

Consensus formation strategy for commercial quadrotors^{*}

D. López-Alvarez^{*} M. Martínez-Ramírez^{*, **}
M. Trujillo-Flores^{**} H. Rodríguez-Cortés^{*} J. G. Romero^{**}

^{*} *Sección de Mecatrónica, Depto. de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, 07360, México (e-mail: {davidl.alvarez,marcoa.martinez,hrodriguez}@cinvestav.mx).*

^{**} *Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Instituto Tecnológico Autónomo de México, Campus Río Hondo, Río Hondo # 1, Col. Progreso Tizapán CP. 01080. Alc. Álvaro Obregón, Ciudad de México (e-mail: {mtrujil1,jose.romerovelazquez}@itam.mx).*

Abstract: Unmanned aerial vehicles (UAVs) have become increasingly important in a wide range of automated processes that require cooperative operation among multiple aircraft. This work presents a consensus-based strategy for a fully connected network, with a generalized control approach for an arbitrary number of agents. The proposed method includes formation position control through the introduction of a virtual agent, as well as orientation control of the UAVs on the unit circle configuration space, $SO(2)$, using the Laplacian matrix. The effectiveness of the proposed strategy is evaluated through numerical simulations performed in MATLAB Simulink.

Keywords: Consensus, Unmanned Aerial Vehicle, Flight control, Collision Avoidance

1. INTRODUCCIÓN

La importancia de los vehículos aéreos no tripulados (VANTs) ha ido en aumento en épocas recientes, debido al rápido avance de la tecnología que permite crear vehículos compactos sin perjudicar la capacidad de procesamiento. Estos avances permiten utilizar vehículos aéreos para múltiples tareas, como lo son el transporte de materiales en las diferentes etapas de manufactura en instalaciones en ensamblaje Javaid et al. (2022), Olivares et al. (2015). Además, también se usan en almacenes para automatizar la mayor parte de los procesos de recepción, procesado, empaclado y transporte de mercancía Malang et al. (2023).

Sin embargo, el tamaño de los VANTs limita la capacidad de carga de los mismos, por esta razón es necesario utilizar varios robots móviles para trasladar equipo pesado, asegurando que los vehículos se desempeñan de manera organizada y en conjunto para cumplir el objetivo a través de la estrategia de consenso Olfati-Saber et al. (2007), sin embargo, al tener más de una aeronave en el mismo espacio aéreo aumenta el peligro de colisión, por esta razón una estrategia de evasión de colisiones entre agentes es necesaria.

En Kuriki and Namerikawa (2014) se presenta una estrategia de control para formación de tipo líder-seguidor, además se utiliza una estrategia de evasión de colisiones que actúa sólo en el plano vertical, sin involucrar al plano horizontal, mientras que en Kuriki and and (2015) se utiliza una estrategia de evasión similar, pero con un control predictivo por modelo (MPC).

Por otro lado, en Rao and Ghose (2014) se presenta un control de modos deslizantes para una estrategia de consenso en aeronaves de ala fija sin un líder, en la que todos los robots conocen la posición y orientación de los demás vehículos.

En ZHOU and CHEN (2022) se presentan dos enfoques para resolver el problema de consenso de la forma líder-seguidor, en el cual primero se propone un control estático, mientras que en la segunda parte se propone un control adaptativo. Los resultados son evaluados a través de simulaciones numéricas y experimentos.

Este trabajo presenta una estrategia de consenso para una red completamente conectada, con control de la posición de la formación a través de la inclusión de un agente virtual. El enfoque se generaliza a n agentes en la cual la posición y orientación de cada robot móvil depende de los estados de los demás agentes. Para el control de orientación, se propone un control en $SO(2)$ que depende de la matriz Laplaciana. Además, se integra una

^{*} El segundo autor agradece a SECIHTI por el apoyo económico con el CVU 1079221.

estrategia de evasión de colisiones que actúa en el espacio tridimensional. La estrategia propuesta es evaluada a través de simulaciones numéricas en MATLAB Simulink.

La organización del trabajo es la siguiente. La Sección 2 presenta el modelo matemático del dron, así como las suposiciones para reducir el modelo matemático a un modelo puramente cinemático. En la Sección 3 se presenta la estrategia de control para la posición y la orientación para n robots móviles. La Sección 4 está dedicada a la evaluación de la estrategia propuesta a través de simulaciones numéricas llevadas a cabo en el software MATLAB Simulink. Finalmente, el trabajo termina en la Sección 5 con las conclusiones y el trabajo a futuro propuesto a consecuencia de los resultados obtenidos.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL CUATRIROTOR

Bajo suposiciones estándar, es decir, sin considerar perturbaciones, el modelo dinámico y cinemático del cuatrorotor puede describirse con las siguientes ecuaciones diferenciales Morelli and Klein (2016)

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \mathcal{R}V^b, & m\dot{V}^b &= -m\Omega \times V^b + mg\mathcal{R}^\top e_3 - T_T e_3 \\ \dot{\mathcal{R}} &= \mathcal{R}\mathcal{S}(\Omega), & J\dot{\Omega} &= -\Omega \times J\Omega + M^b\end{aligned}\quad (1)$$

donde $X = [x \ y \ z]^\top$ la posición del cuatrorotor en el espacio, y

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\phi s_\theta - s_\psi c_\phi & c_\psi c_\phi s_\theta + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\phi s_\theta + c_\psi c_\phi & s_\psi c_\phi s_\theta - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \in SO(3),$$

con $SO(3) = \{\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid \mathcal{R}^\top \mathcal{R} = I_3, \det(\mathcal{R}) = 1\}$ la matriz de rotación parametrizada en función de los ángulos de Tait-Bryan, con ϕ el ángulo de rotación de alabeo (rotación al rededor del eje longitudinal), θ el ángulo de rotación de cabeceo (rotación al rededor del eje lateral), y ψ el ángulo de rotación de guiñada (rotación al rededor del eje vertical), ver Figura 1. $V^b = [u \ v \ w]^\top$ la velocidad traslacional del cuatrorotor expresada en ejes de referencia cuerpo, m la masa del cuatrorotor, g la constante de gravedad, T_T la tracción total generada por los rotores, $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^\top$. Además, $J = \text{diag}\{J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}\}$ la matriz de inercia, $\Omega = [p \ q \ r]^\top$ el vector de velocidad angular expresado en ejes cuerpo, y M^b los momentos de control producidos a través de la diferencia de empuje de los motores del cuatrorotor. Por otro lado, dados dos vectores $a, b \in \mathbb{R}^3$ la matriz $\mathcal{S}(a)$ está definida tal que $a \times b = \mathcal{S}(a)b$. El modelo en (1) puede reducirse a un modelo cinemático completamente actuado considerando la siguiente suposición.

Suposición 1. Considere el modelo dinámico en (1) en lazo cerrado con un controlador de la dinámica rápida del cuatrorotor que define las señales de control T_T y M^b de tal manera que

$$\lim_{t \rightarrow T} u = u_d, \quad \lim_{t \rightarrow T} v = v_d, \quad \lim_{t \rightarrow T} w = w_d, \quad \lim_{t \rightarrow T} r = r_d, \quad (2)$$

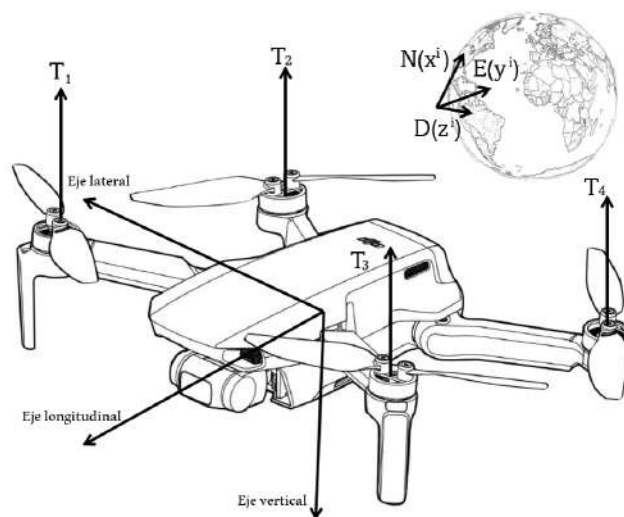


Figura 1. Ejes de referencia de un cuatrorotor.

para un tiempo finito $T > 0$, con u_d, v_d, w_d las velocidades traslacionales de referencia y r_d la velocidad rotacional de referencia del cuatrorotor.

La referencia Ramírez-Rodríguez et al. (2021) presenta un estudio de la suposición propuesta. Bajo la suposición 1, el modelo del i -ésimo cuatrorotor toma la forma

$$\begin{aligned}\dot{X}_i &= R_{\psi_i} U_i \\ \dot{R}_{\psi_i} &= R_{\psi_i} \hat{r}_{d_i},\end{aligned}\quad (3)$$

con $U_i = [u_{d_i} \ v_{d_i} \ w_{d_i}]^\top$,

$$\begin{aligned}R_{\psi_i} &= \begin{bmatrix} c_{\psi_i} & -s_{\psi_i} & 0 \\ s_{\psi_i} & c_{\psi_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in SO(3), \\ \hat{r}_{d_i} &= \begin{bmatrix} 0 & -r_{d_i} & 0 \\ r_{d_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{so}(3)\end{aligned}$$

con ψ_i el ángulo de orientación del vehículo aéreo, además

$$\begin{aligned}SO(3) &= \{R_{\psi_i} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid R_{\psi_i}^\top R_{\psi_i} = I_3, \det(R_{\psi_i}) = 1\}, \\ \mathfrak{so}(3) &= \left\{(\cdot)^\wedge \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid (c)^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -c & 0 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall c \in \mathbb{R}\right\}.\end{aligned}$$

Comentario 1. El modelo dinámico de las aeronaves comerciales, usualmente, son conocidas sólo por el fabricante, como resultado, la suposición 1 se considera estándar.

3. DISEÑO DEL CONTROL DE CONSENSO

En esta sección se presenta el controlador propuesto para posición y orientación de la formación.

3.1 Control de posición

Suponga una formación de n agentes físicos y un agente virtual, donde el agente virtual transfiere información sólo

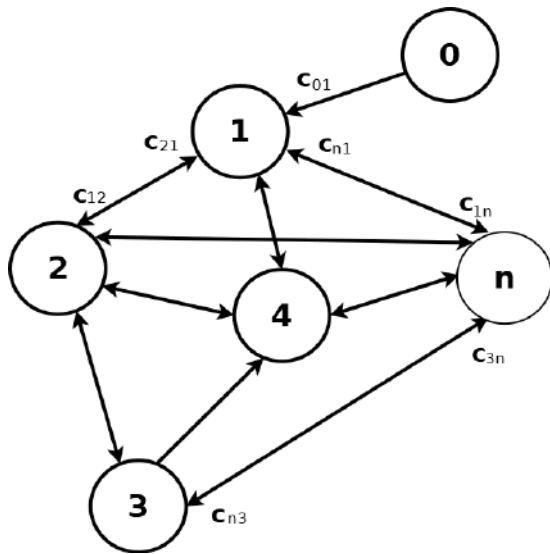


Figura 2. Formación de n agentes físicos ($n \in \mathbb{R}^+$) y un agente virtual (0).

al primer agente físico, ver Figura 2. Los agentes físicos comparten información entre todos. La matriz Laplaciana \mathcal{L} está dada por

$$\mathcal{L}(G)_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & n & -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & -1 & n-1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & -1 & -1 & n-1 & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & n-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & \cdots & n-1 \end{bmatrix}$$

con el primer eigenvalor

$$\lambda_0 = 0.$$

Este eigenvalor es producido por el agente virtual, el cual puede suponerse como un robot que sigue su referencia de manera instantánea sin necesidad de diseñar un controlador para él. De esta manera, la matriz Laplaciana puede reducirse a la forma

$$\mathcal{L}(G) = \begin{bmatrix} n & -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & n-1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & n-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & n-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & -1 & \cdots & n-1 \end{bmatrix}.$$

Comentario 2. Note que los eigenvalores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ se mantienen igual para $\mathcal{L}(G)_c$ y $\mathcal{L}(G)$, la única diferencia es que λ_0 para $\mathcal{L}(G)$ no existe.

Los errores de formación se definen como

$$\tilde{X} = (\mathcal{L}(G) \otimes I_3)X - C - X_r.$$

Dado que la posición del dron virtual (x_r, y_r, z_r) dejó de aparecer de manera explícita al pasar de $\mathcal{L}(G)_c$ a $\mathcal{L}(G)$, se incluye a través del elemento X_r el cual tiene la forma

$X_r \in \mathbb{R}^{3n}$, $X_r = [x_r \ y_r \ z_r \ 0 \ \cdots \ 0]^\top$, además, C contiene los vectores de formación

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^n c_{i1} & \sum_{i=1, i \neq 2}^n c_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n-1} c_{in} \end{bmatrix}^\top,$$

con c_{ij} el vector de diferencia de posición entre los agentes i y j , y

$$X = [X_1^\top \ X_2^\top \ \cdots \ X_n^\top]^\top, \quad X_i = [x_i \ y_i \ z_i]^\top$$

Tomando el modelo dinámico del cuatrirotor

$$\dot{X}_i = R_i U_i$$

el control de posición se define como

$$U = \begin{bmatrix} R_1^\top & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2^\top & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_n^\top \end{bmatrix} (-k\tilde{X} + U_{CA}), \quad (4)$$

donde

$U = [U_1 \ U_2 \ \cdots \ U_n]^\top$, $U_{CA} = [U_{CA1} \ U_{CA2} \ \cdots \ U_{CA_n}]^\top$, con k una ganancia constante positiva y U_{CAi} la estrategia de evasión de colisiones en el espacio dada por

$$U_{CAi} = \kappa_1 \sum_{j=1, j \neq i}^n \sigma_{ij} \Psi_i, \quad (5)$$

donde κ_1 es una ganancia positiva y σ_{ij} es la función de activación definida por

$$\sigma_{ij} = -\frac{1}{2} [\tanh[\kappa_0 (||X_i - X_j|| - d)] - 1], \quad (6)$$

con κ_0 un parámetro de diseño y d la distancia de seguridad.

Proposición 1. El sistema dado por la ecuación (7) en lazo cerrado con la ley de control propuesta en (4) converge asintóticamente a cero.

Prueba. Tomando la derivada del error de posición de la formación, se tiene

$$\dot{\tilde{X}} = (\mathcal{L}(G) \otimes I_3) \dot{\tilde{X}}, \quad (7)$$

es decir,

$$\dot{\tilde{X}} = (\mathcal{L}(G) \otimes I_3) \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_n \end{bmatrix} U. \quad (8)$$

El sistema en lazo cerrado está dado por

$$\dot{\tilde{X}} = (\mathcal{L}(G) \otimes I_3) (-k\tilde{X} + U_{CA}). \quad (9)$$

Cuando los vehículos se encuentran a mayor distancia que la distancia de seguridad, la función de activación $\sigma_{ij} = 0$, por lo tanto, mientras $\mathcal{L}(G)$ sea una matriz definida positiva, el sistema en lazo cerrado dado por (9) converge asintóticamente a cero.

Por otro lado, si la distancia entre los agentes es menor a la distancia de seguridad con la función de activación $\sigma_{ij} = 1$, la estrategia de evasión de colisiones no explota en tiempo finito, es decir, los agentes se repelen hasta

que la función de activación vuelve a un estado $\sigma_{ij} = 0$ Martínez-Ramírez et al. (2025). \triangleleft

3.2 Control de orientación

El error de orientación de consenso en $SO(2)$ se define en función de la matriz Laplaciana, la diferencia angular relativa entre los agentes y la orientación de referencia perteneciente al dron virtual, la cual es descrita por la siguiente ecuación

$$\tilde{R}_{\psi_i} = \left(\prod_{j=1}^n R_{\psi_j}^{\mathcal{L}(G)_{ij}} \right) R_{c_i}^{\top} R_{r_i}^{\top} \quad (10)$$

con

$$R_{\psi} = \begin{bmatrix} R_{\psi_1} \\ R_{\psi_2} \\ \vdots \\ R_{\psi_n} \end{bmatrix}, \quad R_c = \begin{bmatrix} \prod_{i=2}^n R_{\delta_{1i}} \\ \prod_{i=1, i \neq 2}^n R_{\delta_{2i}} \\ \vdots \\ \prod_{i=1}^{n-1} R_{\delta_{ni}} \end{bmatrix}, \quad R_r = \begin{bmatrix} R_{\psi_r} \\ I_3 \\ \vdots \\ I_3 \end{bmatrix}$$

donde δ_{ij} representa la diferencia angular relativa entre los agentes i y j , mientras que R_{ψ} , R_c y R_r son vectores de matrices de 3×3 .

Comentario 3. El error puede ser escrito de la forma

$$\tilde{R}_{\psi_i} = R_{\psi_i}^{\mathcal{L}(G)_{ii}} R_{\psi_{d_i}}^{\top}$$

con

$$R_{\psi_{d_i}}^{\top} = \prod_{j=1, j \neq i}^n R_{\psi_j}^{\mathcal{L}(G)_{ij}} R_{c_i}^{\top} R_{r_i}^{\top}$$

Recordando que la dinámica del error y la dinámica de la referencia están dados por

$$\dot{\tilde{R}}_{\psi_i} = \tilde{R}_{\psi_i} \tilde{r}_i^{\wedge}, \quad \dot{R}_{\psi_{d_i}} = R_{\psi_{d_i}} \tilde{r}_{d_i}^{\wedge} \quad (11)$$

Proposición 2. Considere el control propuesto

$$r_{d_i} = \frac{1}{\mathcal{L}(G)_{ii}} \left(\left(R_{\psi_{d_i}}^{\top} \dot{R}_{\psi_{d_i}} \right)^{\vee} - k_R P_a(\tilde{R})^{\vee} \right), \quad (12)$$

con k_R una ganancia escalar positiva y $P_a(\tilde{R}) = \frac{1}{2}(\tilde{R}_{\psi_i} - \tilde{R}_{\psi_i}^{\top})$ la parte antisimétrica de la matriz. Además, $(\cdot)^{\vee} : \mathfrak{so}(2) \rightarrow \mathbb{R}$ es el mapeo inverso de $(\cdot)^{\wedge}$ definido como en Fecko (2006).

La dinámica del error matricial en (11) con el control propuesto en (12), existe una ganancia positiva k_R tal que el punto de equilibrio $\tilde{R}_{\psi_i} = -I$ es inestable, mientras que el punto de equilibrio $\tilde{R}_{\psi_i} = I$ es casi globalmente asintóticamente estable.¹

¹ En Rantzer (2001a) y Rantzer (2001b) se acuñó el término “casi globalmente asintóticamente estable” para definir sistemas con múltiples puntos de equilibrio pero sólo un punto de equilibrio estable. Note que el término “casi” se refiere a la característica de globalidad del sistema y no a la propiedad asintótica del mismo.

Prueba. El error de velocidad angular está dado por

$$\tilde{r}_i = \mathcal{L}(G)_{ii} r_i - r_{r_i} - \sum_{j=1, j \neq i}^n r_j, \quad (13)$$

y puede ser escrito como

$$\tilde{r}_i = \mathcal{L}(G)_{ii} r_i - \bar{r}_{d_i}.$$

El error de velocidad angular en (13) en lazo cerrado con (12) toma la forma

$$\tilde{r}_i = -k_R P_a(\tilde{R}_{\psi})^{\vee}. \quad (14)$$

En Rodríguez-Cortés and Velasco-Villa (2022) se prueba que cuando sistema dado por (14) converge a 0, implica que $\tilde{R}_{\psi_i} = \pm I$, con $\tilde{R}_{\psi_i} = -I$ un punto de equilibrio inestable. \triangleleft

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

En esta sección se presenta la validación del algoritmo propuesto a través de una simulación numérica llevada a cabo en MATLAB Simulink.

La formación propuesta consiste de cuatro agentes que forman una pirámide con una base triangular, con el agente uno en la punta superior de la pirámide y los agentes 2, 3 y 4 formando la base, ver Figura 3. La matriz

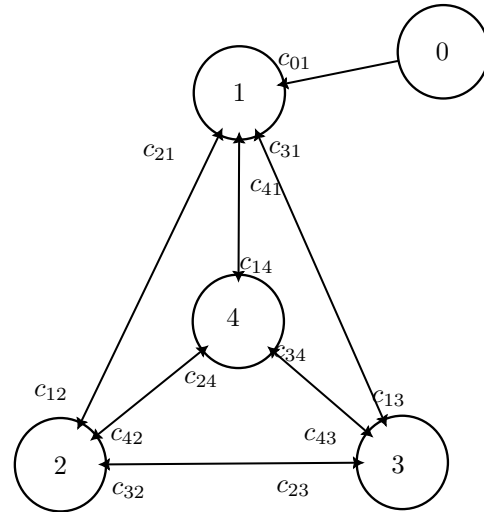


Figura 3. Formación propuesta para las simulaciones numéricas.

Laplaciana $\mathcal{L}(G)$, para este caso, es

$$\mathcal{L}(G) = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

con eigenvalores

$$\lambda_1 = 0.2087, \quad \lambda_2 = 4.0, \quad \lambda_3 = 4.0, \quad \lambda_4 = 4.7913,$$

por lo tanto, la matrix $\mathcal{L}(G)$ es una matrix positiva definida.

Los vectores de formación definidos para lograr la formación propuesta son los siguientes

$$\begin{aligned} c_{01} &= [0 \ 0 \ 0]^T & c_{21} &= [1.5 \ -1.3 \ -3]^T \\ c_{31} &= [-1.5 \ -1.3 \ -3]^T & c_{41} &= [0 \ 1.3 \ -3]^T \\ c_{32} &= [-3 \ 0 \ 0]^T & c_{42} &= [-1.5 \ 2.6 \ 0]^T \\ c_{34} &= [-1.5 \ -2.6 \ 0]^T, \end{aligned}$$

donde c_{01} es un vector de ceros debido a que se espera que el agente 1 se sobreponga sobre la posición del dron virtual.

Comentario 4. Note que los vectores de formación tienen la propiedad $c_{ij} = -c_{ji}$.

Las condiciones iniciales de los agentes en la simulación se presentan en la Tabla 1.

Agente	x_0	y_0	z_0	ψ_0
1	0	0	0	$\pi/4$
2	1.5	1.5	0	$\pi/4$
3	3	3	0	$\pi/6$
4	-1.5	-1.5	0	$\pi/6$

Tabla 1. Condiciones iniciales de la simulación numérica

Todos los ángulos δ_{ij} se definieron igual a cero, es decir, todos los agentes se deben orientar en la misma dirección. Mientras que la orientación del dron virtual se definió como $\psi_r = \pi/2$.

La Figura 4 presenta la trayectoria de cada agente en el espacio tridimensional, donde la línea continua representa la evolución del agente 1, la línea segmentada describe la evolución del agente 2, mientras que la línea punteada presenta el movimiento del agente 3, la evolución en el tiempo del agente 4 es descrita por línea punteada y rayada. Se puede apreciar que el controlador propuesto garantiza que los agentes convergen a la formación deseada. En azul se presentan las aristas de la pirámide formada por la formación propuesta.

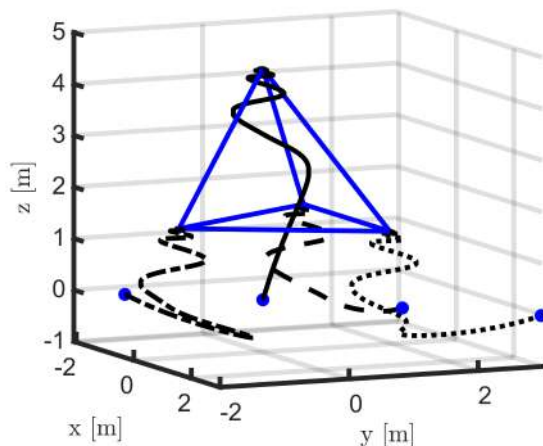


Figura 4. Evolución de los agentes en el espacio.

La evolución del ángulo de orientación de las aeronaves se presenta en la Figura 5. La convergencia del ángulo de orientación es un poco lenta en comparación con la convergencia de la posición, pues la orientación converge aproximadamente en el segundo 45. Sin embargo, sin importar la condición inicial, el controlador propuesto para la orientación lleva el ángulo de todos los vehículos a la referencia ψ_d . Además, el efecto del enfoque de consenso se aprecia alrededor del segundo 10, momento en el cual las orientaciones de los cuatro robots se alinean y comienzan a converger conjuntamente hacia la referencia.

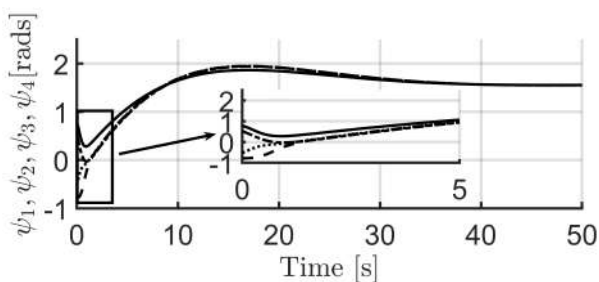


Figura 5. Comportamiento del ángulo de orientación ψ_i de los robots móviles aéreos.

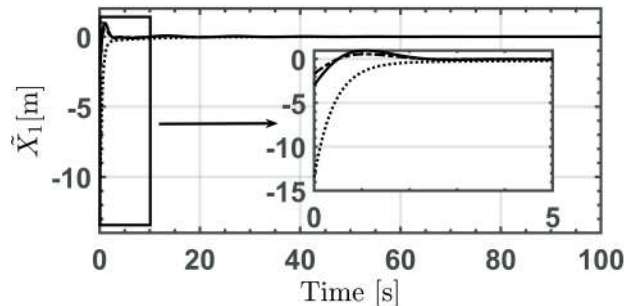


Figura 6. Error de posición del vehículo aéreo 1.

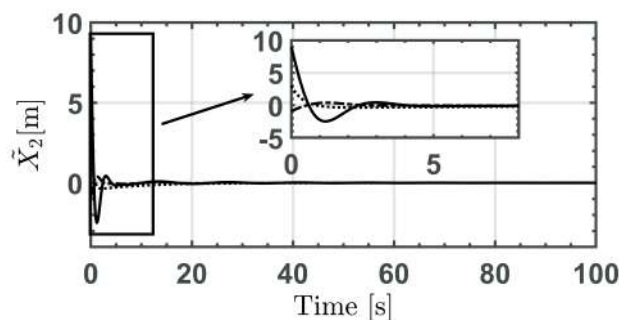


Figura 7. Error de posición del vehículo aéreo 2.

Las Figuras 6, 7, 8 y 9 muestran los vectores de error de posición de los vehículos aéreos \tilde{X}_i . Aunque el tiempo de convergencia depende de la posición inicial de cada

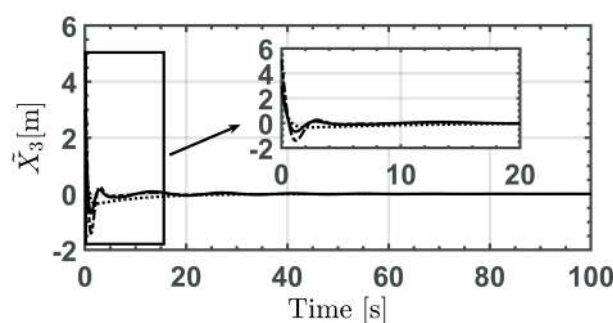


Figura 8. Error de posición del vehículo aéreo 3.

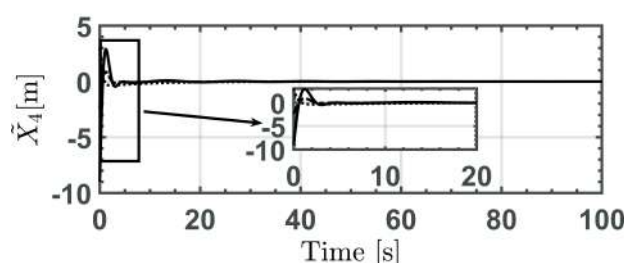


Figura 9. Error de posición del vehículo aéreo 4.

vehículo, se puede notar que las oscilaciones en una de las aeronaves se ve reflejada en las demás, este efecto se nota al rededor del segundo 30. Esto es debido a la característica de la red de estar completamente conectada.

Se puede notar que la convergencia en posición es significativamente más rápida que la convergencia en orientación. Sin embargo, los controles propuestos aseguran convergencia en tiempo finito.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

Este trabajo presenta una estrategia de control para la formación de un sistema de múltiples robots móviles aéreos bajo el esquema de consenso. Se integra una estrategia de evasión de colisiones y se presenta un control posición y un control de orientación en el espacio de configuración $SO(2)$ bajo el enfoque de consenso, la estrategia se valida con simulaciones numéricas en MATLAB Simulink. Se está trabajando en una función candidata de Lyapunov que asegure que todas las trayectorias convergen a la referencia para el caso donde el dron virtual es estático, y una posible generalización para el caso en el que el dron virtual sigue una trayectoria. También se planea la implementación del controlador propuesto con el uso de los cuatrirrotores comerciales DJI Mini 3, DJI mini 3 pro y DJI mini 4 pro utilizando una infraestructura como la utilizada en Martínez-Ramírez et al. (2025).

REFERENCIAS

Fecko, M. (2006). *Differential Geometry and Lie Groups for Physicists*. Cambridge University Press. doi:10.1017/

- CBO9780511755590.
- Javaid, M., Khan, I., Singh, R., Rab, S., and Suman, R. (2022). Exploring contributions of drones towards industry 4.0. *Industrial Robot*, 49(3), 476–490. doi:<https://doi.org/10.1108/IR-09-2021-0203>.
- Kuriki, Y. and and, T.N. (2015). Formation control with collision avoidance for a multi-uav system using decentralized mpc and consensus-based control. *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 8(4), 285–294. doi:10.9746/jcmsi.8.285. URL <https://doi.org/10.9746/jcmsi.8.285>.
- Kuriki, Y. and Namerikawa, T. (2014). Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-uav system. In *2014 American Control Conference*, 2077–2082. doi: 10.1109/ACC.2014.6858777.
- Malang, C., Charoenkwan, P., and Wudhikarn, R. (2023). Implementation and critical factors of unmanned aerial vehicle (uav) in warehouse management: A systematic literature review. *Drones*, 7(2). doi:10.3390/drones7020080. URL <https://www.mdpi.com/2504-446X/7/2/80>.
- Martínez-Ramírez, M., Trujillo-Flores, M., Shao, X., Romero, J.G., and Rodríguez-Cortés, H. (2025). Three-dimensional repulsive vector field strategy for collision avoidance in quadrotors trajectory tracking. *IEEE Control Systems Letters*, 9, 330–335. doi: 10.1109/LCSYS.2025.3571823.
- Morelli, E.A. and Klein, V. (2016). *Aircraft system identification: theory and practice*, volume 2. Sunflyte Enterprises Williamsburg, VA.
- Olfati-Saber, R., Fax, J.A., and Murray, R.M. (2007). Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 95(1), 215–233. doi:10.1109/JPROC.2006.887293.
- Olivares, V., Cordova, F., Sepúlveda, J.M., and Derpich, I. (2015). Modeling internal logistics by using drones on the stage of assembly of products. *Procedia Computer Science*, 55, 1240–1249. doi:<https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.07.132>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050915016075>. 3rd International Conference on Information Technology and Quantitative Management, ITQM 2015.
- Ramírez-Rodríguez, J.M., Tlatelpa-Osorio, Y.E., and Rodríguez-Cortés, H. (2021). Low level controller for quadrotors. In *2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 1155–1161. doi:10.1109/ICUAS51884.2021.9476683.
- Rantzer, A. (2001a). Almost global stability of phase-locked loops. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, 2001, 1(18), 899–900.
- Rantzer, A. (2001b). A dual lyapunov's stability theorem. *Systems & Control Letters*, 161–168.
- Rao, S. and Ghose, D. (2014). Sliding mode control-based autopilots for leaderless consensus of unmanned aerial vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(5), 1964–1972. doi:10.1109/TCST.2013.2291784.
- Rodríguez-Cortés, H. and Velasco-Villa, M. (2022). A new geometric trajectory tracking controller for the unicycle mobile robot. *Systems Control Letters*, 168, 105360. doi:<https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2022.105360>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691122001414>.
- ZHOU, P. and CHEN, B.M. (2022). Semi-global leader-following consensus-based formation flight of unmanned aerial vehicles. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35(1), 31–43. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.02.013>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936121000741>.