

Parameter Estimation in Electrical Distribution Networks

Óscar López-Luna * Paul Maya-Ortiz *

* Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México
 (UNAM), 04510, Ciudad de México, México (e-mail:
 oscarlpzluna@gmail.com, paulm@unam.mx).

Abstract: This paper presents two methods for the identification of line parameters in electrical distribution networks, considering two scenarios: neglecting and including shunt susceptance, corresponding to short and medium line models, respectively. The first method is based on Linear Least Squares (LSQ) and uses SCADA measurements of real and reactive power injections along with voltage phasors at each bus. This approach allows for linear estimation of both series and shunt parameters when voltage angle measurements are available. The second method employs a Weighted Least Squares (WLS) estimator using only SCADA data —voltage magnitudes and real/reactive power injections— to simultaneously estimate voltage angles and the series admittance of each line. Both approaches are numerically validated using a three-bus distribution system subject to a 24-hour load profile derived from real demand data.

Keywords: Parameter Estimation, Distribution Network, Nonlinear Estimation, Distribution Line Parameters.

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas eléctricos de potencia, uno de los elementos más cruciales son las líneas de transmisión/distribución, ya que son el medio de comunicación principal entre los demás elementos del sistema. De esta forma, es relevante tener un modelo matemático que caracterice correctamente el comportamiento del mismo. En este tipo de sistemas, normalmente los parámetros se consideran constantes, lo cual es una suposición muy fuerte que no siempre se cumple. Como se menciona en Abur and Gomez-Exposito (2004); Bockarjova and Andersson (2007); Jiang and Tang (2020) los parámetros de línea pueden verse afectados por diversas razones como:

- La temperatura puede hacer que se presenten cambios en la resistencia.
- Las condiciones ambientales pueden provocar cambios en la capacitancia.
- El paso del tiempo al degradar los materiales, modificando sus características.

Incluso se pueden presentar errores en la base de datos donde se almacenan los parámetros debido a:

- Datos del fabricante no exactos.
- Cambios en la red no actualizados correctamente.

Así, el uso de parámetros incorrectos puede llegar a entorpecer la operación de la red, estimadores de estados y los estudios que se realizan para comprobar el correcto funcionamiento del sistema.

En la actualidad, el uso de unidades de medición fasorial(PMU, por sus siglas en inglés) ha ido en aumento. Sin embargo, se trata de una tecnología que aún está lejos de ser el estándar en la instrumentación de redes eléctricas

debido a la gran inversión económica que representa. Por esta razón el enfoque propuesto en este trabajo busca mantener las mediciones ya disponibles en la red, en su mayoría implementadas dentro de un sistema SCADA (Control de supervisión y adquisición de datos, por sus siglas en inglés), el cual usa terminales remotas en cada bus para obtener información sobre la magnitud de voltaje, potencia real y reactiva. Posteriormente, gracias al subsistema de comunicación transfiere esta información a las computadoras centrales del sistema donde se despliega en un software que permite a los operadores verificar la información en tiempo real así como almacenar en sus servidores información con el fin de tener un histórico de datos, entre otras virtudes como se señala en Kumar et al. (2010). Gracias a la gran diversidad de sistemas eléctricos de potencia se han derivado un número extenso de enfoques para abordar el problema de estimación de parámetros en líneas de transmisión/distribución, con una dependencia directa de la topología de la red y la instrumentación deseada en el sistema, es así que podemos destacar dos planteamientos relevantes:

1.1 Análisis de una línea individual

Este planteamiento presenta más contribuciones al ser el más flexible para la implementación de algoritmos, en su mayoría trabajan analizando una sola línea de transmisión de longitud larga bajo diversas condiciones. Por ejemplo, usando mediciones de voltaje en estado transitorio como se encuentra en Gualotuña et al. (2020); Pineda and Kurokawa (2018). Mientras que en régimen permanente de la red, las contribuciones que consideran mediciones PMU de los fasores de voltaje y corriente, aprovechan la redundancia en las mediciones para aportar la implementación de diversos algoritmos como: Satsuk et al. (2022); Wu et al.

(2023); Momen et al. (2019) usan mínimos cuadrados lineales, ponderados y recortados, Indulkar and Ramalingam (2008) usa el método de Newton-Raphson, Zhang and Liao (2020); Wang et al. (2022) presentan variaciones del Filtro de Kalman, Shoukat et al. (2021b,a); Sun et al. (2019) desarrollan algoritmos evolutivos y la implementación de redes neuronales.

Por otro lado, las contribuciones que utilizan mediciones de los sistemas SCADA, aprovechan el hecho que en una sola línea, la potencia inyectada en el bus de envío es igual al flujo de potencia del bus de envío al bus receptor. Esto permite un margen de maniobra en las ecuaciones y así no depender del uso del ángulo de voltaje en cada bus, como se muestra en Prostojovsky et al. (2016) o incluso, para estimarlo como se realiza en Kong et al. (2022).

1.2 Análisis de la red eléctrica completa

Las gran mayoría de las contribuciones que analizan la red eléctrica en su totalidad, se apoyan en el uso de mediciones PMU en todos o algunos buses de la misma. En Wang et al. (2022) se tienen mediciones SCADA y PMU distribuidas en la red, y mediante un Filtro de Kalman adaptable realizan pruebas para diversas configuraciones de mediciones en cada bus, y concluyen que el uso de la tecnología PMU mejora considerablemente la estimación de parámetros. En Asprou and Kyriakides (2013) se desarrolla un estimador por mínimos cuadrados ponderados que considera los flujos de potencia entre buses gracias a la ayuda de PMUs a lo largo de la red.

1.3 Formulación del problema

En el presente trabajo se busca analizar la red eléctrica en su totalidad considerando el menor número de sensores posible. Se presentan dos métodos de identificación de parámetros:

- Mínimos cuadrados lineales (LSQ, por sus siglas en inglés) que considera mediciones SCADA y el ángulo de voltaje en cada bus.
- Mínimos cuadrados ponderados (WLS, por sus siglas en inglés) planteado como un estimador de estados en Abur and Gomez-Exposito (2004) con el fin de estimar el ángulo de voltaje en cada bus y extender el vector de estados para identificar los parámetros de línea.

2. ESTRUCTURA DEL SISTEMA

2.1 Modelo de una línea de transmisión/distribución.

Las líneas en las redes eléctricas se modelan dependiendo de su longitud, constituyendo 3 categorías: corta, media y larga. Una línea larga toma en cuenta las propiedades de propagación y atenuación de ondas, resultando en ecuaciones de parámetros distribuidos las cuales son dependientes de la longitud de la línea. Sin embargo, esto se plantea para líneas de más de 240 kilómetros, siendo exclusivas para redes de **transmisión**. En el caso de las líneas medias y cortas no se toman en cuenta este tipo de propiedades y se obtienen ecuaciones de parámetros

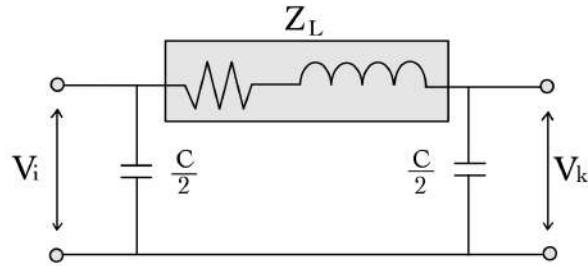


Fig. 1. Modelo II de una línea de transmisión.

agrupados. Así, el modelo solo depende de las variables eléctricas del sistema.

En la Fig. 1 se muestra el modelo II de una línea constituida por una impedancia serie $Z_L = R + jX$ y una capacitancia en derivación (shunt) que se divide en dos elementos ubicados en ambos extremos de la línea. Cabe destacar que esta capacitancia solo toma presencia en línea de media distancia aunque puede llegar a tomar relevancia dependiendo del entorno que rodea la línea. Para comodidad en el uso de las ecuaciones todos los elementos de la línea se representan como admitancias.

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB \quad (1)$$

Una admitancia está compuesta por dos elementos: conductancia G y susceptancia B . El efecto de la conductancia en derivación es bastante pequeño que puede despreciarse, resultando en que la admitancia en derivación solo está compuesta por su parte imaginaria.

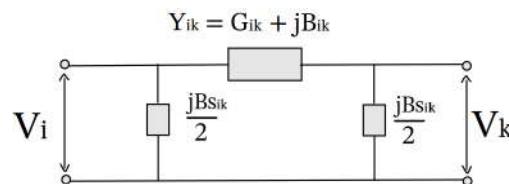


Fig. 2. Modelo II representado en admitancias.

Así, la representación en la Fig. 1 pasa a como se muestra en la Fig. 2, donde V_k es el voltaje de envío, V_m es el voltaje receptor, Y_{ik} es la admitancia en serie de la línea km , B_{skm} es la admitancia en derivación de la línea ik .

2.2 Modelo una red de n - buses

El modelo de la red eléctrica se obtiene a partir de aplicar la ley de corrientes de Kirchhoff en cada bus del sistema. Denotando el vector de inyecciones de corriente como I y el vector de fasores de voltaje de bus como V , se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$I = Y_{bus} \cdot V$$

donde N es el número de buses, i_k es el fasor de inyección de corriente en el bus k , v_k es el fasor de voltaje en el bus k , Y_{kk} la admitancia propia del bus k , Y_{km} es la admitancia mutua entre el bus k y m , esta matriz de admitancias es conocida como la Y_{bus} .

La potencia potencia real y reactiva en el bus k , está dada por:

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k I_k^* \quad (3)$$

De la ecuación 2, se tiene:

$$I_k = \sum_{m=1}^n Y_{km} V_m \quad (4)$$

Al sustituir (4) en (3):

$$P_k + jQ_k = V_k \sum_{m=1}^n (G_{km} - jB_{km}) V_m^* \quad (5)$$

Al desarrollar los productos fasoriales y llevarlos a su forma real, obtenemos:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n (G_{km} V_m \cos \theta_{km} + B_{km} V_m \sin \theta_{km}) \quad (6)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n (G_{km} V_m \sin \theta_{km} - B_{km} V_m \cos \theta_{km})$$

donde V_k es la magnitud de voltaje en el bus k , θ_{km} es la diferencia de los ángulos de voltaje θ_k y θ_m , $G_{km} + jB_{km}$ son los km -ésimos elementos de la matriz de admitancias Y_{bus} .

Es así que se caracteriza la potencia real P y reactiva Q neta inyectada en cada bus del sistema en función de la magnitud de voltaje y el ángulo de voltaje θ .

3. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

3.1 Modelo paramétrico

Para realizar la identificación de parámetros se requiere una representación conocida como modelo paramétrico, la cual nos permite recuperar la información deseada. Sea el sistema:

$$y = h(x, \theta) \quad (7)$$

donde y es la salida y $h(\cdot)$ es una función que depende de las variables x y los parámetros θ . Se reescribe (7), al separar los parámetros de interés de los estados conocidos del sistema, como la siguiente forma matricial:

$$Y = \Phi \theta \quad (8)$$

donde Y es un vector de mediciones, Φ es conocido como el regresor y θ es el vector de parámetros. Al utilizar mediciones SCADA, el vector de mediciones se define como:

$$Y = [P_1 \dots P_N \ Q_1 \dots Q_N]^T \quad (9)$$

correspondientes a las ecuaciones descritas en (6), las cuales se deben reescribir de tal manera que se puedan recuperar los parámetros del sistema definidos por el vector:

$$\theta = [g_{12} \ b_{12} \ B_{s1} \dots g_{km} \ b_{km} \ B_{sk}]^T \quad (10)$$

donde $g_{km} + jb_{km}$ es la admittance en serie de línea que conecta el bus k al bus m y B_{sk} es la admittance en derivación presente en el bus k .

3.2 Mínimos Cuadrados Lineales

Si el sistema tiene disponible la medición del ángulo de voltaje θ_k de cada bus, el conjunto de ecuaciones obtenido al reescribir el sistema a la forma (8) es lineal en términos del vector de parámetros señalado en (10). Siendo así, que el problema se puede resolver con la ayuda del estimador por mínimos cuadrados, el cual escoge los valores de θ que minimizan el criterio de error:

$$\begin{aligned} J(\theta) &= (y - \Phi \theta)^T (y - \Phi \theta) \\ &= y^T y - 2y^T \Phi \theta + \theta^T \Phi^T \Phi \theta \end{aligned} \quad (11)$$

El gradiente de (9) es:

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = -2\Phi^T y + 2\Phi^T \Phi \theta \quad (12)$$

Al igualar a cero, obtenemos el estimador por mínimos cuadrados lineal:

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y \quad (13)$$

donde $(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ es conocida como la pseudo-inversa. Si Φ es de rango completo, el producto matricial $\Phi^T \Phi$ es invertible, sin embargo, para asegurar que se obtiene la solución correcta de los parámetros se debe comprobar la condición de excitación persistente, es decir, que los eigenvalores del producto $\Phi^T \Phi$ sean positivos. Debido a la naturaleza del sistema esta condición no se cumple y para lidiar con esto se considera otro conjunto de mediciones que agregue información adicional que permita enriquecer al regresor Φ . Es así que la ecuación descrita en (8) toma la forma:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{T1} \\ \vdots \\ Y_{TN} \end{bmatrix} = \Phi \theta = \begin{bmatrix} \Phi_{T1} \\ \vdots \\ \Phi_{TN} \end{bmatrix} \theta \quad (14)$$

donde el subíndice TN indica el conjunto de mediciones en el instante de tiempo N . A pesar de este cambio, la ecuación (13) sigue siendo válida, y de ser necesario, se pueden agregar los conjuntos de mediciones necesarios a Y y su regresor relacionado a Φ para obtener una solución más robusta.

3.3 Mínimos Cuadrados Ponderados

Si el sistema no tiene disponible la medición del ángulo de voltaje θ_k , en este trabajo se propone el uso del estimador de estados por mínimos cuadrados ponderados, señalado en Abur and Gomez-Exposito (2004), utilizando el vector de estados extendido para estimar los ángulos de voltaje y los parámetros señalados en (10), sin considerar las susceptancias en derivación B_{sk} debido a la gran complejidad que representa solo utilizando mediciones de potencia compleja. Similar a (11), el problema de estimación se centra en minimizar el criterio de error:

$$J(x) = (y - h(x))^T R^{-1} (y - h(x)) \quad (15)$$

donde R es la matriz de covarianza del error de medición y $h(\theta)$ es la función no lineal que relaciona los estados con las mediciones. La solución se obtiene de manera iterativa mediante:

$$x^{k+1} = x^k + (G(x^k))^{-1} H^T(x^k) R^{-1} (y - h(x^k)) \quad (16)$$

donde $G(x^k) = H^T(x^k) R^{-1} H(x^k)$ es la matriz de ganancias y $H(x^k) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$ es el jacobiano de las mediciones evaluado en θ^k . El proceso se detiene al cumplir el criterio

de convergencia $|\Delta x| \leq \epsilon$. Así como en el estimador por mínimos cuadrados, se utilizan varios conjuntos de mediciones para obtener la solución correcta de los parámetros. De esta forma el jacobiano $H(x^k)$ está descrito como:

$$H(x^k) = \begin{bmatrix} H_{ang_{T1}} & H_{ang_{T2}} & \dots & H_{ang_{Tn}} & H_{par_{T1}} \\ H_{ang_{T1}} & H_{ang_{T2}} & \dots & H_{ang_{Tn}} & H_{par_{T2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{ang_{T1}} & H_{ang_{T2}} & \dots & H_{ang_{Tn}} & H_{par_{Tn}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde H_{ang} contiene la parte del jacobiano correspondiente a los ángulos de voltaje y H_{par} la parte correspondiente a los parámetros de línea, en el apéndice se muestran a detalle. Los subíndices $T1, T2, \dots, Tn$ indican el instante en el tiempo de cada conjunto de mediciones, siendo n el número de conjuntos a considerar en cada proceso de estimación.

Remark 1. Las submatrices $H_{ang_{Tn}}$ y $H_{par_{Tn}}$ se deben evaluar con el conjunto de mediciones correspondiente al tiempo n . De esta forma, se debe cumplir que $H_{par_{Tn}} \neq H_{par_{Tn+1}}$ para que la matriz H no pierda su rango y se logre recuperar la información deseada. Así mismo, los ángulos de voltaje varían de un conjunto de mediciones a otro, lo que significa que el jacobiano $\frac{\partial H_{ang}}{\partial \theta_k}$ se debe construir teniendo en mente que los ángulos θ_k correspondan al conjunto de mediciones correcto, para un conjunto diferente las derivadas parciales resultantes deben ser cero. Obteniendo así que H es una matriz dispersa.

4. CASO DE ESTUDIO

Para validar numéricamente los métodos propuestos se utilizó el software MATLAB para realizar la simulación del sistema así como la estimación de parámetros. Se toma en cuenta una red eléctrica en secuencia positiva de tres buses conformada por el bus 1 tipo slack, el bus 2 tipo PV y el bus 3 de carga, como se muestra en la Fig. 3 y los datos de los parámetros de la línea están señalados en la tabla 1.

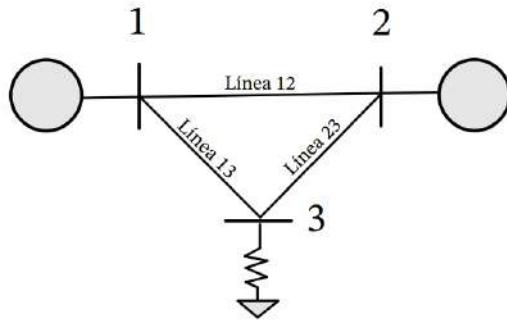


Fig. 3. Sistema de 3 buses.

Table 1. Datos de la red

Línea		Conductancia Serie	Susceptancia Serie	Susceptancia en derivación
Desde	Hasta	G (pu)	B (pu)	2Bs (pu)
1	2	10	-20	0.03
1	3	10	-30	0.14
2	3	16	-32	0.08

La curva de demanda mostrada en la fig. 4 se obtuvo de la página del CENACE y corresponde al pronóstico neto en

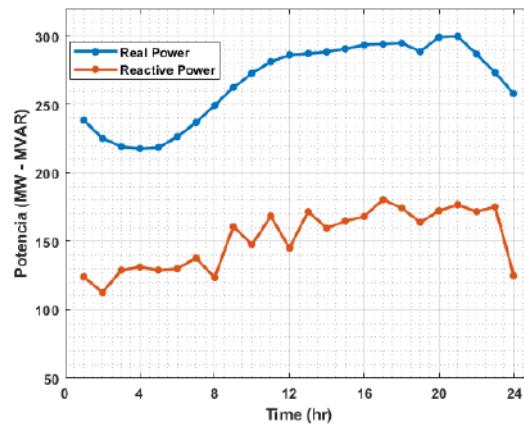


Fig. 4. Curva de carga en el bus 3.

la región centro del Sistema Interconectado Nacional el día 14 de agosto de 2024, esta curva consta de 24 puntos que corresponden a una medición cada hora. Para el ejercicio, se normalizó la curva utilizando el valor máximo registrado y se escaló para una carga máxima de 300 MW en el bus 3. La carga de potencia reactiva se obtuvo al multiplicar la carga de potencia real por un factor de potencia aleatorio entre 0.85 y 0.9 en cada medición registrada. Se realizaron dos experimentos: Uno donde el valor de la susceptancia en derivación es despreciable y el segundo donde sí se toma en consideración.

4.1 Caso A: Despreciando susceptancia en derivación

Se realizó la simulación para obtener los valores de potencia compleja y el fasor de voltaje en cada bus utilizando los datos de la tabla 1 pero con $B_{sk} = 0$ en las 3 líneas.

El vector de parámetros para el sistema de 3 buses queda:

$$\theta = [g_{12} \ b_{12} \ g_{13} \ b_{13} \ g_{23} \ b_{23}] \quad (18)$$

Mientras que la matriz correspondiente al regresor queda como:

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & -B & C & -D & 0 & 0 \\ E & B & 0 & 0 & F & -G \\ 0 & 0 & H & D & I & G \\ -B & -A & -D & -C & 0 & 0 \\ B & E & 0 & 0 & -G & -F \\ 0 & 0 & D & -H & G & -I \end{bmatrix} \quad (19)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= V_1^2 - V_1 V_2 \cos\theta_{12}; \quad B = V_1 V_2 \sin\theta_{12} \\ C &= V_1^2 - V_1 V_3 \cos\theta_{13}; \quad D = V_1 V_3 \sin\theta_{13} \\ E &= V_2^2 - V_1 V_2 \cos\theta_{12}; \quad F = V_2^2 - V_2 V_3 \cos\theta_{23} \\ G &= V_2 V_3 \sin\theta_{23}; \quad H = V_3^2 - V_1 V_3 \cos\theta_{13} \\ I &= V_3^2 - V_2 V_3 \cos\theta_{23}; \end{aligned}$$

Utilizando mediciones de ángulos de voltaje Como se mencionó en la sección 3.2 al tener la información sobre los ángulos de voltaje en cada bus el problema se puede resolver utilizando mínimos cuadrados lineales. La identificación de parámetros se realizó utilizando 2 mediciones por iteración, realizando un total de 23 iteraciones a lo largo

de la curva de carga 4. Para describir el comportamiento del sistema como se indica en (14) y obteniendo la solución mediante (13).

Estimando los ángulos de voltaje En caso de no contar con las mediciones del fasor de voltaje en cada bus, se puede realizar la estimación de los ángulos con el método propuesto en la sección 3.3. En este caso, la identificación se realizó utilizando 4 mediciones por iteración, es decir, estimando 4 pares de ángulos en cada una y los 6 parámetros de línea, en total se realizaron 21 iteraciones a lo largo de la curva de carga 4. Cabe destacar que la matriz jacobiana de los parámetros H_{par} tiene la misma forma que el regresor mostrado en (19).

El procedimiento consideró el histórico de mediciones del ángulo de voltaje en los buses 2 y 3, de los cuales se obtuvo el valor promedio para usarse como condición inicial en

4.2 Considerando susceptancia en derivación

En este caso, solo se realizó el experimento considerando las mediciones de los ángulos de voltaje mediante el uso de mínimos cuadrados lineales (LSQ), ya que estimar los ángulos de voltaje correspondientes a cada medición así como los 9 parámetros pone en aprietos al estimador por mínimos cuadrados ponderados (WLS) solo utilizando mediciones de potencia real y reactiva. El regresor utilizado en este caso se mantiene como en (19) pero agregando los siguientes elementos:

$$\begin{aligned}\Phi_{4,7} &= -V_1^2 \\ \Phi_{5,8} &= -V_2^2 \\ \Phi_{9,9} &= -V_3^2\end{aligned}\quad (20)$$

Los elementos restantes deben ser iguales a cero, Φ debe tener dimensión 6×9 . La identificación se realizó usando 3 mediciones por iteración, resultando en 22 iteraciones a lo largo de la curva de carga ya mencionada.

5. RESULTADOS

La tabla 2 muestra la estimación promedio obtenida en cada uno de los tres métodos propuestos para el número de iteraciones indicado en la sección 4. LSQ_1 se refiere al método por mínimos cuadrados sin considerar la susceptancia en derivación, mientras que LSQ_2 sí considera este elemento. Se puede observar que los tres métodos logran resultados bastante cercanos a los valores reales, gracias a la tabla 3 tenemos un criterio sobre la confiabilidad de cada método. El método LSQ_1 es el que presenta el menor error cuadrático medio de los tres, mientras que LSQ_2 aumenta el error en los parámetros en serie g_{13} y b_{13} pero los parámetros en derivación B_{sk} muestran un error muy poco notable. Para WLS encontramos que el error aumenta de magnitud hasta el orden de 1×10^{-3} para los parámetros, no obstante, el ECM para la estimación de los ángulos de voltaje es bastante reducido manteniendo el orden de 1×10^{-9} como los métodos por mínimos cuadrados lineales.

Así mismo, en la fig. 5 se muestra la curva promedio de la función de costo (15) donde se observa que a partir de las 10 iteraciones del método WLS la función de costo

Table 2. Resultados en la estimación de parámetros con cada método propuesto.

Parámetro	Valor real	Valor estimado promedio		
		LSQ_1	WLS	LSQ_2
g_{12}	10	9.9998	10.0040	10.0008
b_{12}	-20	-19.9999	-19.9918	-19.9996
g_{13}	10	10.0003	10.0064	9.9948
b_{13}	-30	-29.9997	-30.0650	-29.9975
g_{23}	16	16.0002	15.9970	15.9979
b_{23}	-30	-32	-32.0082	-32.0016
B_{s1}	0.085	-	-	0.0849
B_{s2}	0.055	-	-	0.0549
B_{s3}	0.110	-	-	0.1102

Table 3. Comparación del error cuadrático medio obtenido en cada método de estimación propuesto.

Parámetro	Error cuadrático medio.		
	LSQ_1 (1×10^{-6})	WLS (1×10^{-3})	LSQ_2 (1×10^{-6})
g_{12}	0.0850	0.0344	2.2108
b_{12}	0.0364	0.0983	0.8037
g_{13}	0.5909	0.0614	49.4937
b_{13}	0.3069	6.5321	28.9751
g_{23}	0.0666	0.0301	6.7205
b_{23}	0.0465	0.0975	4.9784
B_{s1}	-	-	0.0204
B_{s2}	-	-	0.0146
B_{s3}	-	-	0.0689

Table 4. Error cuadrático medio en la estimación de ángulos mediante WLS.

Medición	Error Cuadrático Medio (1×10^{-9})	
	θ_2	θ_3
T_1	0.0349	0.2066
T_2	0.0330	0.1963
T_3	0.0303	0.1847
T_4	0.0304	0.1863

se minimiza a valores menores a 1×10^{-7} y converge en promedio a las 28 iteraciones por cada conjunto de mediciones.

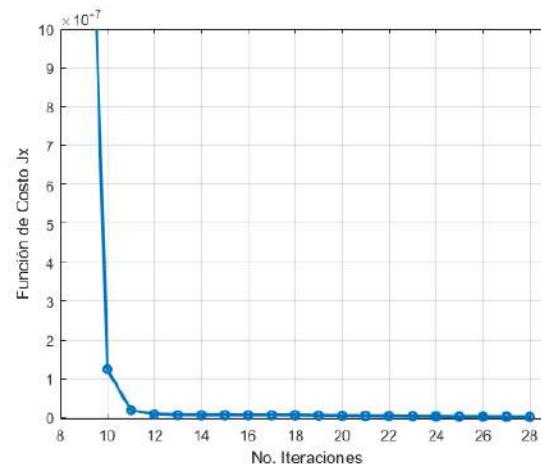


Fig. 5. Curva de la función de costo promedio \bar{J}_x .

Por último, en las figuras 6 y 7 se muestra el proceso de estimación de los parámetros en serie de las 3 líneas del

sistema. Los valores iniciales de todos los parámetros se fijan en 0 y notamos que a partir de las 10 iteraciones del procedimiento se logra la convergencia al valor real del parámetro de interés.

6. TRABAJO FUTURO

Como siguientes pasos en este ámbito se propone mejorar el desempeño del método *WLS* al disminuir el error obtenido. Así como trabajar en la robustez de ambos métodos presentados para aumentar su confiabilidad ante la presencia de ruido en las mediciones con el fin de incorporar este trabajo a sistemas de monitoreo y predicción de fallas.

Por otro lado, como se menciona en Nicholson et al. (2007) la presencia de distorsión armónica en las redes de distribución ha ido en aumento en los últimos años gracias a la proliferación de cargas no lineales. Además los niveles de distorsión varían a lo largo de las horas del día. Mientras que en Kui et al. (2008) se menciona que debido a los niveles altos del triple armónico la corriente neutra aumenta generando un desbalance en la red así como pérdidas de energía. De forma que se propone desarrollar una solución para un régimen desbalanceado que considere la distorsión armónica, sacando provecho de la proliferación de cargas no lineales y mejorar así los resultados presentes.

7. CONCLUSIÓN

El presente trabajo buscó obtener un método de identificación de parámetros que brindara resultados adecuados mediante el uso de la menor cantidad de sensores disponibles en el sistema, procurando la medición de magnitud de voltaje y potencia compleja en todos los buses de la red. A partir de los resultados obtenidos, se encontró que medir los ángulos de voltaje en cada bus mejora significativamente el proceso de identificación y la confiabilidad del método, como se puede ver en los resultados obtenidos por los métodos *LSQ₁* y *LSQ₂*. Además de permitir abordar el problema de manera lineal, abre la puerta para identificar la susceptancia en derivación presente en líneas de longitud media, y a pesar de tratarse de una medición fasorial (PMU) aún se tiene la ventaja de no necesitar los flujos de corriente entre buses.

Así mismo, el método *WLS* mostró resultados satisfactorios para identificar parámetros en serie pero con un incremento considerable en el error cuadrático medio en comparación de los otros dos métodos propuestos.

REFERENCIAS

- Abur, A. and Gomez-Exposito, A. (2004). *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. Marcel Dekker.
- Aspropoulos, M. and Kyriakides, E. (2013). Estimation of line parameters using the hybrid state estimator. In *2013 IEEE Grenoble Conference*. IEEE.
- Bockarjova, M. and Andersson, G. (2007). Transmission line conductor temperature impact on state estimation accuracy. In *2007 IEEE Lausanne Power Tech*. IEEE.
- Gualotuña, R., Ramírez, J., Lucio, M., Granda, N., and Quilumba, F. (2020). Estimación de los parámetros

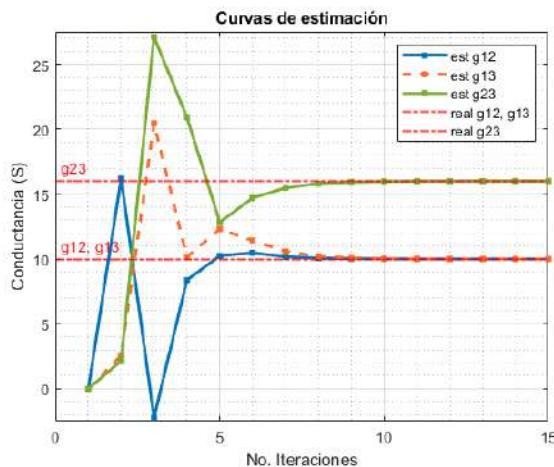


Fig. 6. Curva de estimación para las conductancias G_{km} .

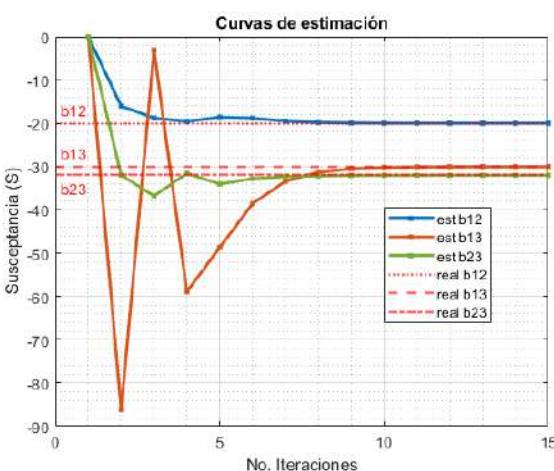


Fig. 7. Curva de estimación para las susceptancias B_{km} .

eléctricos de una línea de transmisión trifásica a escala de laboratorio a partir de mediciones de transitorios de voltaje. *re*, 16(2).

Indulkar, C.S. and Ramalingam, K. (2008). Estimation of transmission line parameters from measurements. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, 30(5), 337–342.

Jiang, W. and Tang, H. (2020). Distribution line parameter estimation considering dynamic operating states with a probabilistic graphical model. *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, 121(106133), 106133.

Kong, H., Lu, M., Que, L., Xu, F., Zhao, J., and Xue, A. (2022). A new four-step method to identify the parameters of transmission line based on SCADA data. *IET Gener. Transm. Distrib.*, 16(9), 1822–1835.

Kui, W., Shuhua, G., Qian, H., Yuanhong, H., and Qinfang, W. (2008). Investigation of harmonic distortion and losses in distribution systems with non-linear loads. In *2008 China International Conference on Electricity Distribution*, 1–6. doi:10.1109/CICED.2008.5211816.

Kumar, R., Dewal, M., and Saini, K. (2010). Utility of scada in power generation and distribution system. In *2010 3rd International Conference on Computer Science and Information Technology*, volume 6, 648–652. doi:10.1109/ICCSIT.2010.5564689.

- Momen, A., Johnson, B.K., and Chakhchoukh, Y. (2019). Parameters estimation for short line using the least trimmed squares (LTS). In *2019 IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT)*. IEEE.
- Nicholson, G., Gosbell, V., and Parsotam, A. (2007). Analysis of harmonic distortion levels on a distribution network. In *2007 Australasian Universities Power Engineering Conference*, 1–7. doi: 10.1109/AUPEC.2007.4548035.
- Pineda, J.T.R. and Kurokawa, S. (2018). Estimation of parameters for faulted transposed transmission lines. In *2018 IEEE Electrical Power and Energy Conference (EPEC)*. IEEE.
- Prostojovsky, A.M., Gehrke, O., Kosek, A.M., Strasser, T., and Bindner, H.W. (2016). Distribution line parameter estimation under consideration of measurement tolerances. *IEEE Trans. Industr. Inform.*, 12(2), 726–735.
- Satsuk, E., Zhukov, A., Dubinin, D., Ivanov, I., and Murzin, A. (2022). Analytical approach to phasor-based line parameter estimation verified through real PMU data. In *2022 International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA)*. IEEE.
- Shoukat, A., Mughal, M.A., Ahmad, S., Gondal, S.Y., and Khan, S.S. (2021a). Parameter estimation of short transmission line using Rao-I algorithm. In *2021 6th International Multi-Topic ICT Conference (IMTIC)*. IEEE.
- Shoukat, A., Mughal, M.A., and Hussain, A. (2021b). Short transmission line parameter estimation using firefly algorithm. In *2021 International Conference on Emerging Power Technologies (ICEPT)*. IEEE.
- Sun, J., Xia, M., and Chen, Q. (2019). A classification identification method based on phasor measurement for distribution line parameter identification under insufficient measurements conditions. *IEEE Access*, 7, 158732–158743.
- Wang, Y., Xia, M., Yang, Q., Song, Y., Chen, Q., and Chen, Y. (2022). Augmented state estimation of line parameters in active power distribution systems with phasor measurement units. *IEEE Trans. Power Deliv.*, 37(5), 3835–3845.
- Wu, H., Dong, T., Tan, Q., and Li, W. (2023). Fault location method of power line based on real-time parameter estimation. In *2023 8th Asia Conference on Power and Electrical Engineering (ACPEE)*. IEEE.
- Zhang, Y. and Liao, Y. (2020). Kalman filter approach for line parameter estimation for long transmission lines. In *2020 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*. IEEE.

$$H_{ang} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial \theta_k} \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} &= \sum_{j=1}^N V_i V_j (-G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - V_i^2 B_{ii} \\ \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} &= V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} &= \sum_{j=1}^N V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - V_i^2 G_{ii} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} &= V_i V_j (-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) \end{aligned} \quad (A.2)$$

es importante señalar que no se toma en cuenta el ángulo θ_1 por ser el ángulo de referencia y su valor siempre es conocido.

$$H_{par} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial g_{12}} & \frac{\partial P_1}{\partial b_{12}} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial g_{km}} & \frac{\partial P_1}{\partial b_{km}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial g_{12}} & \frac{\partial P_N}{\partial b_{12}} & \dots & \frac{\partial P_N}{\partial g_{km}} & \frac{\partial P_N}{\partial b_{km}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial g_{12}} & \frac{\partial Q_1}{\partial b_{12}} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial g_{km}} & \frac{\partial Q_1}{\partial b_{km}} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial g_{12}} & \frac{\partial Q_2}{\partial b_{12}} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial g_{km}} & \frac{\partial Q_2}{\partial b_{km}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial g_{12}} & \frac{\partial Q_N}{\partial b_{12}} & \dots & \frac{\partial Q_N}{\partial g_{km}} & \frac{\partial Q_N}{\partial b_{km}} \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

Apéndice A. MATRIZ JACOBIANA PARA LOS ÁNGULOS Y PARÁMETROS