_e - QE & C_e^T \\ R_e^T P - E^T Q & -\gamma^2 I & E^T \\ C_e & E & -I \end{bmatrix} \leq 0, \text{ con } Q = PL \quad (26)$$

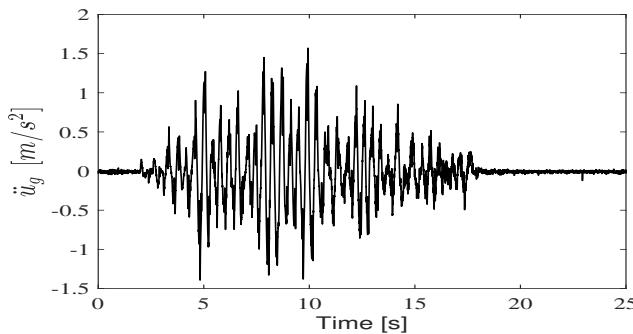


Fig. 1. Sismo de septiembre de 1985, escala reducida.

Finalmente, esta desigualdad matricial permite encontrar la ganancia del observador  $L$  que asegura la convergencia asintótica, de acuerdo con el siguiente teorema.

*Lema 1.* Bounded real lemma (Doyle et al., 2009): El error de estimación definido en (16) cumple el criterio  $H_\infty$  expresado en (18), con un índice de atenuación mínimo  $\gamma > 0$ , si existen las matrices  $P = P^T > 0$  y  $L$ , tales que, se satisface  $A_e^T P + PA_e < 0$ , y además, el siguiente problema de optimización tiene solución:

$$\min_{P, L} \gamma, \quad \gamma > 0, \quad \frac{\|r(t)\|_2}{\|d(t)\|_2} < 0 \quad (27)$$

Lo cual puede ser resuelto de manera numérica mediante las librerías de matlab LIMLAB o YALMIP.

#### 4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Con el objetivo de validar el desarrollo teórico presentado, a continuación se presentan una serie de simulaciones numéricas a partir de los datos de un prototipo de edificio de ensayos conformado por dos niveles, presentando en Rodríguez-Torres et al. (2024), cuyos parámetros de masa, amortiguamiento y rigidez, son presentados en la Tabla (1).

Tabla 1. Parámetros de un prototipo de edificio de 2 niveles

Parámetros	$m_i$ [Kg]	$k_i$ [N/m]	$c_i$ [Ns/m]
Piso 1	3.17	463.65	9.04
Piso 2	4.609	344.68	6.53

La fuente de excitación sísmica empleada en este trabajo corresponde al sismo de septiembre de 1985 registrado por la Secretaría de Comunicaciones y Transporte. Esta señal ha sido escalada en amplitud para adaptarse a la estructura en simulación, como se aprecia en la Fig. 1

Aplicando el observador  $H_\infty$  se recuperan las señales de desplazamiento y velocidad en cada piso, como se presenta en las Figs. 2 y 3, respectivamente. Es importante señalar que el error entre estas señales es de 4% en el peor de los casos. La ganancia empleada, es la siguiente:

$$L = \begin{bmatrix} -0.1941 & -0.2723 \\ -0.1928 & -0.6735 \\ -1.7260 & -3.5860 \\ -2.6799 & -8.6546 \\ -36.9052 & -45.2738 \\ -52.2599 & -194.5394 \end{bmatrix}$$

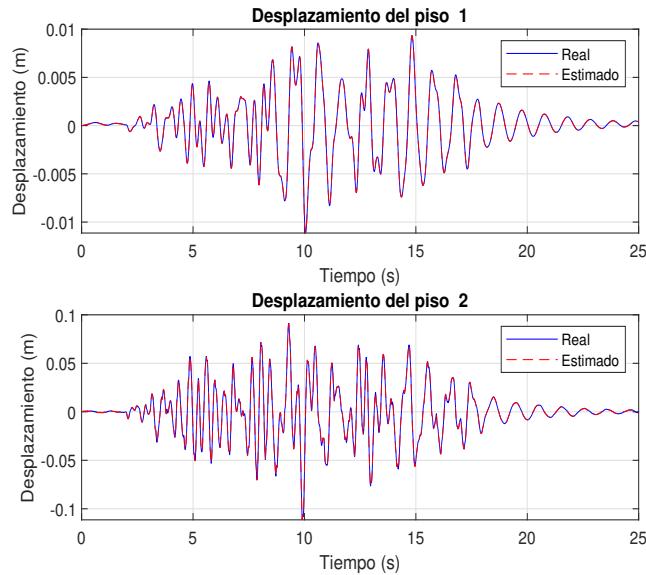


Fig. 2. Comparación de los desplazamientos reales y estimados.

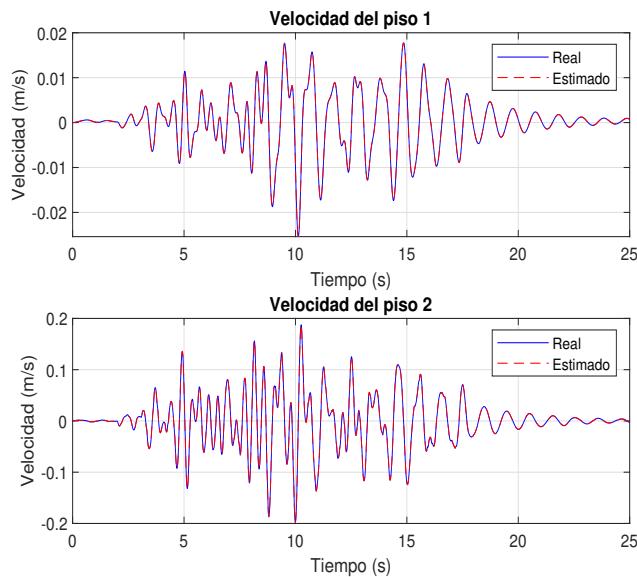


Fig. 3. Comparación de las velocidades reales y estimadas.

##### 4.1 Estimación de falla en sensores en el primer piso

En esta sección, se estudia el problema de localización de fallas en el edificio de dos plantas descrito anteriormente. Los experimentos se llevan a cabo considerando que:

*Suposición 2.* Cada nivel de la estructura sólo cuenta con un acelerómetro

*Suposición 3.* La falla se introduce mediante una señal de tipo escalón  $f_a(t)$ , definida

$$f_a(t) = \begin{cases} 0 & t < 3s \\ 1 & t \geq 3s \end{cases} \quad (28)$$

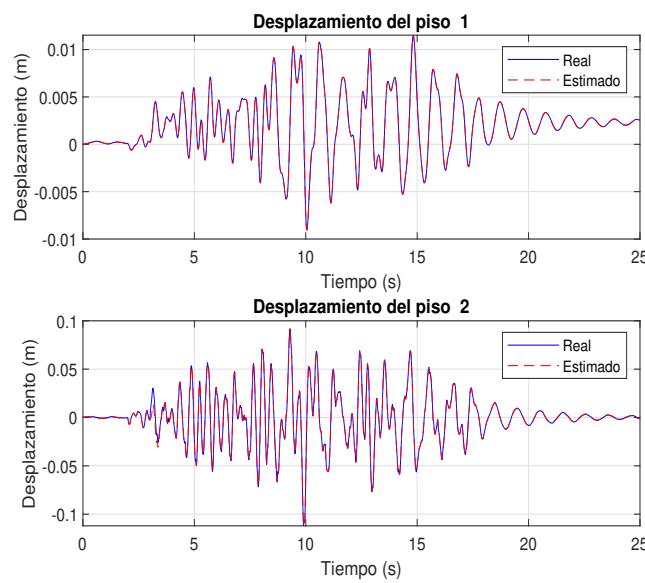


Fig. 4. Comparación de los desplazamientos reales y estimados en presencia de daño en el primer piso.

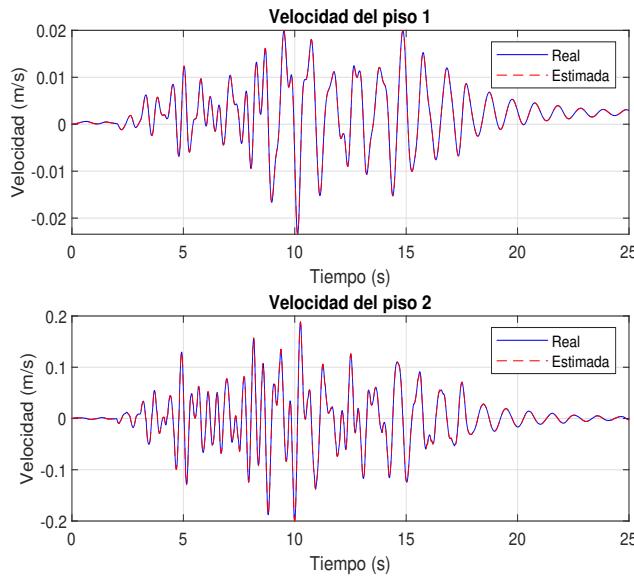


Fig. 5. Comparación de las velocidades reales y estimadas en presencia de daño en el primer piso.

*Suposición 4.* La perturbación  $d(t)$ , se introduce agregando ruido blanco, con nivel de potencia-*noise power* 1e-3, y tiempo de muestreo-*sample time* 0.001. Por otro lado, las simulaciones no incluyen incertidumbres paramétricas.

De manera que, aplicando el observador (12), se recuperan las señales de desplazamiento y velocidad de cada piso, como se ilustra respectivamente en las Figs. 4 y 5. Como se puede observar, las estimaciones convergen con las mediciones reales. Por otro lado, la Fig. 6 presenta la estimación de la falla en el sensor ubicado en el primer piso. Lo que confirma el buen funcionamiento del observador.

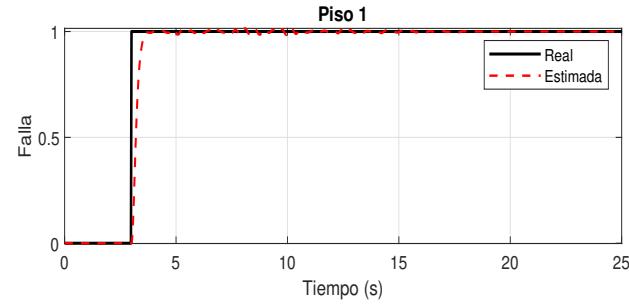


Fig. 6. Detección de falla en el primer piso.

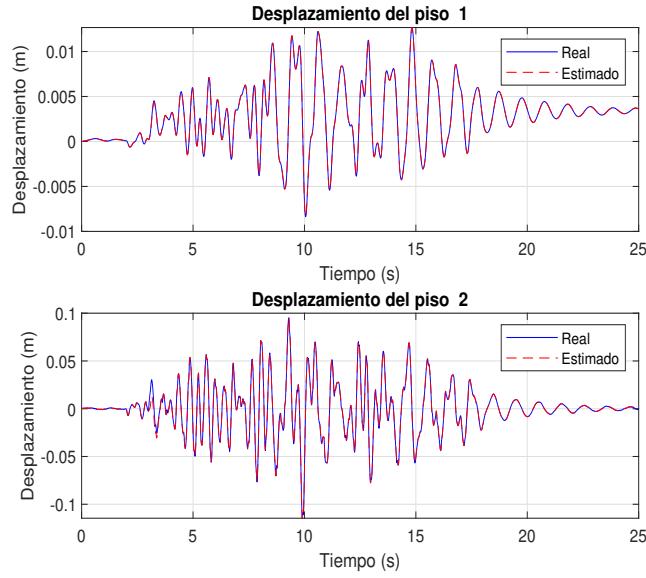


Fig. 7. Comparación de los desplazamientos reales y estimados en presencia de daño en el primer y segundo piso.

#### 4.2 Estimación de fallas secuenciales en sensores del primer y segundo piso

Al igual que en la subsección anterior, aquí se introduce falla en los sensores que corresponden al primer y segundo piso. Solo que de manera desfasada y con amplitudes diferentes.

*Suposición 5.*

$$f_{a1}(t) = \begin{cases} 0 & t < 3s \\ 1 & t > 3s \end{cases}, \quad f_{a2}(t) = \begin{cases} 0 & t < 7s \\ 0.5 & t > 7s \end{cases} \quad (29)$$

Las Figs. 7 y 8, ilustran la convergencia de las estimaciones de los desplazamientos y velocidades de los pisos. Por otro lado, la Fig. 9 presenta los resultados de implementar el observador  $H_\infty$ . Es claro que las fallas estimadas coinciden con las indicadas en (5).

## 5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha presentado la implementación de un observador  $H_\infty$  para la estimación simultánea de las mediciones de desplazamiento y velocidad en estructuras

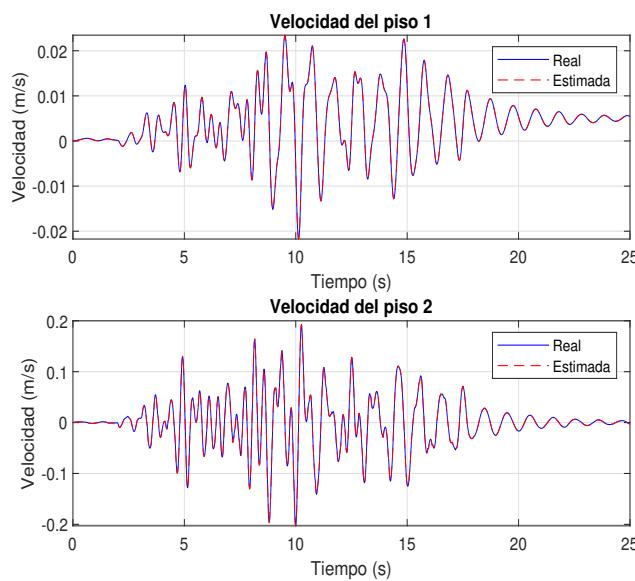


Fig. 8. Comparación de las velocidades reales y estimadas en presencia de daño en el primer y segundo piso.

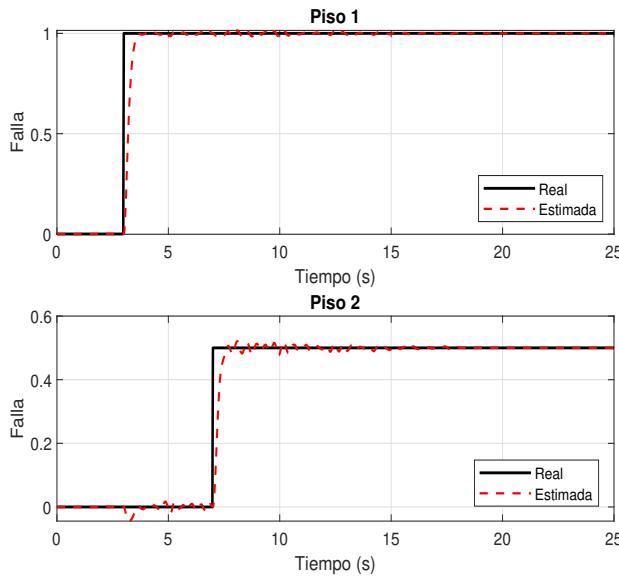


Fig. 9. Detección de fallas en el primer y segundo piso.

de tipo edificio, así como estimación de fallas en sensores que se ubican en cada uno de los pisos. Este esquema permite reconstruir el estado completo del sistema, incluso en presencia de mediciones ruidosas, lo que resulta fundamental en aplicaciones de monitoreo de salud estructural en tiempo real. El diseño del observador, basado en técnicas de optimización bajo el enfoque H infinato, lo convierte en una herramienta robusta frente a perturbaciones externas, incertidumbres paramétricas y ruido de medición. Además, al considerar explícitamente las fallas en sensores como una entrada desconocida, el observador es capaz de detectar y aislar estas fallas sin afectar la estimación de la respuesta estructural. Finalmente, este trabajo sienta las bases para futuras extensiones

del esquema del observador, considerando incertidumbres paramétricas, la inclusión de modelos no lineales o el tratamiento de múltiples tipos de fallas simultáneas, así como la implementación experimental.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado a través del proyecto UACM-CCYT-2025-CON-06. El segundo autor agradece el apoyo otorgado a través del proyecto UNAM-PAPIIT IT100623.

## REFERENCIAS

- Chen, J. and Patton, R.J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, volume 3. Springer Science & Business Media.
- Doyle, J.C., Francis, B.A., and Tannenbaum, A.R. (2009). *Feedback Control Theory*. Dover Publications, Mineola, NY.
- Ferguson, J.M., Rucker, D.C., and Webster, R.J. (2024). Unified shape and external load state estimation for continuum robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 40, 1813–1827.
- Guzman, J., López-Estrada, F.R., Estrada-Manzo, V., and Valencia-Palomo, G. (2021). Actuator fault estimation based on a proportional-integral observer with nonquadratic lyapunov functions. *International Journal of Systems Science*, 52(9), 1938–1951.
- Isermann, R. (2005). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media.
- Pandey, A., Biswas, M., and Samman, M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*, 145(2), 321–332.
- Poznyak, A.S. (2010). *Advanced Mathematical Tools for Control Engineers: Volume 1: Deterministic Systems*, volume 1. Elsevier.
- Rodríguez-Torres, A., Morales-Valdez, J., and Yu, W. (2024). Semi-active vibration control via a magnetorheological damper and active disturbance rejection control. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 01423312241276074.
- Valikhani, M. and Younesian, D. (2019). Bayesian framework for simultaneous input/state estimation in structural and mechanical systems. *Structural Control and Health Monitoring*, 26(9), e2379.
- Yang, Z. and Wang, L. (2010). Structural damage detection by changes in natural frequencies. *Journal of intelligent material systems and structures*, 21(3), 309–319.
- Zhao, B., Xu, Z., Kan, X., Zhong, J., and Guo, T. (2016). Structural damage detection by using single natural frequency and the corresponding mode shape. *Shock and Vibration*, 2016(1), 8194549.