

Sliding Mode Control for Smooth Startup of Permanent DC Magnet Motors Using a DC/DC Buck Converter and State Observers^{*}

Ernesto Rios Valenzuela^{*} Raúl Rascón Carmona^{*}
Víctor Manuel Valenzuela Hanon^{*}
Luis Omar Moreno Ahedo^{*} Jonathan Peña Ramírez^{**}
Silvia Eileen Cuevas Alvarez^{**}

^{*} Facultad de Ingeniería Mexicali, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez sin número, Mexicali, C.P. 21280, Baja California, México, (e-mail: ernesto.rios.valenzuela {raul.rascon, a1162138, luis.omar.moreno.ahedo}@uabc.edu.mx)

^{**} Laboratorio de Sistemas Dinámicos. División de Física Aplicada. CICESE. Carr. Ensenada-Tijuana 3918, Zona Playitas, C.P. 22860, Ensenada, BC, Mexico, (e-mail: jpena {eileen}@cicese.edu.mx)

Abstract: This study explores the application of a DC/DC buck power converter integrated with sliding mode control (SMC) to achieve smooth and precise startup control for a permanent magnet DC motor (PMDC). The control objective is to track the speed trajectory for the motor and the voltage for the converter. The primary goal is to regulate the motor's voltage during startup, ensuring a controlled ramp-up that minimizes inrush currents and mechanical stress, which are critical for enhancing motor longevity and system reliability. The study includes a comprehensive theoretical analysis, supported by simulation to demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: Buck converter, DC motor, sliding mode control, trajectory tracking control, robust control.

1. INTRODUCCIÓN

Los convertidores tipo buck se utilizan en una amplia variedad de aplicaciones, como fuentes de alimentación para dispositivos electrónicos Liou et al. (2008); Xiao et al. (2004), control de motores Hoyos et al. (2020), Ardhenta and Subroto (2020), entre otros. En el ámbito de las fuentes de alimentación, los convertidores buck son ideales para reducir la tensión de entrada a una tensión más baja y constante, lo que los hace muy útiles en dispositivos portátiles como teléfonos móviles, tablets y computadoras portátiles Salih et al. (2020). En el control de motores, los convertidores buck se utilizan para regular la velocidad y el torque, garantizando un funcionamiento preciso y eficiente, además de reducir los picos de voltajes y corriente en los arranques Roy et al. (2017). En general, los convertidores buck son una tecnología versátil y confiable que se adapta a una amplia gama de aplicaciones en diferentes industrias.

Tradicionalmente, los problemas de control para los convertidores conmutados de corriente directa a corriente directa (cd-cd) se resuelven utilizando técnicas de modulación de ancho de pulso (pwm por sus siglas en inglés). En Sira-Ramirez et al. (1996) se demuestra la equivalen-

cia entre el control por modos deslizantes y un control pwm en el rango de bajas frecuencias para un convertidor boost. Generalmente, la implementación por hardware es más fácil para un control por modos deslizantes que para un control que utiliza un modulador por ancho de pulso (pwm), acorde a Utkin et al. (2017). Dado que la máxima frecuencia de los elementos conmutables disponibles comercialmente crece cada día más y más, se espera que la propuesta de control por modos deslizantes incremente su popularidad en el campo de control de convertidores de potencia, (véase Utkin et al. (2017) capítulo once).

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La motivación para el desarrollo de los algoritmos es la siguiente:

- (1) Los motores de corriente directa de imán permanente tienen una amplia aplicación principalmente en áreas industriales y automotriz, debido a que son bastante eficientes, son relativamente fáciles de controlar y tienen un bajo coste en sus implementaciones. Sin embargo, uno de los problemas más comunes que existe en su operación es el arranque abrupto, el uso de convertidores cd-cd del tipo buck nos ayuda a reducir estas variaciones y tener un arranque suave en el motor, (véase Roy et al. (2017) y Silva-Ortigoza et al. (2014)).

^{*} Los autores agradecen el apoyo financiero a la Universidad Autónoma de Baja California beneficiados por la convocatoria interna de proyectos de investigación 2024-2025.

- (2) Usualmente para poder implementar un controlador en el convertidor buck se utiliza un circuito modulador de ancho de pulso (pwm por sus siglas en inglés), este circuito se coloca entre la señal de control y el transistor que sirve como compuerta en el convertidor buck. En este trabajo diseñaremos un controlador cuya salida esté normalizada entre cero y uno, por lo que no se necesita de un circuito modulador de ancho de pulso para aplicar el controlador, tomando en cuenta que es una señal digital y el nivel de voltaje para estas señales corresponde a 5V para “1” o “verdadero”, es suficiente voltaje para conmutar el transistor.
- (3) Aplicaciones donde la carga del convertidor buck es un motor de corriente directa, y en donde se pretende que el rotor de dicho motor siga una trayectoria predefinida, por lo tanto se necesita resolver el problema de seguimiento de trayectoria tanto para el voltaje de salida del convertidor como para la velocidad que hay en el rotor del motor.
- (4) Casos donde no se cuenta con todas las mediciones de los estados para su retroalimentación, eso nos motiva a implementar un diferenciador para estimar la corriente a través del inductor del convertidor y la armadura del motor.

3. MODELO DINÁMICO

Primeramente se analiza el modelo dinámico del motor de cd dado por:

$$\begin{aligned} L_a \frac{di_a}{dt} &= \vartheta - R_a i_a - k_e \omega \\ J \frac{d\omega}{dt} &= -b\omega + k_m i_a, \end{aligned} \quad (1)$$

donde ϑ es el voltaje aplicado en las terminales de la armadura del motor (véase la Figura 1), i_a es la corriente en la armadura, k_e es la constante de fuerza contraelectromotriz, k_m es la constante de torque del motor, L_a es la inductancia en la armadura, R_a es la resistencia de la armadura, J es el momento de inercia del rotor y la carga del motor, y b es el coeficiente de fricción viscosa del motor.

El modelo dinámico del convertidor de cd-cd tipo buck utilizado es

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + u \frac{E}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2, \end{aligned} \quad (2)$$

donde x_1 es la corriente a través del inductor L , x_2 es el voltaje en la resistencia o el capacitor, L es la constante del inductor, R es la constante de resistencia y C es el valor del capacitor. El valor de la fuente de voltaje esta dada por E y la señal de entrada conmutada está dada por u (véase la Figura 1).

Se mantiene el modelo del buck convencional con la resistencia como carga para el análisis como sistemas independientes al momento de aplicar los controladores, los desarrollos matemáticos y las pruebas de estabilidad.

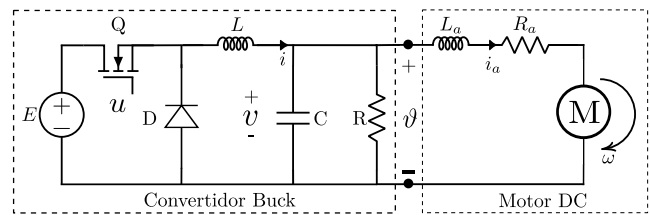


Fig. 1. Convertidor Buck de corriente directa a corriente directa

4. DISEÑO DE CONTROL

El objetivo de control es el seguimiento de trayectoria de la velocidad angular ω para una trayectoria suave ω^* , en el motor de cd. El diseño de control que seguiremos fue planteado en Krstic et al. (1995); Utkin et al. (2017) como un procedimiento que consiste de dos pasos conocido coloquialmente como “integrator backstepping” en el idioma inglés. Primero se define la corriente deseada que se quiere lograr, y se diseña un controlador cuya señal de entrada corresponde directamente al voltaje de salida del convertidor Buck. La tarea es regular la velocidad angular ω para seguir una trayectoria suave ω^* . Entonces definimos la corriente deseada cómo:

$$i_a^* = \frac{1}{k_m} b \omega^* + \frac{J}{k_m} \frac{d\omega^*}{dt}, \quad (3)$$

Se propone la ley de control ϑ para garantizar convergencia asintótica.

$$\vartheta = k_e \omega + R_a i_a^* + L_a \frac{di_a^*}{dt}, \quad (4)$$

para el diseño del controlador del convertidor buck debido a que controlaremos el voltaje x_2 y la entrada de control u esta en la primera ecuación de (2), el control es indirecto a través de x_1 , también se utiliza la metodología basada en dos pasos “integrator backstepping”. Primeramente, asumiremos que x_1 en la segunda ecuación de (2) lo podemos manejar como una entrada de control.

El objetivo de control es que x_2 siga la trayectoria deseada de voltaje V_d . Por lo tanto lograremos que

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_2 &= V_d \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_2 &= \dot{V}_d, \end{aligned} \quad (5)$$

como se mencionó anteriormente el objetivo de control se logrará de manera indirecta a través del siguiente lazo de corriente

$$x_1^* = \frac{V_d}{R} + C \dot{V}_d. \quad (6)$$

Ahora realizamos el acoplamiento de los dos sistemas donde V_d debe ser igual a la señal de control del motor obteniendo:

$$V_d = \vartheta = k_e \omega + R_a i_a^* + L_a \frac{di_a^*}{dt}, \quad (7)$$

para el seguimiento la corriente deseada necesitamos la derivada del voltaje deseado, entonces tenemos:

$$\dot{V}_d = k_e \frac{d\omega}{dt} + R_a \frac{di_a^*}{dt} + L_a \frac{d^2 i_a^*}{dt^2}, \quad (8)$$

donde las derivadas de la corriente deseada son:

$$\frac{di_a^*}{dt} = \frac{b}{K_m} \ddot{\omega}^* + \frac{J}{K_m} \dot{\omega}^* \quad (9)$$

$$\frac{d^2 i_a^*}{dt^2} = \frac{b}{K_m} \ddot{\omega}^* + \frac{J}{K_m} \ddot{\omega}^*, \quad (10)$$

tal que obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= k_e \left(-\frac{b}{J} \omega + \frac{K_m}{J} \right) i_a \\ &+ R_a \left(\frac{b}{k_m} \dot{\omega}^* + \frac{J}{k_m} \ddot{\omega}^* \right) + L_a \left(\frac{b}{K_m} \ddot{\omega}^* + \frac{J}{K_m} \ddot{\omega}^* \right) \end{aligned} \quad (11)$$

El controlador que utilizaremos necesita de una superficie deslizante para lograr el objetivo de control, en nuestro caso la superficie deslizante propuesta será la siguiente

$$s = x_1 - x_1^*, \quad (12)$$

nótese que esta superficie deslizante no genera una dinámica de orden reducido, sino que se logrará que

$$\lim_{t \rightarrow t_r} x_1 = \frac{V_d}{R} + C\dot{V}_d, \quad (13)$$

donde t_r es una constante de tiempo, es decir, la corriente x_1 convergerá a $\frac{V_d}{R} + C\dot{V}_d$ en tiempo finito (esto se demostrará en la prueba de estabilidad). Con el fin de forzar el modo deslizante en el conjunto $s = 0$, tomaremos la siguiente ley de control de Guldemir et al. (2011); Utkin et al. (2017),

$$u = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(s)), \quad (14)$$

nótese que u solamente puede tomar dos valores, 0 o 1, por lo que en el circuito Buck (véase la Figura 1) no necesitaremos un modulador de ancho de pulso conectado al transistor como fue descrito en planteamiento del problema.

5. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO

Primeramente, probaremos que las trayectorias convergen a la superficie deslizante s a través de la ley de alcanzabilidad $s\dot{s} < 0$,

$$s\dot{s} = s \left(\frac{E}{2L} (1 - \text{sign}(s)) - \frac{x_2}{L} - \dot{x}_1^* \right) < 0, \quad (15)$$

de esta desigualdad podemos obtener las condiciones necesarias para la existencia del modo deslizante. Si el modo deslizante existe, entonces en la vecindad de $s = 0$, las siguientes relaciones se mantienen:

$$\begin{aligned} \dot{s}_{s>0} &= -\frac{x_2}{L} - \dot{x}_1^* < 0 \\ \dot{s}_{s<0} &= \frac{E}{L} > \frac{x_2}{L} + \dot{x}_1^*, \end{aligned} \quad (16)$$

por lo que la condición para la existencia de modos deslizantes, obtenida de $s\dot{s} < 0$ o de (16) es

$$-L\dot{x}_1^* < x_2 < E - L\dot{x}_1^*, \quad (17)$$

esta condición define un dominio de atracción del conjunto deslizante. Dado que el controlador (14) no contiene ninguna ganancia sintonizable, el dominio de atracción (17) es predeterminado por la estructura del sistema y por la derivada de la trayectoria de referencia. En estado estable, la condición (17) parcialmente se satisface por la definición del convertidor buck, donde el voltaje a la salida x_2 es más pequeño que el voltaje de la fuente E , solamente se debe de cuidar que el término $L\dot{x}_1^*$ no sea lo suficientemente grande tal que no se cumpla la desigualdad en (17).

La ecuación del sistema (2) en modo deslizante se puede derivar utilizando el método del control equivalente. El control equivalente de la señal de control discontinua u se calcula haciendo $\dot{s} = 0$ y resolviendo,

$$\dot{s} = \frac{uE}{L} - \frac{x_2}{L} - \dot{x}_1^*, \quad (18)$$

de donde se obtiene,

$$u_{eq} = \frac{x_2 + L\dot{x}_1^*}{E}, \quad (19)$$

la ecuación de movimiento del modo deslizante esta gobernada por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + \frac{u_{eq}E}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2, \end{aligned} \quad (s(x) = 0) \quad (20)$$

Para que el modo deslizante exista localmente en $s(x) = 0$, el control equivalente satisface,

$$0 < u_{eq} = \frac{x_2 + L\dot{x}_1^*}{E} < 1, \quad (21)$$

a través de despejar x_2 de (16) y sustituirlo en (19) podemos obtener lo mostrado en (21). Después de que el estado x_1 del lazo de corriente interna ha alcanzado el conjunto deslizante, esto es, cuando converge a $s = 0$ en un tiempo $t = t_r$, $x_1 = x_1^* = V_d/R + C\dot{V}_d$ se mantiene para $t > t_r$. El lazo externo de voltaje se obtiene al sustituir $x_1 = x_1^* = V_d/R + C\dot{V}_d$ en la segunda ecuación de (2) tal que

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -\frac{1}{RC}x_2 + \frac{1}{RC}V_d + \dot{V}_d \\ \underbrace{\dot{x}_2 - \dot{V}_d}_{\dot{e}_2} &= -\frac{1}{RC} \underbrace{(x_2 - V_d)}_{e_2} \\ \dot{e}_2 &= -\frac{1}{RC}e_2, \end{aligned} \quad (22)$$

definiendo el error de seguimiento de voltaje como $e_2 = x_2 - V_d$, podemos obtener la solución del error e_2 tal que

$$e_2(t) = e_2(t_r) \exp^{-(t-t_r)/RC} \quad \forall t \geq t_r, \quad (23)$$

por lo que una vez que las trayectorias convergen a $s = 0$ en un tiempo finito t_r , el error de seguimiento de voltaje e_2 tiende a cero de manera exponencial. De esta manera el objetivo de control es alcanzado.

Una vez demostrada la estabilidad para el convertidor proseguimos a probar estabilidad en lazo cerrado del motor. Tomando en cuenta de la demostración mostrada anteriormente para un $t > t_r$ donde los estados convergen a los valores deseados. De la ecuación (3) sustituimos en la ecuación (1) obteniendo la expresión:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -b\omega + k_m \left(\frac{1}{k_m} b\omega^* + \frac{J}{k_m} \frac{d\omega^*}{dt} \right) \quad (24)$$

Desarrollando las ecuaciones obtenemos:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -b\omega + b\omega^* + J \frac{d\omega^*}{dt} \quad (25)$$

$$\underbrace{\left(\frac{d\omega}{dt} - \frac{d\omega^*}{dt} \right)}_{\dot{e}_1} = -\frac{b}{J} \underbrace{(\omega - \omega^*)}_{e_1} \quad (26)$$

Definiendo el error de seguimiento de velocidad angular, se define $e_1 = \omega - \omega^*$, y podemos obtener la solución del error e_1 tal que

$$\dot{e}_1 = -\frac{b}{J}e_1 \quad (27)$$

$$e_1(t) = e_1(t_r) \exp^{-\frac{b}{J}(t-t_r)} \quad \forall t \geq t_r, \quad (28)$$

Una vez las trayectorias convergen a los valores deseados después de un t_r el error de seguimiento de velocidad angular tiende a cero de manera exponencial cumpliendo el objetivo de control.

Para probar la estabilidad de lazo cerrado para el seguimiento de trayectoria de la corriente en armadura, para un tiempo $t > t_r$ donde los estados convergen a los valores deseados, se sustituye de la ecuación (4) en la ecuación (1) obteniendo:

$$L_a \frac{di_a}{dt} = k_e \omega + R_a i_a^* + L_a \frac{di_a^*}{dt} - R_a i_a - k_e \omega \quad (29)$$

Desarrollando las ecuaciones obtenemos que:

$$L_a \frac{di_a}{dt} - L_a \frac{di_a^*}{dt} = R_a i_a^* - R_a i_a \quad (30)$$

$$\underbrace{\frac{di_a}{dt} - \frac{di_a^*}{dt}}_{\dot{e}_2} = -\underbrace{\frac{R_a}{L_a}(i_a - i_a^*)}_{e_2} \quad (31)$$

Definiendo el error de seguimiento de trayectoria de corriente en la armadura $e_2 = i_a - i_a^*$ y podemos obtener la solución del error e_1 tal que

$$\dot{e}_2 = -\frac{R_a}{L_a} e_2 \quad (32)$$

$$e_2(t) = e_2(t_r) \exp^{-\frac{R_a}{L_a}(t-t_r)} \quad \forall t \geq t_r, \quad (33)$$

Una vez las trayectorias convergen a los valores deseados después de un t_r el error de seguimiento de corriente en la armadura tiende a cero de manera exponencial cumpliendo el objetivo de control.

6. ESTIMACIÓN DE LAS CORRIENTES A TRAVÉS DE UN DIFERENCIADOR

En el desarrollo del controlador (4)-(14) se asumió que las variables de estado estaban disponibles para medición. Ahora, supongamos que solamente tenemos medición de x_2 (voltaje) y ω (velocidad angular) respectivamente y la variable x_1 (corriente) e i_a necesitan ser estimadas, esta es la premisa del siguiente estimador basado en Levant (1998); Shtessel et al. (2014), Primero desarrollamos el observador para el convertidor tipo Buck de la forma:

$$\dot{\hat{x}}_2 = v, \quad (34)$$

donde v es un término de inyección en el observador, el cual se va a diseñar de tal manera que $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$ y $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ en un tiempo finito. Ahora introduciremos una variable deslizante para la estimación del error

$$z_2 = \hat{x}_2 - x_2, \quad (35)$$

sustituyendo (34) en la derivada de (35) tenemos

$$\dot{z}_2 = -\dot{x}_2 + v, \quad (36)$$

a partir de este punto diseñaremos un término de inyección v que dirija $z_2 = \hat{x}_2 - x_2 \rightarrow 0$ en tiempo finito. Por lo que seleccionaremos el siguiente término

$$v = -\rho \text{sign}(z_2), \quad \rho > \left| \frac{x_1}{C} \right| + \left| \frac{x_2}{RC} \right| \quad (37)$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} z_2 \dot{z}_2 &= z_2 (-\rho \text{sign}(z_2) - \frac{x_1}{C} + \frac{x_2}{RC}) \\ z_2 \dot{z}_2 &\leq -\left(\rho - \left(\left| \frac{x_1}{C} \right| + \left| \frac{x_2}{RC} \right| \right) \right) |z_2| < 0, \end{aligned} \quad (38)$$

integrando ambos lados de la desigualdad en (38) tenemos que en un tiempo finito $t_{r2} \leq \frac{z_2(0)}{\rho - \left(\left| \frac{x_1}{C} \right| + \left| \frac{x_2}{RC} \right| \right)}$, $z_2 \rightarrow 0$ o su equivalente $\hat{x}_2 \rightarrow x_2$. Por lo tanto, un modo deslizante existe en el observador (34) para un tiempo $t \geq t_{r2}$. La dinámica de modo deslizante en (36) se calcula usando el concepto de control equivalente, tal que,

$$\dot{z}_2 = -\frac{x_1}{C} + \frac{x_2}{RC} + v_{eq} = 0, \quad (39)$$

de (39) podemos estimar los estados

$$-\frac{x_2}{RC} + \frac{x_1}{C} = v_{eq} \quad t \geq t_{r2}. \quad (40)$$

La inyección equivalente v_{eq} se puede estimar a través de un filtro pasa bajas cuya entrada es la señal conmutada de alta frecuencia (37), tal que

$$\tau \dot{\hat{v}}_{eq} = -\hat{v}_{eq} - \rho \text{sign}(z_2), \quad (41)$$

donde $\tau \in \mathbb{R}^+$ es una constante de tiempo, quedándonos que

$$-\frac{x_2}{RC} + \frac{x_1}{C} \approx -\frac{\hat{x}_2}{RC} + \frac{\hat{x}_1}{C} = \hat{v}_{eq}, \quad t \geq t_{r2}, \quad (42)$$

debido a que tenemos acceso a las mediciones de x_2 , R y C , podemos hacer lo siguiente,

$$\hat{x}_1 = C \hat{v}_{eq} + \frac{x_2}{R}, \quad (43)$$

de esta manera logramos tener una estimación de la corriente x_1 , la cual puede implementarse en la superficie deslizante s en (12).

Lo siguiente es del mismo observador basado en Levant (1998); Shtessel et al. (2014), vamos a desarrollar un observador para la estimación de corriente de armadura en el motor de cd.

$$\dot{\hat{\omega}} = v, \quad (44)$$

donde v es un término de inyección en el observador como el desarrollado anteriormente, el cual se va a diseñar de forma que $\hat{\omega} \rightarrow \omega$ y $\hat{i}_a \rightarrow i_a$ en un tiempo finito. Ahora introduciremos una variable deslizante para la estimación del error

$$z_2 = \hat{\omega} - \omega, \quad (45)$$

sustituyendo (44) en la derivada de (45) tenemos

$$\dot{z}_2 = v + \frac{b}{J} \omega - \frac{K_m}{J} i_a \quad (46)$$

Diseñaremos un término de inyección v que dirija $z_2 = \hat{\omega} - \omega \rightarrow 0$ en tiempo finito. Por lo que proponemos el siguiente término

$$v = -\rho \text{sign}(z_2), \quad \rho > \left| \frac{b\omega}{J} \right| + \left| \frac{K_m i_a}{J} \right| \quad (47)$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} z_2 \dot{z}_2 &= z_2 (-\rho \text{sign}(z_2) + \frac{b}{J} \omega - \frac{K_m}{J} i_a) \\ z_2 \dot{z}_2 &\leq -\left(\rho - \left(\left| \frac{b\omega}{J} \right| + \left| \frac{K_m i_a}{J} \right| \right) \right) |z_2| < 0, \end{aligned} \quad (48)$$

integrando ambos lados de la desigualdad en (48) tenemos que en un tiempo finito $t_{r3} \leq \frac{z_2(0)}{\rho - \left(\left| \frac{b\omega}{J} \right| + \left| \frac{K_m i_a}{J} \right| \right)}$, $z_2 \rightarrow 0$ o su equivalente $\hat{\omega} \rightarrow \omega$. Por lo tanto, un modo deslizante existe en el observador (44) para un tiempo $t \geq t_{r3}$. La dinámica de modo deslizante en (46) se calcula usando el concepto de control equivalente, tal que,

$$\dot{z}_2 = \frac{b}{J} \omega - \frac{K_m}{J} i_a + v_{eq} = 0, \quad (49)$$

de (49) podemos estimar los estados

$$-\frac{b}{J}\omega + \frac{K_m}{J}i_a = v_{eq} \quad t \geq t_{r3}. \quad (50)$$

La inyección equivalente v_{eq} se puede estimar a través de un filtro pasa bajas cuya entrada es la señal conmutada de alta frecuencia (47), tal que

$$\tau \dot{\hat{v}}_{eq} = -\hat{v}_{eq} - \rho \text{sign}(z_2), \quad (51)$$

donde $\tau \in \mathbb{R}^+$ es una constante de tiempo igual al primer filtro mostrado, quedándonos que

$$-\frac{b}{J}\omega + \frac{K_m}{J}i_a \approx -\frac{b}{J}\hat{\omega} + \frac{K_m}{J}\hat{i}_a = \hat{v}_{eq}, \quad t \geq t_{r3}, \quad (52)$$

Como tenemos acceso a las mediciones de i_a , b , K_m y J , podemos hacer lo siguiente,

$$\hat{i}_a = \frac{J}{K_m}\hat{v}_{eq} + \frac{b}{K_m}\omega, \quad (53)$$

de esta manera logramos tener una estimación de la corriente i_a

7. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Ilustraremos los resultados teóricos de los controladores y estimadores de corriente a través de una simulación numérica en MatLab, para ello utilizaremos los parámetros mostrados en la Tabla 1. Los valores nominales del motor usados provienen de Silva-Ortigoza et al. (2014) y los valores nominales del convertidor son tomados de trabajos anteriores propios.

Tabla 1. Parámetros del convertidor Buck y Motor

Parámetro	Valor	Unidades
E fuente de voltaje	30	V
R resistencia	40	Ω
L inductancia	40	mH
C capacitancia	4	μF
R_a Resistencia armadura	0.965	Ω
L_a Inductor armadura	2.22	mH
J Momento Inercia	118.2×10^{-3}	kgm^2
K_e Constante FEM	120.1×10^{-3}	$\text{N} - \text{m/A}$
K_m Constante Torque Motor	120.1×10^{-3}	$\text{V} - \text{s/rad}$

La trayectoria deseada de velocidad angular del motor, así como los parámetros del estimador están en la Tabla 2,

Tabla 2. Parámetros de los estimadores y trayectorias deseadas de ω del Motor

Parámetro	Valor	Unidades
ρ	20	V/seg
τ	0.01	seg
ω^* velocidad deseada	$10 - \sin(10t)$	rad/s

La simulación numérica del sistema en lazo cerrado comprende, el convertidor de corriente directa a corriente directa tipo buck mostrado en (2) con el controlador (12) y (14), el controlador no cuenta con ninguna ganancia sintonizable; por otra parte, la estimación de la corriente \hat{x}_1 se obtiene de (35), (41) y (43). Asimismo, el motor de cd mostrado en (1) con el controlador (4), con la estimación de corriente \hat{i}_a obtenido de (45),(51) y (53).

En la figura 2 vemos el voltaje medido x_2 contra la trayectoria deseada V_d , que al mismo tiempo es la señal de

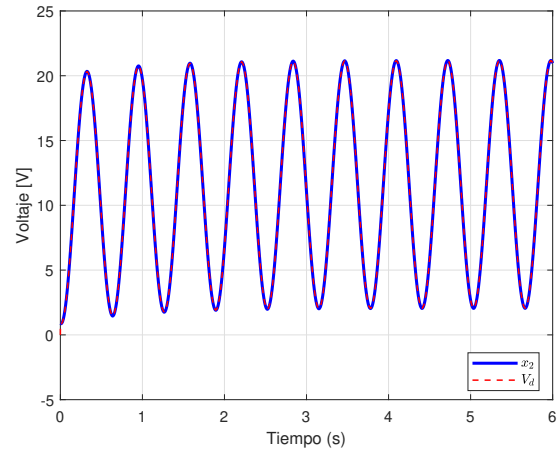


Fig. 2. Comparación Voltaje medido x_2 y deseado V_d

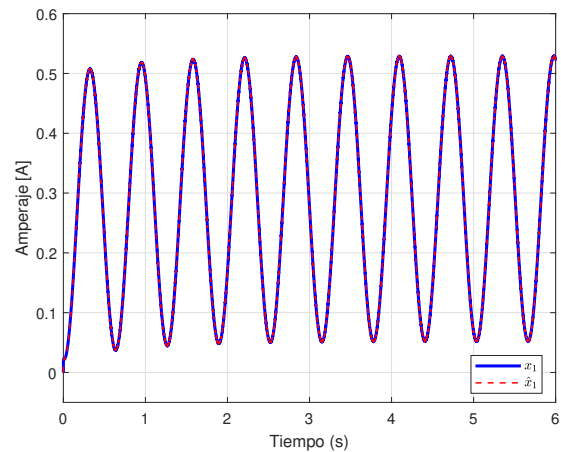


Fig. 3. Estimación de la corriente dada por \hat{x}_1

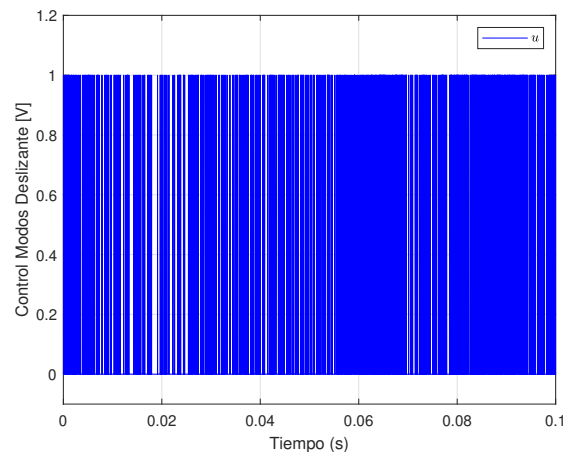


Fig. 4. Señal de control del convertidor u

control ϑ del motor de cd, debido al uso de estimadores existen transitorios pero debido a la dinámica rápida de los controladores y observadores basados en modos deslizantes suceden muy rápido convergiendo así x_2 a $V_d = \vartheta$. Como vemos en la 5 después de un tiempo de asentamiento logrará el controlador el objetivo de seguimiento de trayectoria

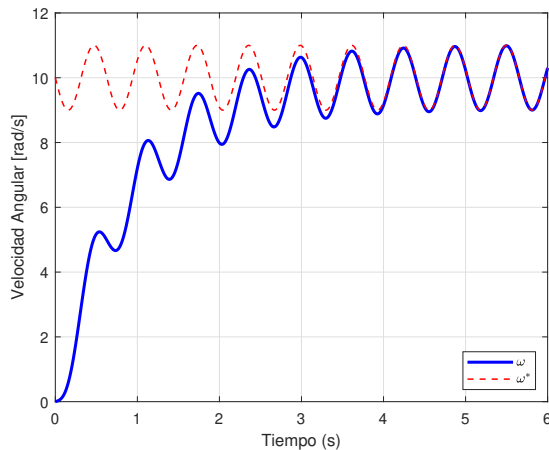


Fig. 5. Comparación Velocidad medida ω y deseada ω^*

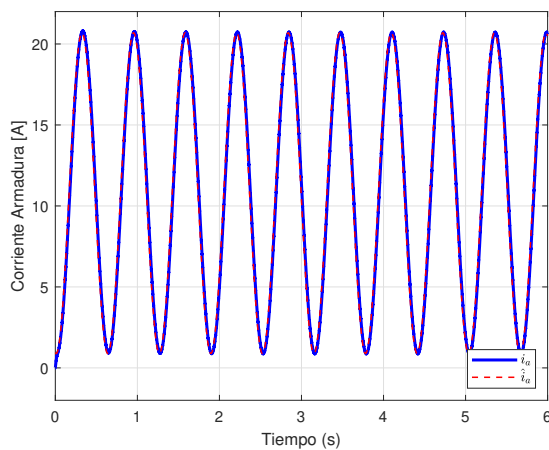


Fig. 6. Estimación de la corriente dada por \hat{i}_a

convergiendo ω a ω^* . La señal de control puede verse en la figura 4, véase que la señal ya está normalizada tomando valores entre cero y uno, de esta forma puede enviarse la señal directamente hacia el transistor que hace las conmutaciones en el circuito, de esta manera se evita el uso del modulador por ancho de pulso (PWM). En la figura 3 y figura 6, vemos que los estimadores convergen a los estados en un tiempo finito t_r , logrando así los objetivos de control donde en el convertidor converge x_1 a x_1^* y i_a a i_a^* en un tiempo $t > t_r$.

8. CONCLUSIONES

En este estudio se logra el objetivo de control que es, el seguimiento de una señal de velocidad para el motor, donde el control del motor define la trayectoria del convertidor. Aunque el controlador ya está registrado previamente en la literatura, el análisis para obtener las condiciones para la existencia de modos deslizantes es algo propio de este trabajo. Por otra parte, basándonos en diferenciadores por modos deslizantes pudimos proponer estimadores relativamente sencillos para poder estimar la corriente a través de la inductancia del convertidor y la inductancia de la armadura del motor, ya que dichas corrientes se necesitan como retroalimentación en el controlador propuesto. Para aplicaciones prácticas

se desarrollaría la programación pertinente de los observadores, y se retroalimentarían dentro del mismo entorno donde es desarrollado el controlador, donde también entrarían las señales físicas de los sensores. Las simulaciones numéricas ilustran los resultados teóricos mostrando un buen rendimiento de la estructura de control propuesta.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero a la Universidad Autónoma de Baja California beneficiados por la convocatoria interna de proyectos de investigación 2024-2025.

REFERENCIAS

- Ardhenta, L. and Subroto, R.K. (2020). Feedback control for buck converter-dc motor using observer. In *2020 12th International Conference on Electrical Engineering (ICEENG)*, 30–33. IEEE.
- Guldemir, H. et al. (2011). Study of sliding mode control of dc-dc buck converter. *Energy and power Engineering*, 3(04), 401–406.
- Hoyos, F.E., Candelo-Becerra, J.E., and Hoyos Velasco, C.I. (2020). Application of zero average dynamics and fixed point induction control techniques to control the speed of a dc motor with a buck converter. *Applied Sciences*, 10(5), 1807.
- Krstic, M., Kokotovic, P.V., and Kanellakopoulos, I. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley & Sons, Inc.
- Levant, A. (1998). Robust exact differentiation via sliding mode technique. *automatica*, 34(3), 379–384.
- Liou, W.R., Yeh, M.L., and Kuo, Y.L. (2008). A high efficiency dual-mode buck converter ic for portable applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(2), 667–677.
- Roy, T., Paul, L., Sarkar, M., Pervej, M., and Tumpa, F. (2017). Adaptive controller design for speed control of dc motors driven by a dc-dc buck converter. In *2017 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE)*, 100–105. IEEE.
- Salih, M.M., Al-Araji, A.S., and Jeiad, H.A. (2020). Modeling and analysis of dc-dc buck converter for mobile applications. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 9(4), 1088–1093.
- Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., Levant, A., et al. (2014). *Sliding mode control and observation*, volume 10. Springer.
- Silva-Ortigoza, R., Hernández-Guzmán, V.M., Antonio-Cruz, M., and Muñoz-Carrillo, D. (2014). Dc/dc buck power converter as a smooth starter for a dc motor based on a hierarchical control. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(2), 1076–1084.
- Sira-Ramirez, H., Escobar, G., and Ortega, R. (1996). On passivity-based sliding mode control of switched dc-to-dc power converters. In *IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, 2525–2526. INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS INC (IEE).
- Utkin, V., Guldner, J., and Shi, J. (2017). *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. CRC press.
- Xiao, J., Peterchev, A., Zhang, J., and Sanders, S. (2004). An ultra-low-power digitally-controlled buck converter ic for cellular phone applications. In *Nineteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC'04.*, volume 1, 383–391. IEEE.