

Integral Sliding Mode Control for an n-DOF Robot Manipulator with Disturbance Estimator

Víctor Manuel Valenzuela Hanon * Raúl Rascón Carmona *

Eduardo Javier Moreno Valenzuela **

Ernesto Rios Valenzuela * Ivonne Gabriela Zepeda Valencia *

Luis Omar Moreno Ahedo *

** Facultad de Ingeniería Mexicali, Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Benito Juárez sin número, Mexicali, C.P. 21280, Baja California, México,*

*** Instituto Politécnico Nacional CITEDI, México, Av. Instituto Politécnico Nacional número 1310, Tijuana, C.P. 22435, Baja California, México, (e-mail: moreno@citedi.mx)*

Resumen. The following work addresses the trajectory tracking problem for robotic manipulators. A sliding mode-based controller is designed for an n-degree-of-freedom robotic manipulator to achieve trajectory tracking control. Conventional Sliding Mode Control involves a reaching phase, which is the time the system takes to reach the sliding surface; during this stage, the system is vulnerable to parametric uncertainties and external disturbances. The employed sliding mode technique is called Integral Sliding Mode control and allows the system to skip the reaching phase, thus making the system invulnerable to disturbances from the beginning. Additionally, a simple, easy-to-implement disturbance estimator is designed in order to smooth out the control signal. Numerical simulations of the controller implemented for a 2 DOF robotic manipulator support the performance of the proposed controller.

Keywords: Mechatronics, Robotics, Integral Sliding Mode Control, Disturbance Estimator, Trajectory Tracking

1. INTRODUCCIÓN

Resolver el problema de seguimiento de trayectoria para robots manipuladores es una tarea compleja, puesto que este tipo de sistemas suelen estar expuestos a dinámicas no modeladas y a perturbaciones externas, Sahu et al. (2022), Green and Sasiadek (2004), Vissoli and Legnani (2002), por lo que es necesario el diseño de controladores capaces de superar estos problemas y cumplir el objetivo de control. Este problema ha sido abordado por distintos controladores, recientemente Mohammed et al. (2018), Truong et al. (2021), Chávez-Vázquez et al. (2023). Una técnica de control robusta empleada para sobrelevar los efectos adversos producidos por perturbaciones externas es el control por modos deslizantes Zhang and Shi (2022), Azeel et al. (2023). Este tipo de controladores es particularmente conocido por su eficiente capacidad de respuesta y estabilidad; sin embargo, la introducción del término discontinuo origina el fenómeno de chattering, el cual provoca desgaste en las partes mecánicas del sistema Utkin and Lee (2006).

Existen en la literatura distintas variantes del control por modos deslizantes como las exploradas en Hu et al. (2025), Alizadeh et al. (2024). Una alternativa es el control por modos deslizantes integral, el cual logra que las trayectorias eviten la etapa de alcanzabilidad, que es cuando el sistema en lazo cerrado es vulnerable ante incertidumbre

paramétrica y perturbaciones externas, Manzanilla et al. (2021), Afifa et al. (2023).

Los controladores basados en modos deslizantes emplean un término discontinuo que produce una señal de control de alta frecuencia, lo que produce el fenómeno de chattering Utkin and Lee (2006), esto ha sido abordado por medio de estimadores de la perturbación en Tuyen et al. (2025). También existe en la literatura el uso de filtros para reducir el chattering en Tseng and Chen (2010).

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: en la segunda parte se detalla el objetivo del controlador propuesto y el problema que se busca resolver, la tercera parte describe el modelo general utilizado para el diseño del controlador, de igual forma define el error y su dinámica. En la cuarta parte se realiza el diseño del controlador. La quinta parte desarrolla el estimador de la perturbación a través del filtro pasa bajas. Los resultados de la simulación numérica del controlador en un robot de dos grados de libertad se presenta en la sexta parte y en la séptima parte se concluyen los resultados del desempeño del controlador.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se propone el diseño de un controlador basado en modos deslizantes para resolver el problema de seguimiento de trayectoria en robots manipuladores de n grados de libertad.

El diseño propuesto es una variante del control por modos deslizantes convencional conocida como modos deslizantes integral, que es capaz de evitar la fase de alcanzabilidad, que es la fase donde el sistema es vulnerable a perturbaciones externas e incertidumbre paramétrica. Este tipo de controladores posee una desventaja causada por el uso de la acción de control discontinua. Para reducir el problema se propone el diseño de un estimador de la perturbación mediante un filtro que ayude a reducir la amplitud de la componente discontinua del controlador, reduciendo las inconveniencias que esto puede provocar en sistemas mecánicos.

3. MODELO DINÁMICO

El modelo dinámico del robot manipulador considerado para este trabajo está basado en el modelo planteado en el capítulo 3 de Kelly and Santibáñez (2003). Incluyendo fricción viscosa y un término que involucra perturbaciones e incertidumbre en los parámetros, el modelo está descrito por:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_v\dot{q} = \tau + \omega(q, t) \quad (1)$$

donde:

- $q \in \mathbb{R}^n$: vector de posiciones articulares,
- $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$: matriz de inercia simétrica definida positiva,
- $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$: matriz de Coriolis y centrífuga,
- $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$: vector de gravedad,
- $F_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$: matriz diagonal definida positiva de fricción viscosa,
- $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$: vector de torques de control.
- $\omega(q, t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$: vector de incertidumbre paramétrica y perturbaciones externas.

Aunque la ecuación de movimiento (1) es altamente no lineal, es posible mostrar que exhibe varias propiedades fundamentales que se explotan para facilitar el diseño de sistemas de control.

Propiedad 1 Kelly and Santibáñez (2003); Spong and Vidyasagar (2008): El modelo del robot (1) satisface las siguientes propiedades.

M1 Para un robot con sólo uniones rotacionales, $M(q)$ y $g(q)$ están acotadas para todo $q \in \mathbb{R}^n$. Además, considere que $x_d(t) \in \mathbb{R}^n$ es una señal conocida tal que $\|x_d(t)\| \leq k_b$, donde k_b es una constante positiva que representa la cota superior de la señal $\|x_d(t)\|$. Entonces, $C(q, x_d(t))$ es una matriz acotada para todo $q \in \mathbb{R}^n$.

M2 La matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis satisface

$$C(q, x)y = C(q, y)x \quad y \quad C(q, x+y) = C(q, x) + C(q, y),$$

para todo $q, x, y \in \mathbb{R}^n$.

M3 La matriz de inercia $M(q)$ es definida positiva.

M4 Suponiendo que $C(q, \dot{q})$ se calcula con los símbolos de Christoffel de primera especie, la matriz

$$\frac{1}{2}\dot{M}(q) - C(q, \dot{q})$$

es antisimétrica. Además,

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T.$$

3.1 Propuesta general del controlador

Se propone τ de la siguiente manera:

$$\tau = \underbrace{M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_v\dot{q}}_{\text{Compensación}} + \underbrace{u}_{\text{Control}} \quad (2)$$

Sean $q_d(t)$, $\dot{q}_d(t)$ y $\ddot{q}_d(t)$ la trayectoria deseada y sus derivadas. Definimos el error:

$$e = q_d - q, \quad \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}. \quad (3)$$

A partir de lo cual se define la dinámica del sistema en función del error

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= \ddot{q}_d - \ddot{q} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ \ddot{q}_d - M^{-1}(q)[\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) - F_v\dot{q} + \omega(q, t)] \end{bmatrix} \quad (5)$$

Se introduce el control de (2) en el sistema (5) y se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -M^{-1}(q)(u + \omega(q, t)) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

El control propuesto tiene la forma:

$$u = M(q)(u_1 + u_2). \quad (7)$$

Entonces:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -u_1 - u_2 - M^{-1}(q)\omega(q, t) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

4. DISEÑO DEL CONTROL

Se introduce la variable auxiliar $z \in \mathbb{R}^n$ y se define la superficie deslizante auxiliar.

$$\begin{aligned} s &= \sigma - z \\ \dot{z} &= -u_2 \end{aligned} \quad (9)$$

La superficie deslizante se define como:

$$\sigma = e_2 + \Lambda e_1 \quad (10)$$

donde $\Lambda \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es una matriz diagonal con elementos positivos. Se deriva la superficie deslizante:

$$\dot{\sigma} = \dot{e}_2 + \Lambda \dot{e}_1 \quad (11)$$

por lo tanto:

$$\dot{\sigma} = -u_1 - u_2 - M^{-1}(q)\omega(q, t) + \Lambda \dot{e}_1 \quad (12)$$

4.1 Diseño de u_1

Se obtiene la derivada de la superficie deslizante auxiliar:

$$\dot{s} = \dot{\sigma} - \dot{z} \quad (13)$$

Considerando la ecuación (12) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -u_1 - u_2 - \underbrace{M^{-1}\omega(\cdot)}_{\varphi(q, \dot{q}, t)} + \Lambda e_2 + u_2 \\ &= -u_1 + \varphi(\cdot). \end{aligned} \quad (14)$$

Por consiguiente se diseña el control u_1 de la siguiente forma

$$\rho\gamma(s), \quad \rho \in \mathbb{R}^n \quad \rho > 0. \quad (15)$$

Siempre que se cumpla

$$\lambda_{min}\rho = \|\varphi(\cdot)\| \leq M \quad (16)$$

donde γ es un vector de funciones signo.

$$\gamma = \begin{bmatrix} \text{sign}(s_1) \\ \text{sign}(s_2) \\ \vdots \\ \text{sign}(s_n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

4.2 Diseño de u_2

Se introduce el control u_1 en la dinámica de la superficie deslizante σ y la variable deslizante auxiliar s

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= \varphi(\cdot) - u_1 - u_2 \\ \dot{s} &= \varphi(\cdot) - u_1.\end{aligned}\quad (18)$$

Cuando el sistema se encuentra en $s = 0$, considerando condiciones iniciales

$$\begin{aligned}0 &= s(0) = \sigma(0) - z(0) \Rightarrow \sigma(0) \\ z(0) &= e_2(0) + \Lambda e_1(0) = \dot{q}_d(0) - \dot{q}(0) + \Lambda(q_d(0) - q(0)).\end{aligned}\quad (19)$$

En consecuencia

$$\dot{s} = \varphi(\cdot) - u_{1eq} = 0 \quad u_{1eq} = \varphi(\cdot) \quad (20)$$

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= \varphi(\cdot) - u_{1eq} - u_2 \\ \dot{\sigma} &= -u_2\end{aligned}\quad (21)$$

Se propone entonces

$$u_2 = k\sigma, \quad k > 0. \quad (22)$$

Lo que define la tasa de decaimiento exponencial hacia cero. Considerando la condición inicial $s(0) = 0$, se observa que se logra evitar la etapa de alcanzabilidad, por lo que las trayectorias comienzan sobre la superficie deslizante auxiliar en $s = 0$

$$\begin{aligned}s(0) &= \sigma(0) - z(0) = 0 \Rightarrow z(0) = \sigma(0) \\ z(0) &= e_2(0) + \Lambda e_1(0) = \dot{q}_d(0) - \dot{q}(0) + \Lambda(q_d(0) - q(0))\end{aligned}\quad (23)$$

5. ESTIMADOR DE LA PERTURBACIÓN

La condición establecida en (16) pudiese generar en la señal de control τ altas frecuencias dadas por la amplitud de ρ , la ganancia del término discontinuo, provocando oscilaciones mecánicas no deseadas en los estados del sistema. Con el propósito de reducir la ganancia ρ , se propone un estimador a partir del control equivalente de acuerdo a lo estudiado en Levant (1998). Retomando la ecuación (14) cuando $s = 0$ $\dot{s} = 0$

$$\dot{s} = \varphi(\cdot) - u_{1eq} \Rightarrow \varphi(\cdot) = u_{1eq} \quad t \geq t_r. \quad (24)$$

Donde t_r es el tiempo que le toma al sistema alcanzar la superficie deslizante s y puesto que el controlador diseñado evita la fase de alcanzabilidad, entonces $t_r = 0$, la perturbación puede ser estimada desde el inicio. Se implementa el siguiente filtro pasa bajas de primer orden para estimar el término de la perturbación.

$$T\dot{\hat{u}}_{1eq} = -\hat{u}_{1eq} + \rho \text{sign}(s). \quad (25)$$

Donde $T \in \mathbb{R}$ es el periodo del filtro. Finalmente se obtiene:

$$\varphi(\cdot) \approx \hat{\varphi}(\cdot) = \hat{u}_{eq}. \quad (26)$$

Se introduce en el control u_1 de la siguiente manera

$$u_1 = \rho \text{sign}(s) + \hat{\varphi}(\cdot) \quad (27)$$

El nuevo control u_1 de (27) permite reducir la amplitud del término discontinuo.

6. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para la simulación se consideró el brazo manipulador de 2 grados de libertad de la figura ??

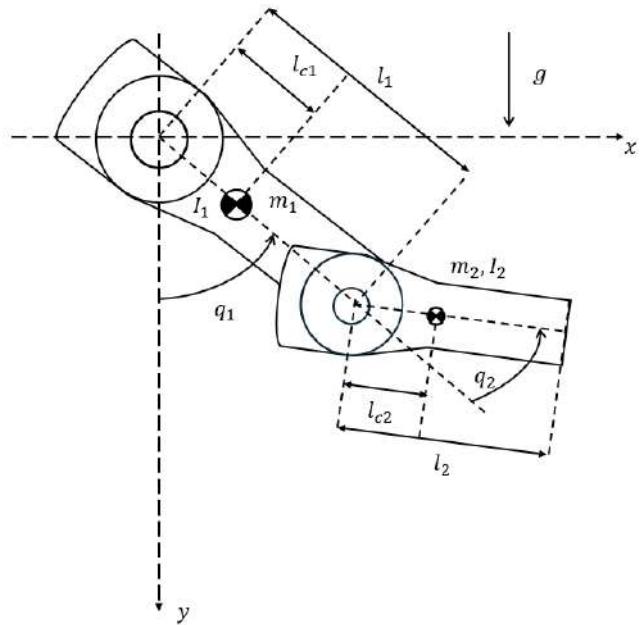


Figura 1. Robot de 2 GDL

Los parámetros utilizados para el robot y para el control se muestran en las tablas a continuación: Los parámetros de

Tabla 1. Parámetros de simulación

Parámetro	Valor	Unidades
l_1	4	kg
l_2	3.5	kg
m_1	0.48	m
m_2	0.34	m
l_{c1}	0.22	m
l_{c2}	0.17	m
I_1	0.5	$kg \cdot m^2$
I_2	0.5	$kg \cdot m^2$
g	9.81	m/s^2

la tabla 1 corresponden a los parámetros del robot SCARA que se muestra en la figura (2)



Figura 2. Robot SCARA

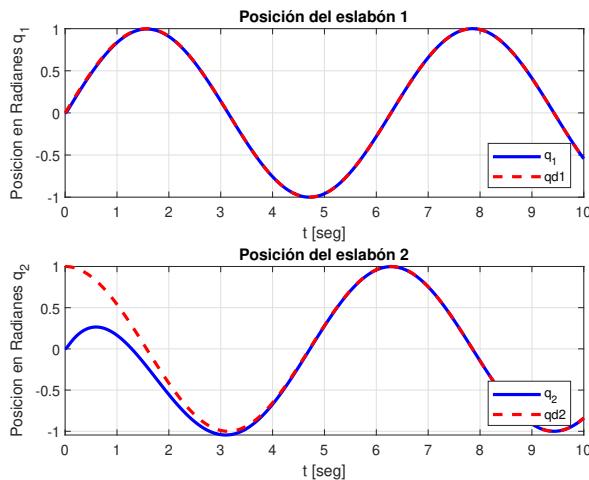


Figura 3. Seguimiento de trayectoria

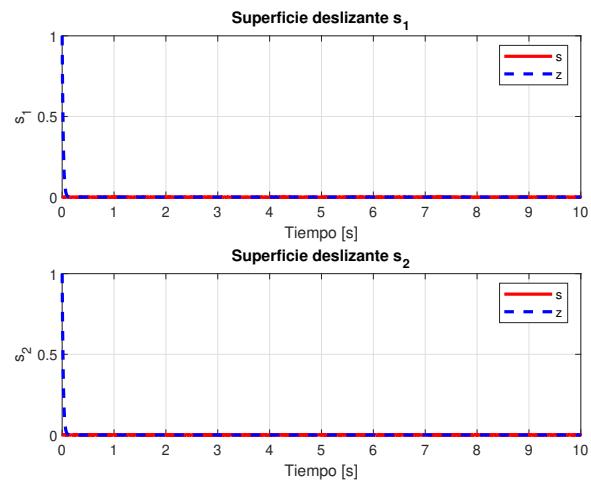


Figura 5. Superficies deslizantes de ambos eslabones del control por modos deslizantes integral

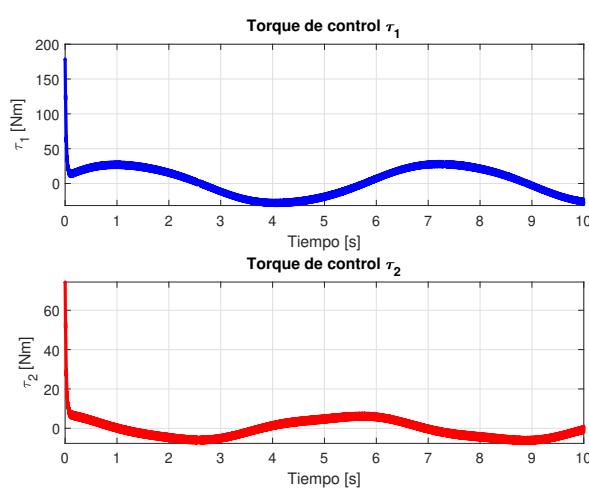


Figura 4. Torque de control

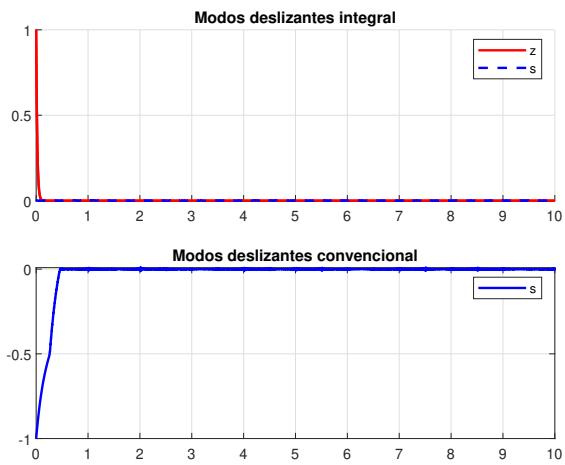


Figura 6. Comparación de superficies deslizantes del primer eslabón

Tabla 2. Ganancias del controlador

Parámetro	Valor
Λ	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
k	$\begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$
ρ	$\begin{bmatrix} 1,1 & 0 \\ 0 & 1,1 \end{bmatrix}$

Tabla 3. Trayectorias deseadas

Parámetro	Valor	Unidades
q_{d1}	$\sin(t)$	rad
\dot{q}_{d1}	$\cos(t)$	rad/s
q_{d2}	$\cos(t)$	rad
\dot{q}_{d2}	$-\sin(t)$	rad/s

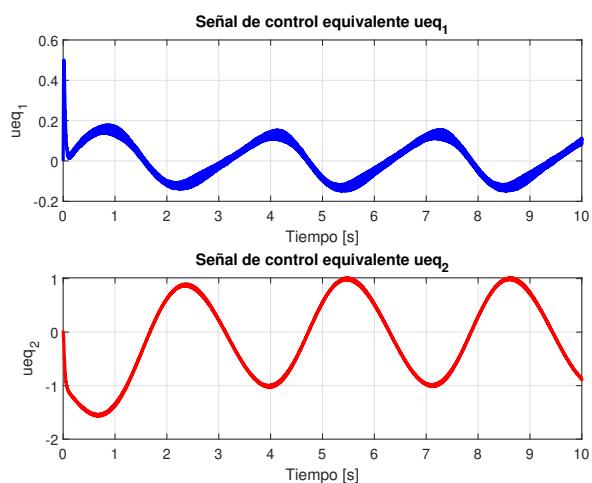


Figura 7. Control equivalente

En la figura 3 se observa el seguimiento de trayectoria de la posición de ambos eslabones del robot, donde es posible apreciar que el eslabón 1 sigue la trayectoria prácticamente desde el inicio, mientras que al segundo eslabón le toma más tiempo alcanzar la trayectoria deseada. El torque de control en la figura 4 se mantiene uniforme durante la simulación.

La superficie deslizante s y la superficie deslizante auxiliar z se muestran en la figura 5, donde se observa que la superficie deslizante s comienza en 0, a diferencia del control por modos deslizantes convencional. En la figura 6 se muestra la comparación de las superficies deslizantes del primer eslabón en un control por modos deslizantes convencional y un control por modos deslizantes integral, donde se aprecia que el modos deslizantes integral evita por completo la etapa de alcanzabilidad.

7. CONCLUSIÓN

En este trabajo se logra el diseño de un controlador basado en la técnica de modos deslizantes integral para cumplir con el objetivo de seguimiento de trayectoria en una clase de sistemas electromecánicos, se muestra el buen desempeño del controlador en las simulaciones numéricas, donde también es posible observar una de las características esenciales del control por modos deslizantes integral y que lo distingue de un control por modos deslizantes convencional: evitar la etapa de alcanzabilidad comenzando la superficie deslizante en 0, lo que permite que el sistema sea insensible a perturbaciones. Además, la propuesta de incluir un estimador de perturbaciones mediante un filtro pasa bajas de primer orden se muestra como una estrategia efectiva para reducir la amplitud del término discontinuo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero a la Universidad Autónoma de Baja California beneficiados por la convocatoria interna de proyectos de investigación 2024-2025.

REFERENCIAS

- Afifia, R., Ali, S., Pervaiz, M., and Iqbal, J. (2023). Adaptive backstepping integral sliding mode control of a mimo separately excited dc motor. *Robotics*, 12(4), 105.
- Alizadeh, M., Samaei, M.H., Vahid Estakhri, M., Momeni, H., and Beheshti, M.T. (2024). Robust trajectory tracking of a 3-dof robotic arm using a super-twisting fast finite time non-singular terminal sliding mode control in the presence of perturbations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 238(7), 1285–1295.
- Azeez, M.I., Abdelhaleem, A., Elnaggar, S., Moustafa, K.A., and Atia, K.R. (2023). Optimized sliding mode controller for trajectory tracking of flexible joints three-link manipulator with noise in input and output. *Scientific reports*, 13(1), 12518.
- Chávez-Vázquez, S., Lavín-Delgado, J.E., Gómez-Aguilar, J.F., Razo-Hernández, J.R., Etemad, S., and Rezapour, S. (2023). Trajectory tracking of stanford robot manipulator by fractional-order sliding mode control. *Applied Mathematical Modelling*, 120, 436–462.
- Green, A. and Sasiadek, J.Z. (2004). Dynamics and trajectory tracking control of a two-link robot manipulator. *Journal of Vibration and Control*, 10(10), 1415–1440.
- Hu, S., Wan, Y., and Liang, X. (2025). Adaptive non-singular fast terminal sliding mode trajectory tracking control for robotic manipulators with model feedforward compensation. *Nonlinear Dynamics*, 113(13), 16893–16911.
- Kelly, R. and Santibáñez, V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Automática robótica. Pearson Educación.
- Levant, A. (1998). Robust exact differentiation via sliding mode technique. *automatica*, 34(3), 379–384.
- Manzanilla, A., Ibarra, E., Salazar, S., Zamora, Á.E., Lozano, R., and Munoz, F. (2021). Super-twisting integral sliding mode control for trajectory tracking of an unmanned underwater vehicle. *Ocean Engineering*, 234, 109164.
- Mohammed, R.H., Elnaghi, B.E., Bendary, F.A., and Elserfi, K. (2018). Trajectory tracking control and robustness analysis of a robotic manipulator using advanced control techniques. *Int. J. Eng. Manuf.(IJEM)*, 8(6), 42–54.
- Sahu, V.S.D.M., Samal, P., and Panigrahi, C.K. (2022). Modelling, and control techniques of robotic manipulators: A review. *Materials Today: Proceedings*, 56, 2758–2766.
- Spong, M.W. and Vidyasagar, M. (2008). *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons.
- Truong, T.N., Vo, A.T., and Kang, H.J. (2021). A backstepping global fast terminal sliding mode control for trajectory tracking control of industrial robotic manipulators. *IEEE Access*, 9, 31921–31931.
- Tseng, M.L. and Chen, M.S. (2010). Chattering reduction of sliding mode control by low-pass filtering the control signal. *Asian Journal of control*, 12(3), 392–398.
- Tuyen, T.T., Yang, J., Liao, L., and Zhou, J. (2025). Integrated sliding mode control for permanent magnet synchronous motor drives based on second-order disturbance observer and low-pass filter. *Electronics* (2079-9292), 14(7).
- Utkin, V. and Lee, H. (2006). Chattering problem in sliding mode control systems. In *International Workshop on Variable Structure Systems, 2006. VSS'06.*, 346–350. IEEE.
- Visioli, A. and Legnani, G. (2002). On the trajectory tracking control of industrial scara robot manipulators. *IEEE transactions on industrial electronics*, 49(1), 224–232.
- Zhang, X. and Shi, R. (2022). Novel fast fixed-time sliding mode trajectory tracking control for manipulator. *Chaos, Solitons & Fractals*, 162, 112469.