

## A New PI Controller Scheme for a Class D Parallel Resonant Converter

Agustín Sánchez-Contreras \* Víctor Cárdenas \*\*  
 Gerardo Espinosa-Pérez \*

\* Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de  
 Ingeniería-UNAM 04510 Ciudad de México, México. gerardoe@unam.mx

\*\* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Departamento de  
 Ingeniería-UNAM, México. vcardena@uaslp.mx

### **Abstract:**

In this paper, the modeling problem and the structural analysis from a control perspective of a Class D Parallel Resonant Converter are addressed. It is shown that the model of the converter can be written as a Port-Controlled Hamiltonian system. In addition, from the structural analysis of this model, it is formally proved that the control input of the device is given by the overlap of the two duty cycles that control the two switches included in the device. To illustrate the validity of this assertion, a classical PI controller is numerically implemented showing that manipulation of this variable leads to the achievement of a control objective.

**Keywords:** Power converter, Resonant converter, Dynamic system modeling, Control model system.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los retos actuales en la electrónica de potencia, aunado al actual desarrollo de la tecnología de los semiconductores y materiales, demandan una alta densidad de potencia y rendimiento en los convertidores de potencia, debido a que se busca una gestión adecuada y eficiente de la energía, no solo para las aplicaciones de generación sino en el procesamiento y consumo de energía. En consecuencia, existe una tendencia a incrementar la frecuencia de conmutación para reducir el tamaño y peso de los componentes pasivos (inductores y condensadores), sin comprometer el rendimiento del sistema (Tarzamni et al., 2023b).

Sin embargo, las topologías que actualmente gobiernan la mayoría de las aplicaciones son las topologías PWM (Pulse Width Modulation), clasificadas así por el control de sus interruptores a través de una señal modulada por ancho de pulso y que operan a frecuencias del orden de los kHz. Estas topologías presentan pérdidas de potencia significativamente altas al tratar de incrementar su frecuencia debido a que usualmente operan en conmutación dura (Tarzamni et al., 2023a). Una de las alternativas es considerar a las topologías Cuasi-resonantes y Resonantes (Liu et al., 1987) (Guan et al., 2021), que se caracterizan por operar en conmutación suave, en corriente o voltaje, a frecuencias del orden de hasta los MHz, lo cual permite

reducir significativamente el tamaño de los elementos pasivos, incrementando la densidad de potencia y presentando una alta eficiencia (Akhlaghi and Farzanehfard, 2020) (Bughneda et al., 2022).

Esta característica se logra a través de implementar un tanque resonante alimentado por una red de conmutación que induce una dinámica resonante en el sistema, fenómeno que permite una transferencia óptima de la energía y una ganancia inherente en voltaje o corriente. Desafortunadamente, desde la perspectiva del control estas configuraciones resultan con mayor complejidad en comparación a las topologías PWM de conmutación dura, ya que los modelos tradicionales de promediación de estados no logran capturar de forma adecuada la dinámica resonante del sistema (Xu and Lee, 1998), limitando su rango de operación y las técnicas de control que se puedan implementar. El escenario descrito implica un reto en el modelado y análisis de estos sistemas.

Por otro lado, la perspectiva del control basado en modelo interconectado (Lagrangiano o Hamiltoniano), ha mostrado ser útil para abordar el estudio de convertidores cuasi-resonantes (Sánchez-Contreras et al., 2024) tanto desde el punto de vista de modelado como de control. El atractivo de este enfoque para este tipo de sistemas radica en que es posible aprovechar las nociones de energía inherentes en el sistema, proporcionando herramientas formales para el análisis de estabilidad y dotando de una interpretación física a los algoritmos de control.

<sup>1</sup> \*Parte del trabajo del primer y tercer autores ha sido apoyado por DGAPA-UNAM IN118125.

En este trabajo, se aborda desde una perspectiva de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto (PCH, por sus siglas en inglés) el problema de modelado para el caso de estudio dado por un convertidor resonante paralelo clase D, propuesto en (Rodríguez Benítez et al., 2021) para aplicaciones en sistemas fotovoltaicos.

El convertidor bajo estudio se muestra en la Figura 1, donde se observa que se trata de un convertidor alimentado en corriente por medio de dos fuentes establecidas por los inductores  $L_1$  y  $L_2$ , estableciendo una topología de medio puente. En este caso, el circuito resonante está compuesto por los elementos  $L_R$  y  $C_R$  y se alimenta a un circuito rectificador.

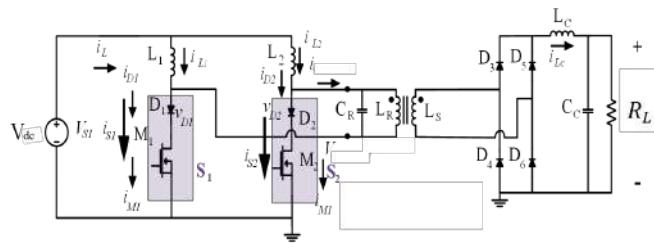


Fig. 1. Caso de estudio convertidor CD-CD resonante clase D paralelo.

En el contexto del convertidor que se estudia, es conveniente mencionar que, hasta donde tienen conocimiento los autores, no se ha reportado un modelo dinámico para el mismo. Los estudios actuales se concentran en la caracterización de parámetros estáticos para su diseño (Ponce-Silva et al., 2010).

Las principales contribuciones que se presentan en este documento son:

- Desde una perspectiva de los sistemas PCH, se obtiene un modelo dinámico de orden completo continuo. Se muestra que este modelo posee propiedades estructurales que son útiles para proponer esquemas de control.
- A partir del análisis estructural del modelo propuesto, se identifican las variables que actúan como entradas de control para el mismo. Se demuestra de una manera formal, en un contexto matemático, que la manipulación de estas entradas permite alcanzar los objetivos de control.
- Se ilustra la utilidad del análisis realizado implementando un esquema de control clásico, del tipo Proporcional-Integral (PI), para resolver el problema de regulación de voltaje de salida y evaluar la robustez ante variaciones de carga. Esta validación se realiza en un contexto numérico.

Como consecuencia de los resultados presentados, es posible concluir que se sientan las bases necesarias para implementar algoritmos de control basados en modelo.

La estructura del documento se presenta de la siguiente forma: la Sección 2 muestra la operación y el modelo propuesto, mientras que en la Sección 3 se presenta el

análisis formal por medio del cual se identifica la entrada de control. En la Sección 4 se presenta la implementación de la estrategia de control PI y la simulación numérica correspondiente, para finalizar con las conclusiones del trabajo en la Sección 5.

## 2. OPERACIÓN Y MODELO DEL SISTEMA

Para fines de análisis y modelado, el convertidor se representa a través de un circuito equivalente mostrado en la Figura 2, donde la parte de rectificado y filtrado se reemplaza por una resistencia equivalente  $R_{eq}$ . Esto permite estudiar la parte de interés del circuito al considerar únicamente la dinámica de la red de conmutación y el tanque resonante.

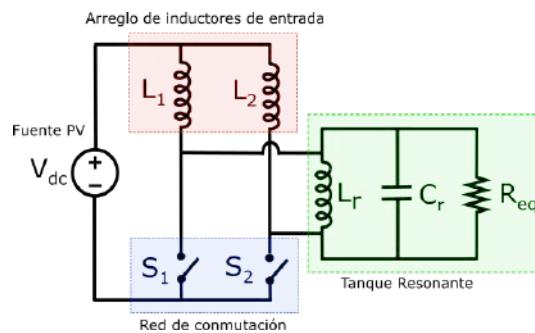


Fig. 2. Circuito equivalente.

Si en la figura anterior se considera que un interruptor está abierto cuando su variable asociada es  $S_i = 0$ ,  $i = 1, 2$ , y que está cerrado cuando su variable asociada es  $S_i = 1$ ,  $i = 1, 2$ , la dinámica del sistema se puede caracterizar a través de tres modos de operación del convertidor, definidos por los estados de los interruptores ( $S_1 = 0, S_2 = 1$ ), ( $S_1 = 1, S_2 = 0$ ) y ( $S_1 = 1, S_2 = 1$ ). Note que el estado de operación ( $S_1 = 0, S_2 = 0$ ) no es permitido debido a que el diseño del circuito impone la necesidad de trabajar siempre en modo de conducción para evitar que los inductores  $L_1$  y  $L_2$  entren simultáneamente en estado de descarga, evitando picos altos de tensión en los inductores.

### Modo 1. $S_1 = 1, S_2 = 0$ .

El inductor  $L_1$  se desacopla del tanque resonante quedando en paralelo a la fuente de DC por lo que se carga de manera lineal. Por otra parte el inductor  $L_2$  se acopla al tanque resonante, mientras se descarga.

### Modo 2. $S_1 = 0, S_2 = 1$ .

El inductor  $L_2$  se carga de forma lineal y  $L_1$  se acopla al tanque resonante. En este caso la corriente de entrada al tanque toma el sentido contrario respecto a la corriente  $i_r$  del Modo 1, lo que implica que se obtiene una señal simétrica negativa respecto al Modo 1.

**Modo 3.**  $S_1 = 1, S_2 = 1$ . Ambos inductores quedan en paralelo respecto a la fuente, garantizando corriente constante en el tanque resonante.

**Observación 1.** En el Modo 3 las dos señales de control están encendidas, es decir, existe un traslape entre ambos ciclos de trabajo en los interruptores. Esta condición es fundamental para el cumplimiento de un determinado objetivo de control y se formalizará en la Sección 3.

## 2.1 Modelo conmutado

Para obtener un modelo dinámico del convertidor, es posible obtener las ecuaciones de equilibrio aplicando las leyes de Kirchhoff para el circuito resultante de cada modo de operación. Una vez hecho esto, es posible conjuntar las diferentes ecuaciones para obtener el modelo dado por:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{d}{dt} i_1 + \alpha_1 v_r &= V_{dc} \\ L_2 \frac{d}{dt} i_2 - \alpha_2 v_r &= V_{dc} \\ C_r \frac{d}{dt} v_r + \frac{1}{R_{eq}} v_r + i_r - \alpha_1 i_1 + \alpha_2 i_2 &= 0 \quad (1) \\ L_r \frac{d}{dt} i_r - v_r &= 0 \end{aligned}$$

donde  $\alpha_1 = S_1 - 1$  y  $\alpha_2 = S_2 - 1$  son funciones discretas con valores  $\{0, 1\}$  que describen los estados de los interruptores  $S_1$  y  $S_2$ .

Expresando (1) en términos de variables de carga  $q = C_r v_r$  y flujo magnético  $\lambda_m = L_m i_m$ ,  $m = 1, 2, r$ , se obtiene que:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\alpha_1 \frac{q}{C_r} + V_{dc} \\ \dot{\lambda}_2 &= \alpha_2 \frac{q}{C_r} + V_{dc} \\ \dot{q} &= -\frac{1}{R_{eq}} \frac{q}{C_r} - \alpha_2 \frac{\lambda_2}{L_2} + \alpha_1 \frac{\lambda_1}{L_1} - \frac{\lambda_r}{L_r} \quad (2) \\ \dot{\lambda}_r &= \frac{q}{C_r} \end{aligned}$$

A partir de la expresión anterior es posible obtener el modelo PCH, el cual es útil para proponer esquemas de control basados en aprovechar la estructura natural del sistema y la energía que procesa, así el modelo del convertidor toma la forma:

$$\dot{x} = (J(\alpha_2, \alpha_1) - R) Qx + GV_{dc} \quad (3)$$

donde  $x = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ q \ \lambda_r]^\top$ ,

$$J(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & 0 \\ \alpha_1 & -\alpha_2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_{eq}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

con  $Q = \text{diag} [L_1^{-1}, L_2^{-1}, C_r^{-1}, L_r^{-1}]$  y  $G = [1 \ 1 \ 0 \ 0]^\top$ .

De la estructura del modelo (3) es posible identificar que  $J(\alpha_1, \alpha_2)$  es la matriz antisimétrica de interconexión,  $R \geq 0$  es la matriz simétrica de disipación y que la función Hamiltoniana de almacenamiento de energía está dada por:

$$H(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x$$

y además la matriz  $J(\alpha_2, \alpha_1)$  puede ser escrita como:

$$J(\alpha_2, \alpha_1) = J_0 + J_1 \alpha_1 + J_2 \alpha_2$$

donde

$$J_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

por lo que el modelo (3) puede ser re-escrito de manera equivalente como:

$$\dot{x} = (J_0 - R) Qx + J_1 Qx \alpha_1 + J_2 Qx \alpha_2 + GV_{dc} \quad (5)$$

## 2.2 Aproximación continua.

Aunque el modelo desarrollado exhibe una estructura PCH, debe notarse que se trata de un conjunto de ecuaciones diferenciales con el lado derecho discontinuo, debido a la naturaleza discreta de las señales  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . En esta sección, se propone una metodología para aproximar estas ecuaciones por un conjunto de ecuaciones con el lado derecho continuo al expandir en su equivalente serie de Fourier compleja a las señales de control.

Considerando que las señales de entrada  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ), poseen una forma como la descrita en la Figura 3.

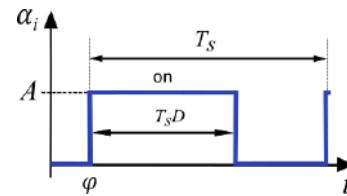


Fig. 3. Señal discreta de entrada.

Cada señal de control puede escribirse como:

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} A & \text{si } \varphi \leq t \leq \varphi + T_s D \\ 0 & \text{si } \varphi + T_s D < t < \varphi + T_s \end{cases} \quad (6)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\varphi \geq 0$  es un retraso temporal de la señal,  $D$  el ciclo de trabajo y  $T_s = 1/f_{sw}$  es el período de conmutación.

Así, para el análisis continuo de las señales  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , se considera la expansión en serie de Fourier compleja dada por:

$$\alpha_i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t} \quad (7)$$

con  $\omega_s = 2\pi f_{sw}$  y coeficientes

$$C_n = \frac{1}{T_s} \int_{T_s} \alpha_i(t) e^{-jn\omega_s t} dt \quad (8)$$

Evaluando (6) en (8) y considerando los límites de integración de  $\varphi$  a  $\varphi + T_s$  se obtiene que:

$$C_n(D, \varphi) = \frac{A}{2j\pi n} e^{-jn\omega_s \varphi} (1 - e^{-2j\pi n D}) \quad (9)$$

Al sustituir los coeficientes (9) en (7), se obtiene finalmente:

$$\alpha_i(t) = D + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} [C_n e^{jn\omega_s t}] \quad (10)$$

donde  $D$  es el término de orden cero, el cual corresponde al ciclo de trabajo.

Adicionalmente, para garantizar que se obtengan de forma adecuada los tres modos de operación y que no se presente el modo prohibido, se consideran las siguientes características para las señales de control  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ :

- Las frecuencias de conmutación de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , coinciden con la frecuencia de resonancia del tanque  $L_r - C_r$ , esto es  $f_{sw} = 1/2\pi\sqrt{L_r C_r}$
- La amplitud de las señales se considera normalizada  $A = 1$  sin pérdida de generalidad.
- La señal  $\alpha_2$ , está desfasada  $\varphi = T_{sw}/2 = 1/(2f_{sw}) = \pi/\omega_s$ , respecto a  $\alpha_1$ , como se ilustra en la Figura 4.
- Para ambas señales, se considera la variación del ciclo de trabajo como  $D_{1,2} = 0.5 + \delta_{1,2}$ , con  $0 \leq \delta_{1,2} < \delta_{max}$ , donde  $\delta_{max} \approx 0.3$  representa el porcentaje máximo de carga lineal adicional que los inductores de entrada  $L_1$  y  $L_2$  pueden tolerar, según la operación del sistema.

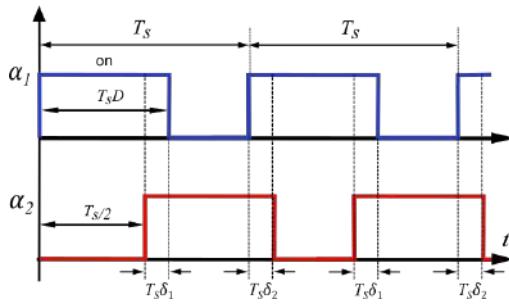


Fig. 4. Señales de entrada.

Se puede observar que bajo este esquema, si  $\delta_1 = \delta_2$ , se pueden obtener traslapes simétricos y además la complejidad se reduce al considerar un solo grado de libertad afín, lo cual facilita la implementación experimental. Considerando las características anteriores y la expresión (10), las señales  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  toman la forma:

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) &= \frac{1}{2} + \delta_1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} [C_n(D_1, 0) e^{jn\omega_s t}] \\ \alpha_2(t) &= \frac{1}{2} + \delta_1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left[ C_n(D_1, \frac{\pi}{\omega_s}) e^{jn\omega_s t} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

**Observación 2.** El traslape entre las señales de control puede ser considerado un grado de libertad para controlar al sistema. Más aún, esta situación permite realizar un

análisis exhaustivo, en el dominio del tiempo, del efecto de las señales de entrada sobre la dinámica del sistema, como se muestra en la siguiente sección.

**Observación 3.** Una característica atractiva del enfoque de aproximar las señales de control por una expresión continua, es que es posible recuperar la situación que se presenta en la implementación práctica de un esquema de control. De (10) se observa que las señales  $\alpha_i$  están determinadas por el ciclo de trabajo  $D$  y por la frecuencia  $f_{sw}$ . Esta condición es la misma que se presenta cuando se utilizan circuitos integrados para generar las señales cuadradas en una plataforma experimental.

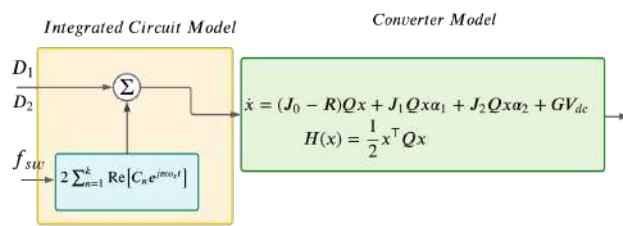


Fig. 5. Modelo propuesto.

### 3. TRASLAPE COMO GRADO DE LIBERTAD

Para demostrar que el traslape representa un grado de libertad para el control, se realiza el análisis de un balance de potencia a través del modelo propuesto. Se parte de considerar que el convertidor se encuentra en un punto de operación  $x^*$  admisible, para el cual se satisface una transferencia de potencia óptima. Dado que esta condición de operación debe satisfacer la dinámica del sistema, entonces es posible establecer que:

$$\dot{x}^* = (J_0 - R)Qx^* + J_1 Qx^*\alpha_1^* + J_2 Qx^*\alpha_2^* + GV_{dc} \quad (12)$$

donde  $\alpha_1^*$  y  $\alpha_2^*$  corresponden a los valores de las señales de control que generan el comportamiento  $x^*$ .

Considere ahora que existe una perturbación tal que la operación del convertidor sufre una desviación de la operación óptima, lo que genera una dinámica de error  $\tilde{x} = \dot{x} - \dot{x}^*$ . Considerando (5) y (12), el comportamiento dinámico de esta variable se puede escribir como:

$$\dot{\tilde{x}} = (J_0 - R)Q\tilde{x} + J_1 Q\tilde{x}\alpha_1^* + J_2 Q\tilde{x}\alpha_2^* \quad (13)$$

donde,  $\widetilde{x\alpha_i} = x\alpha_i - x^*\alpha_i^* = \tilde{x}\alpha_i + x^*\tilde{\alpha}_i$  (con  $i = 1, 2$ ) y  $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i - \alpha_i^*$

Si se supone que la energía almacenada durante la presencia de la perturbación está dada por:

$$H(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T Q \tilde{x}$$

su derivada temporal a lo largo de las trayectorias del sistema (13) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \dot{H}(\tilde{x}) + \tilde{x}^T QRQ\tilde{x} &= \tilde{x}^T Q J_1 Q (\tilde{x}\alpha_1 + x^*\tilde{\alpha}_1) \\ &\quad + \tilde{x}^T Q J_2 Q (\tilde{x}\alpha_2 + x^*\tilde{\alpha}_2) \end{aligned} \quad (14)$$

la cual, después de realizar algunas manipulaciones directas, toma la forma:

$$\dot{H}(\tilde{x}) + \tilde{x}^\top Q R Q \tilde{x} = x_{13}^\top \mathbb{J} x_{13}^* \tilde{\alpha}_1 + x_{13}^\top \mathbb{J} x_{23}^* \tilde{\alpha}_2 \quad (15)$$

donde

$$x_{13} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix}; x_{23} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \mathbb{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Note que la ecuación (15) describe el balance de potencia del sistema perturbado. Es decir, representa la diferencia que existe entre el balance de potencia óptimo y el que se presenta cuando existe la perturbación. De esta manera, si la diferencia entre las señales de control del sistema perturbado,  $\alpha_i$ , y las óptimas,  $\alpha_i^*$ , es cero, es claro que la diferencia entre los balances de potencia tiende a cero y se recupera la operación óptima.

Para identificar el mecanismo que permite recuperar la operación óptima del convertidor, es conveniente, a partir de (11), re-escribir la diferencia de señales de control como:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_1 &= \tilde{\delta}_1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left[ \widetilde{C}_n(D_1, 0) e^{jn\omega_s t} \right] \\ \tilde{\alpha}_2 &= \tilde{\delta}_2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left[ \widetilde{C}_n(D_2, \frac{\pi}{\omega_s}) e^{jn\omega_s t} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

con  $\tilde{\delta}_i = \delta_i - \delta_i^*$  y

$$\begin{aligned} \widetilde{C}_n(D_1, 0) &= C_n(D_1, 0) - C_n(D_1^*, 0) \\ \widetilde{C}_n(D_2, \frac{\pi}{\omega_s}) &= C_n(D_2, \frac{\pi}{\omega_s}) - C_n(D_2^*, \frac{\pi}{\omega_s}) \end{aligned}$$

Es posible obtener, a partir de (9) y las expresiones de  $D_1$ ,  $D_2$ , que los errores anteriores toman la forma:

$$\begin{aligned} \widetilde{C}_n(D_1, 0) &= \frac{1}{2j\pi n} e^{-2j\pi n D_1^*} \left[ 1 - e^{-2j\pi n \tilde{\delta}_1} \right] \\ \widetilde{C}_n(D_2, \frac{\pi}{\omega_s}) &= \frac{1}{2j\pi n} e^{-2j\pi n (D_2^* + \frac{\pi}{2})} \left[ 1 - e^{-2j\pi n \tilde{\delta}_2} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

Más aún, si en las expresiones anteriores los términos exponenciales dentro de los paréntesis se expanden utilizando la serie de Taylor dada por:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

y se considera que  $\tilde{\delta}_i$  está dentro de una vecindad cercana al origen, despreciando los términos de orden dos o mayores, entonces se obtiene que

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_1 &= \tilde{\delta}_1 \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} (e^{2j\pi n (f_s t - D_1^*)}) \right] = \tilde{\delta}_1 \beta_1 \\ \tilde{\alpha}_2 &= \tilde{\delta}_2 \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} (e^{2j\pi n (f_s t - D_2^*)}) \right] = \tilde{\delta}_2 \beta_2 \end{aligned} \quad (18)$$

a partir de (18), el balance de potencia (15) se re-escribe

$$\dot{H}(\tilde{x}) + \tilde{x}^\top Q R Q \tilde{x} = \beta_1 x_{13}^\top \mathbb{J} x_{13}^* \tilde{\delta}_1 + \beta_2 x_{23}^\top \mathbb{J} x_{23}^* \tilde{\delta}_2 \quad (19)$$

de donde es posible concluir que para recuperar la condición de transferencia óptima de potencia, tanto  $\tilde{\delta}_1$  como  $\tilde{\delta}_2$  deben tender a cero, lo cual sólo se logra si  $\delta_1$  y  $\delta_2$  tienden a  $\delta_1^*$  y  $\delta_2^*$ , respectivamente.

Considerando que las variables  $\delta_1$  y  $\delta_2$  definen el traslape que existe entre las dos señales cuadradas que controlan a los interruptores  $S_1$  y  $S_2$ , se formaliza el hecho de que este traslape es el grado de libertad o entrada de control con la que es posible modificar el comportamiento del convertidor bajo estudio para alcanzar un objetivo de control.

#### 4. CONTROL PI

Para ilustrar la validez del resultado anterior, se implementa un esquema de control que atiende ahora como nuevo grado de libertad el traslape definido por  $\delta_1$  y  $\delta_2$ . El esquema implementado se muestra en la Figura 6, donde el objetivo de control planteado se refiere a la regulación del voltaje  $V_{R_{load}} = V_{out}$ .

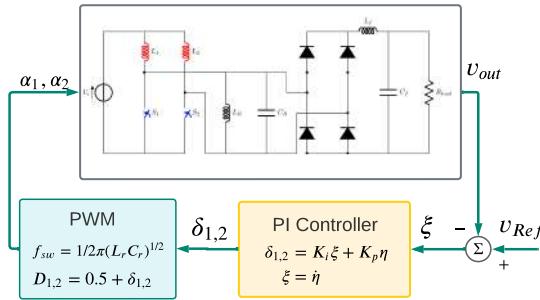


Fig. 6. Controlador PI

El esquema implementado, aborda dos escenarios:

- (1) Regulación del voltaje de salida: Considerando  $R_{load} = 20\Omega$  y una referencia inicial  $v_{Ref} = 60V$ , se introducen cambios en  $v_{Ref}$  a 75V, 65V y 55V, cada 5ms.
- (2) Robustez: A una referencia constante  $v_{Ref} = 60V$ , se introducen cambios cada 5ms en  $R_{load}$  a 45Ω, 20Ω, 30Ω y 15Ω.

La evaluación numérica se realizó bajo las siguientes condiciones:

- Se utilizó el ambiente SimScape de Matlab<sup>TM</sup>, que trabaja con señales físicas y librerías de PSPICE<sup>TM</sup>.
- Los parámetros de diseño del convertidor son  $L_1 = L_2 = 114.8\mu H$ ,  $L_r = 3.605\mu H$ ,  $C_r = 175.6nF$ ,  $R_{load} = 20\Omega$ ,  $V_{dc} = 30V$  y  $f_{sw} = 200\text{ kHz}$ .
- Capacitores e inductores son asumidos ideales.
- $S_1$ ,  $S_2$  fueron modelados implementando la librería del MOSFET C3M0065090J manufacturado por Wolfspeed<sup>TM</sup>, mientras los diodos del rectificador por el Power Schottky Diode STPSCH65 manufacturado por STMicroelectronics<sup>TM</sup>.

- Se utilizó el método numérico de Backward Euler con un paso de integración de  $1.6664 \times 10^{-8} s$
- Las ganancias del controlador fueron definidas como  $K_p = 0.00075$  y  $K_i = 22.2$

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes Figuras, donde  $\delta_1 = \delta_2 = \text{control}$  y se muestran las señales escaladas para una mejor representación.

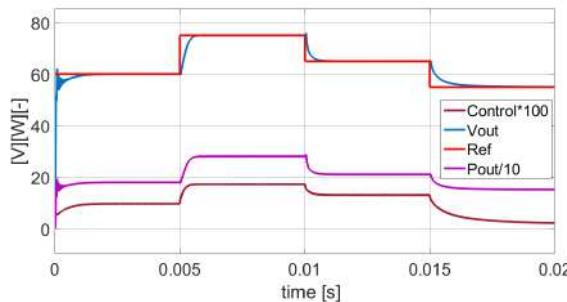


Fig. 7. Seguimiento de referencia.

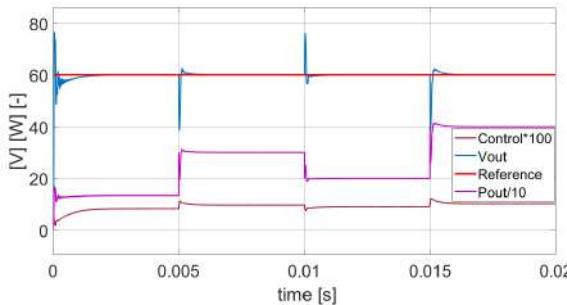


Fig. 8. Robustez ante variaciones de carga.

El esquema PI propuesto, presenta buenos resultados tanto en el seguimiento de referencia como ante variaciones de carga. Los transitorios son cortos ( $\leq 1.5ms$ ) y el error en estado estacionario es bajo (menor al 0.8% en voltaje pico a pico). La potencia extraída varía proporcionalmente con la señal de control. Ante cambios de carga, el voltaje se regula correctamente sin afectar el desempeño del convertidor, aunque los transitorios pueden tener sobretiros de hasta un 27%, debido a la dinámica del sistema. Además, el grado de libertad identificado en el análisis (traslape entre señales de control) permite ajustar el comportamiento del convertidor para cumplir objetivos de control específicos

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo aborda el modelado y análisis estructural de un convertidor resonante paralelo clase D con fines de control. Se demuestra que el circuito puede representarse como un sistema Hamiltoniano controlado por puerto (PCH). Usando una aproximación con series de Fourier complejas, se obtiene un modelo continuo que refleja el

comportamiento del convertidor en su implementación experimental. El análisis revela que el grado de libertad del sistema —la señal de control— está determinado por el traslape entre las señales que controlan los dos interruptores del circuito. Esta característica permite modificar el comportamiento del convertidor, lo cual se valida mediante la implementación de un control PI, mostrando que manipular dicho traslape permite cumplir objetivos de control.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue apoyado por DGAPA-UNAM bajo las subvención PAPIIT IN118125, así como por el Programa de becas doctorales del Conahcyt.

## REFERENCIAS

- Akhlaghi, B. and Farzanehfard, H. (2020). High step-up quasi-resonant converter with low number of components. In *2020 11th Power Electronics, Drive Systems, and Technologies Conference (PEDSTC)*, 1–6. IEEE.
- Bughneda, A., Salem, M., Alhuyi Nazari, M., Ishak, D., Kamarol, M., and Alatai, S. (2022). Resonant power converters for renewable energy applications: a comprehensive review. *Frontiers in Energy Research*, 10, 846067.
- Guan, Y., Cecati, C., Alonso, J.M., and Zhang, Z. (2021). Review of high-frequency high-voltage-conversion-ratio dc–dc converters. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Industrial Electronics*, 2(4), 374–389.
- Liu, K.H., Oruganti, R., and Lee, F.C. (1987). Quasi-resonant converters-topologies and characteristics. *IEEE Transactions on Power electronics*, (1), 62–71.
- Ponce-Silva, M., Bautista, J.L., Tapia, A., Nicolas, C.I., Granados, T.R., and Araujo, I. (2010). Parallel-resonant inverter with two current sources: analysis and design methodology. In *12th IEEE International Power Electronics Congress*, 156–160. IEEE.
- Rodríguez Benítez, O.M. et al. (2021). Análisis y evaluación al uso de convertidores resonantes alimentados en corriente aplicados a sistemas fotovoltaicos.
- Sánchez-Contreras, A., Ortega-Velázquez, I., Rodríguez-Benítez, O., and Espinosa-Pérez, G. (2024). A novel hamiltonian approach for modeling and control of quasi-resonant buck converters. In *2024 IEEE 63rd Conference on Decision and Control (CDC)*, 2760–2765. IEEE.
- Tarzamni, H., Gohari, H.S., Sabahi, M., and Kyryä, J. (2023a). Non-isolated high step-up dc–dc converters: Comparative review and metrics applicability. *IEEE Transactions on Power Electronics*.
- Tarzamni, H., Gohari, H.S., Sabahi, M., and Kyryä, J. (2023b). Nonisolated high step-up dc–dc converters: Comparative review and metrics applicability. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 39(1), 582–625.
- Xu, J. and Lee, C. (1998). A unified averaging technique for the modeling of quasi-resonant converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(3), 556–563.