

Observador espectral de alta ganancia

Lizeth Torres *

* Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.

Resumen: Los objetivos de un observador espectral son dos: la reconstrucción de una señal variante en el tiempo y la descomposición de dicha señal en las frecuencias que la componen. Un observador espectral puede ser catalogado como un algoritmo en línea para el análisis tiempo-frecuencial de señales, ya que es un método con el que se puede calcular la transformada de Fourier de una señal conforme se tiene información sobre ella, es decir, sin tener la señal completa. La contribución principal de este trabajo es la presentación de un observador espectral de alta ganancia para reconstruir señales con variaciones de frecuencia en el tiempo mediante la estimación de los coeficientes de una serie de Fourier finita en forma exponencial. El procedimiento de diseño del observador espectral se presenta junto con dos ejemplos de aplicación, así como un análisis comparativo entre el observador espectral de alta ganancia y un método bastante conocido para el análisis tiempo-frecuencial: la transformada de Fourier de tiempo reducido.

Keywords: Observador de estados, transformada de Fourier, análisis de tiempo-frecuencia, transformada de Fourier de tiempo reducido, procesamiento de señales.

1. INTRODUCCIÓN

El término *observador espectral* fue propuesto por Hostetter (1980) para nombrar al observador de estados que permite el cálculo recursivo de la transformada de Fourier (FT^2) de una señal. Desde la presentación de este trabajo, se han propuesto varios observadores espectrales con mejores características para lidiar con el ruido (Bitmead et al., 1986), las perturbaciones o la falta de datos (Orosz et al., 2008).

Los objetivos de un observador espectral son dos: la estimación de una señal de interés y la transformación de dicha señal en el dominio de la frecuencia mediante la identificación recursiva de los coeficientes de una serie de Fourier (Bitmead, 1982). La estimación de una señal, en el contexto de este trabajo, significa encontrar los coeficientes de una combinación lineal de exponenciales complejas para aproximar una señal de interés tal que se pueda reconstruir. Los observadores espectrales son útiles en una gran cantidad de aplicaciones, por ejemplo, para determinar la fuente de contaminación armónica en los sistemas de potencia (Dash y Khincha, 1988), para la simulación de la superficie marina (Houmb y Overvik, 1981), para el diagnóstico de fallas en motores (Blödt et al., 2006; Benbouzid et al., 1999) o para el análisis estructural de obras civiles, tales como estructuras aeroespaciales, edificios, puentes o plataformas petroleras.

Un observador espectral se puede catalogar como una clase de algoritmo en línea que calcula la FT durante una ventana de tiempo que se desliza a lo largo de la señal, es decir, tiene la misma funcionalidad que la transformada

de Fourier de tiempo reducido (STFT³). Así que un observador espectral puede emplearse para el análisis de señales cuya frecuencia varía conforme transcurre el tiempo.

El observador que se propone en este artículo está diseñado a partir de un sistema dinámico que se construye a partir de las N derivadas de una serie de Fourier finita en forma exponencial de orden n . Para realizar la estimación, el observador sólo requiere: (1) La medición de la señal que se va a aproximar: $s(t)$, que es utilizada para calcular el error de observación $e(t) = s(t) - \hat{y}(t)$, donde $\hat{y}(t)$ es la salida del observador. (2) Un paso frecuencial $\omega = 2\pi/T$, donde T es un período predefinido. Si la señal a estimar es una señal periódica con período conocido, ω es la frecuencia fundamental. Si la señal a aproximar es una señal periódica con ω desconocida o una señal no periódica, ω se debe suponer, como en la deducción de la FT a partir de la serie de Fourier, que el período de la señal tiende a infinito, lo que significa que ω tiende a cero. Como consecuencia de esta suposición, ω debe elegirse lo suficientemente pequeña o de acuerdo a la precisión deseada de los componentes frecuenciales. En otras palabras, ω es el paso de frecuencia que determina la resolución del dominio de la frecuencia discretizado, de modo que tenemos que elegir ω pensando qué tan cerca se desean los armónicos.

Las estimaciones proporcionadas por el observador son: (1) la reconstrucción de la señal original y (2) los coeficientes de Fourier para calcular los componentes frecuenciales de la señal.

¹ Autor de correspondencia: questions@lizeth-torres.info

² Acrónimo del término en inglés "Fourier Transform"

³ Acrónimo del término en inglés "Short-time Fourier Transform"

Este documento está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 presenta la formulación del observador espectral a partir de una serie finita de Fourier en forma exponencial. La Sección 3 presenta dos ejemplos utilizando el método propuesto. Finalmente, en la Sección 4, se discute sobre los principales resultados.

2. DISEÑO DEL OBSERVADOR ESPECTRAL

Para diseñar el observador espectral de alta ganancia, se formuló un sistema dinámico en espacio de estados considerando que una señal $s(t)$ puede aproximarse por la serie de Fourier finita de forma exponencial

$$y(t) = \sum_{k=-n}^n C_k e^{kj\omega t}, \quad (1)$$

donde n es el orden de la serie de Fourier, C_k son los coeficientes de Fourier y ω es la frecuencia fundamental de la señal a estimar o el paso discreto en el dominio de la frecuencia.

Para la formulación del sistema dinámico, se definió a la serie de Fourier (1) como el primer estado, y al resto de cada uno de los estados, como la derivada del estado previo.

En este trabajo, se supuso que $s(t)$ no tiene un componente constante (offset) o que este desplazamiento se puede eliminar por medio de un algoritmo en línea antes que $s(t)$ sea procesada por el observador espectral. Así pues, $k \neq 0$.

Para mostrar la formulación del sistema dinámico se muestra a continuación el caso más sencillo: cuando el orden de la serie de Fourier es $n = 1$. En este caso, se necesita formular un sistema dinámico con $N = 2$ estados que se denotarán como $\nu_1(t)$ y $\nu_2(t)$. Cada uno de estos estados tienen la finalidad de ser utilizados para recuperar los coeficientes C_{-1} y C_1 a través de un cambio de coordenadas. Los dos primeros estados se definen a continuación, el primer estado como la serie de Fourier y el segundo estado como su primera derivada.

$$\begin{aligned} \nu_1(t) &= y(t) = C_{-1}e^{-j\omega t} + C_1e^{j\omega t}, \\ \nu_2(t) &= \dot{y}(t) = -j\omega C_{-1}e^{-j\omega t} + j\omega C_1e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Calculando la derivada del segundo estado,} \\ \dot{\nu}_2(t) &= \ddot{y}(t) = j^2\omega^2 C_{-1}e^{-j\omega t} + j^2\omega^2 C_1e^{j\omega t} \\ &= -\omega^2(C_{-1}e^{-j\omega t} + C_1e^{j\omega t}) = -\omega^2\nu_1(t) = -\omega^2y(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{el sistema dinámico que resulta es el siguiente:} \\ \dot{\nu}_1(t) &= \nu_2(t), \\ \dot{\nu}_2(t) &= -\omega^2\nu_1(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Si el orden aumenta a $n = 2$, entonces $N = 4$, ya que se requiere recuperar cuatro coeficientes. Así pues, los cuatro estados, $\nu_1(t)$, $\nu_2(t)$, $\nu_3(t)$ y $\nu_4(t)$, se definen en la ecuación (5) (presentada al inicio de la siguiente página).

$$\begin{aligned} \text{Calculando la derivada de } \nu_4(t) \\ \dot{\nu}_4(t) &= y^{(4)}(t) = j^4\omega^4 C_{-1}e^{-j\omega t} + j^4\omega^4 C_1e^{j\omega t} \\ &\quad + 16j^4\omega^4 C_{-2}e^{-2j\omega t} + 16j^4\omega^4 C_2e^{2j\omega t}, \end{aligned} \quad (6)$$

el sistema dinámico resultante es

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1(t) &= \nu_2(t); \\ \dot{\nu}_2(t) &= \nu_3(t), \\ \dot{\nu}_3(t) &= \nu_4(t), \\ \dot{\nu}_4(t) &= -4\omega^4\nu_1(t) - 5\omega^2\nu_3(t). \end{aligned} \quad (7)$$

Generalizando la ecuación (5) para un orden n , se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1(t) &= \nu_2(t), \\ \dot{\nu}_2(t) &= \nu_3(t), \\ &\vdots \\ &\dot{\nu}_N(t) = (-1)^{n(\bmod 2)}\omega^{2n} [1 \ 2^{2n} \ \dots \ n^{2n}] A_k^{-1} A_\omega^{-1} \nu(t), \end{aligned} \quad (8)$$

donde $N = 2n$, A_ω y A_k se expresan por la ecuación (9) y la ecuación (10), respectivamente.

$$A_\omega \doteq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega^3 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \Psi(\omega^m) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \Psi(\omega^{2n-1}) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

donde

$$\begin{aligned} \Psi(\omega^m) &= (-1)^{(m(\bmod 4) - m(\bmod 2))/2} \omega^m, \\ \Psi(\omega^{2n-1}) &= (-1)^{(2n(\bmod 4) - 2)/2} \omega^{2n-1}. \end{aligned}$$

$$A_k \doteq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & \dots & 0 & n \\ 1 & 0 & 4 & 0 & \dots & n^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & \dots & 0 & n^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 2^{2n-2} & 0 & \dots & n^{2n-2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2^{2n-1} & \dots & 0 & n^{2n-1} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Dado que el sistema descrito por (8) es observable, un observador espectral de gran ganancia puede diseñarse de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{\nu}}(t) = A\hat{\nu}(t) + K(y(t) - C\hat{\nu}(t)), \quad (11)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{\nu}(t) = \hat{\nu}_1(t),$$

donde $\hat{y}(t)$ es la señal estimada,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & 1 \\ \gamma_1(\omega) & \dots & & & \gamma_n(\omega) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$C = [1, 0, \dots, 0]$ y $\gamma_i(\omega)$ son coeficientes constantes.

La ganancia del observador expresada por K e involucrada en el término de corrección, se calcula así:

$$\begin{aligned}
\nu_1(t) &= y(t) = C_{-1}e^{-j\omega t} + C_1e^{j\omega t} + C_{-2}e^{-2j\omega t} + C_2e^{2j\omega t}, \\
\nu_2(t) &= \dot{y}(t) = -j\omega C_{-1}e^{-j\omega t} + j\omega C_1e^{j\omega t} - 2j\omega C_{-2}e^{-2j\omega t} + 2j\omega C_2e^{2j\omega t}, \\
\nu_3(t) &= \ddot{y}(t) = j^2\omega^2 C_{-1}e^{-j\omega t} + j^2\omega^2 C_1e^{j\omega t} + 4j^2\omega^2 C_{-2}e^{-2j\omega t} + 4j^2\omega^2 C_2e^{2j\omega t}, \\
\nu_4(t) &= y^{(3)}(t) = -j^3\omega^3 C_{-1}e^{-j\omega t} + j^3\omega^3 C_1e^{j\omega t} - 8j^3\omega^3 C_{-2}e^{-2j\omega t} + 8j^3\omega^3 C_2e^{2j\omega t},
\end{aligned} \tag{5}$$

$K = S^{-1}C^T$, donde S es la solución única de la siguiente ecuación algebraica de Lyapunov:

$$-\lambda S - A^T S - S A + C^T C = 0 \tag{13}$$

donde λ es un parámetro que puede usarse para calibrar la convergencia de la estimación.

Los coeficientes de Fourier se pueden recuperar a partir de los estados estimados por la relación

$$\hat{C}_k = \Omega^{-1}(t)\hat{\nu}(t), \tag{14}$$

donde $\hat{C}_k = [\hat{C}_{-1} \ \hat{C}_1 \ \dots \ \hat{C}_{-n} \ \hat{C}_n]^T$, $\Gamma = n-1$ y la matriz Ω está dada en la ecuación (17) (presentada al inicio de la siguiente página).

En caso de que se desee recuperar los coeficientes de la serie trigonométrica de Fourier,

$$y(t) = \sum_{i=1}^n [a_i \cos(i\omega t) + b_i \sin(i\omega t)], \tag{15}$$

a partir de los estados estimados $\hat{\nu}(t)$, se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$\widehat{\mathcal{AB}}_i = \mathcal{U}^{-1}(t)\hat{\nu}(t), \tag{16}$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$, $\widehat{\mathcal{AB}}_i = [\hat{a}_1 \ \hat{b}_1 \ \dots \ \hat{a}_n \ \hat{b}_n]^T$ y la matriz $\mathcal{U}(t)$ está descrita por la ecuación (18) (presentada al inicio de la siguiente página) con $\blacktriangle \triangleq \cos$ y $\blacktriangledown \triangleq \sin$.

3. EJEMPLOS

3.1 Ejemplo 1

Un observador espectral se puede utilizar para determinar el contenido frecuencial de una señal a medida que ésta varía en el tiempo. La técnica clásica para realizar esta tarea es la STFT que no es más que la FT de la señal analizada multiplicada por una ventana de tiempo. La STFT divide la señal en pequeños segmentos, y calcula la FT de cada segmento por separado; de esta forma, se logra una representación tiempo-frecuencia de la señal, que permite conocer no sólo el valor de sus componentes en frecuencia, sino también su ubicación temporal; sin embargo, la información de localización tiempo-frecuencia sólo puede obtenerse con una exactitud limitada, determinada por el ancho de la ventana temporal utilizada (Cortés et al., 2007).

A continuación, presentamos un ejemplo para comparar los resultados que se obtienen cuando se utiliza la STFT con los resultados proporcionados por el observador espectral de alta ganancia. Para este propósito, utilizamos los códigos en MATLAB creados por Hristo Zhivomirov para calcular la STFT y su inversa (Zhivomirov, 2017). La señal analizada fue (ver Figura 1):

$$s(t) = \begin{cases} 8 \sin(10\pi t), & 0 \leq t < 100[s]; \\ 4 \sin(6\pi t), & 0 \leq t < 300[s]; \\ 3 \sin(10\pi t), & 300 \leq t < 400[s]; \\ 4 \sin(4\pi t), & 400 \leq t < 600[s]; \\ 7 \sin(2\pi t), & 600 \leq t < 700[s]. \end{cases} \tag{19}$$

La señal $s(t)$ fue muestreada a 100 [Hz]. Para calcular la STFT utilizando el código de Zhivomirov, se establecieron los siguientes parámetros: $\tau_w = 2^8$ [s] como la longitud de la ventana, $h = \tau_w/4$ [s] como el tamaño del salto y $n_{fft} = 2^{10}$ como el número de puntos de la FFT. La sintonización del observador espectral se realizó estableciendo $n = 10$, $\lambda = 1$, $\omega = \pi$ [rad/s] y $\hat{\nu}(0) = 0$. La solución numérica del observador se llevó a cabo con el método de Runge-Kutta (ODE4) con un paso de integración $\Delta t = 0.01$ [s]. Los espectrogramas que fueron producidos por el STFT y el observador espectral, se presentan en la Figura 2 y en la Figura 3, respectivamente.

Para construir el espectrograma a partir de los coeficientes estimados por el observador espectral, primeramente se calcularon las magnitudes de los armónicos y con ellas se construyó el siguiente vector

$$|\mathcal{C}| = [|\hat{C}_1| + |\hat{C}_{-1}| \quad |\hat{C}_2| + |\hat{C}_{-2}| \quad \dots \quad |\hat{C}_{10}| + |\hat{C}_{-10}|],$$

Nótese que los coeficientes se calcularon con la ecuación (14).

Después, dado que el paso frecuencial elegido fue $\omega = \pi$ [rad/s], se obtuvo el siguiente vector de frecuencias $f = [0.5 \ 1 \ 1.5 \ 2 \ 2.5 \ 3 \ 3.5 \ 4 \ 4.5 \ 5]$ [Hz]. Finalmente, el espectrograma se obtuvo graficando f versus $|\mathcal{C}|$.

Otra opción para obtener el mismo espectrograma a partir del observador espectral es graficar f versus $|\mathcal{AB}| = [A_1 \ A_2 \ A_3 \ A_4 \ A_5 \ A_6 \ A_7 \ A_8 \ A_9 \ A_{10}]$, donde cada elemento del vector de magnitudes $|\mathcal{AB}|$ se calcula así:

$$|A_i| = \sqrt{\hat{a}_i^2 + \hat{b}_i^2}. \tag{20}$$

Notese que \hat{a}_i y \hat{b}_i se calculan utilizando la ecuación (16).

Observe que el espectrograma generado utilizando las estimaciones del observador espectral presenta una mejor resolución frecuencial con respecto a el espectrograma generado con la STFT. Sin embargo, esto no significa que el rendimiento del observador sea superior, ya que es bien sabido que la resolución de frecuencia se puede mejorar ampliando la longitud de la ventana de tiempo de la STFT, incluso si esta ampliación implica una disminución de la resolución de tiempo. En el caso del observador espectral, la resolución de frecuencia se ajusta manipulando el parámetro λ .

$$\Omega(t) = \begin{pmatrix} e^{-j\omega t} & e^{j\omega t} & e^{-2j\omega t} & e^{2j\omega t} & \dots & e^{-nj\omega t} & e^{nj\omega t} \\ -\omega e^{-j\omega t} & \omega e^{j\omega t} & -2\omega e^{-2j\omega t} & 2\omega e^{2j\omega t} & \dots & -n\omega e^{-nj\omega t} & n\omega e^{nj\omega t} \\ -\omega^2 e^{-j\omega t} & -\omega^2 e^{j\omega t} & -4\omega^2 e^{-2j\omega t} & -4\omega^2 e^{2j\omega t} & \dots & -n^2\omega e^{-nj\omega t} & -n^2\omega e^{nj\omega t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega^\Gamma e^{-j\omega t} & -\omega^\Gamma e^{j\omega t} & 2^\Gamma \omega^\Gamma e^{-2j\omega t} & -2^\Gamma \omega^\Gamma e^{2j\omega t} & \dots & n^\Gamma \omega^\Gamma e^{-nj\omega t} & -n^\Gamma \omega^\Gamma e^{nj\omega t} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathcal{U}(t) = \begin{pmatrix} \blacktriangle(\omega t) & \blacktriangledown(\omega t) & \blacktriangle(2\omega t) & \blacktriangledown(2\omega t) & \dots & \blacktriangle(n\omega t) & \blacktriangledown(n\omega t) \\ -\omega \blacktriangledown(\omega t) & \omega \blacktriangle(\omega t) & -2\omega \blacktriangledown(2\omega t) & 2\omega \blacktriangle(2\omega t) & \dots & -n\omega \blacktriangledown(n\omega t) & n\omega \blacktriangle(n\omega t) \\ -\omega^2 \blacktriangle(\omega t) & -\omega^2 \blacktriangledown(\omega t) & -4\omega^2 \blacktriangle(2\omega t) & -4\omega^2 \blacktriangledown(2\omega t) & \dots & -n^2\omega \blacktriangle(n\omega t) & -n^2\omega \blacktriangledown(n\omega t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega^\Gamma \blacktriangledown(\omega t) & -\omega^\Gamma \blacktriangle(\omega t) & 2^\Gamma \omega^\Gamma \blacktriangledown(2\omega t) & -2^\Gamma \omega^\Gamma \blacktriangle(2\omega t) & \dots & n^\Gamma \omega^\Gamma \blacktriangledown(n\omega t) & -n^\Gamma \omega^\Gamma \blacktriangle(n\omega t) \end{pmatrix} \quad (18)$$

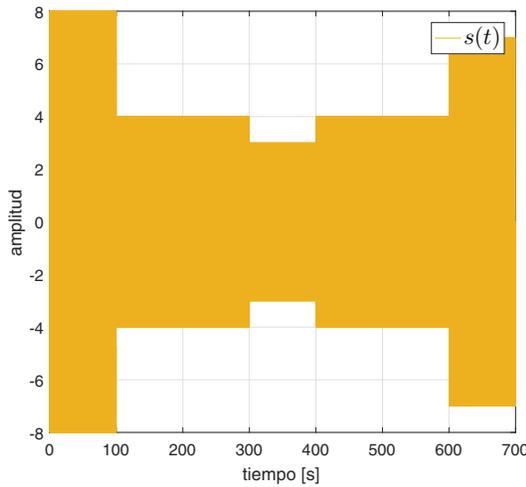


Figura 1. Evolución de la señal en el tiempo.

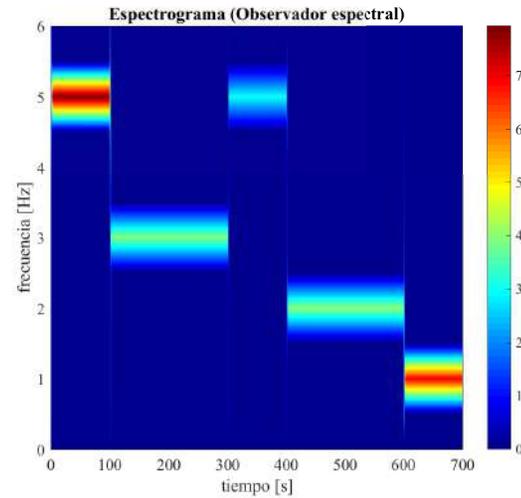


Figura 3. Espectrograma a partir del observador de alta ganancia

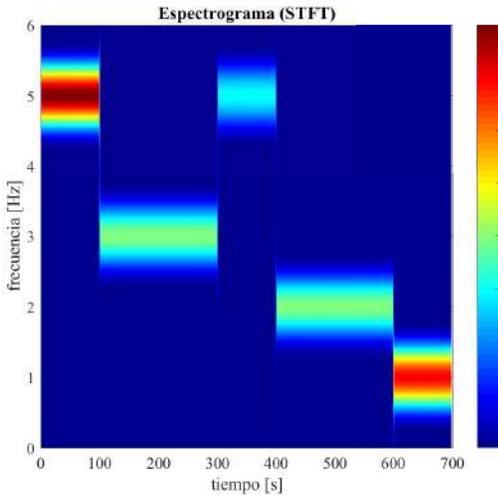


Figura 2. Espectrograma a partir de la STFT

En este punto, es necesario señalar que la resolución frecuencial, al igual que la resolución temporal, no sólo depende de los parámetros τ_w y λ , también depende de los parámetros h y n_{fft} usados en el algoritmo STFT y ω y n usados en el observador espectral, juegan un factor

importante; sin embargo, el ajuste de estos parámetros afecta directamente la carga computacional y la cantidad de datos a procesar.

Para concluir este ejemplo, es necesario enfatizar que el observador espectral es un algoritmo que, al igual que la STFT, se puede emplear para el análisis tiempo-frecuencial de una señal cuyo contenido frecuencial varía en el tiempo. Sin embargo, hay una gran diferencia entre: el observador espectral calcula la FT y su inversa al mismo tiempo, lo cual es una ventaja clara, porque en caso de usar un STFT recursiva solo obtenemos la FT, pero si queremos recuperar la señal reconstruida, debemos calcular la STFT inversa.

3.2 Ejemplo 2

El observador espectral propuesto en este artículo puede utilizarse como un diferenciador (derivador) de señales periódicas. Para demostrarlo, se presenta a continuación un ejemplo: la diferenciación (derivación) de una medición de flujo volumétrico $Q(t)$ en un ducto con flujo en estado oscilatorio.

El estado oscilatorio del flujo fue generado manipulando la salida del variador de frecuencia (VFD⁴) de la bomba que impulsa el fluido en el ducto, tal que esta salida fuera una señal senoidal. El tiempo de muestreo que se utilizó para la adquisición de la señal fue $\Delta t = 0.1$ [s]. En la Fig. 4, se muestra $Q(t)$.

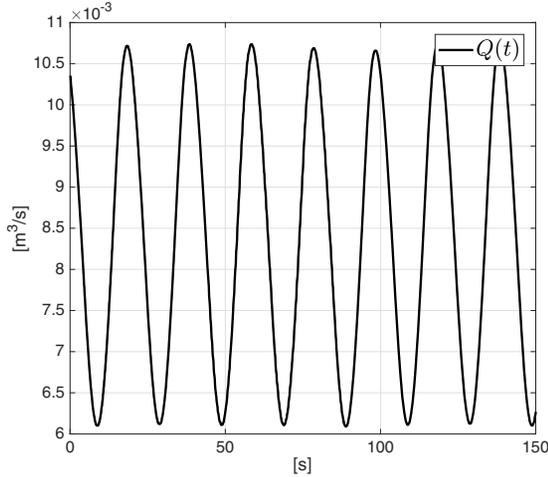


Figura 4. Señal de flujo volumétrico

Para poder derivar una señal periodica utilizando el observador espectral se requiere tener la siguiente información: las frecuencias fundamentales de la señal y el número de armónicos de estas frecuencias.

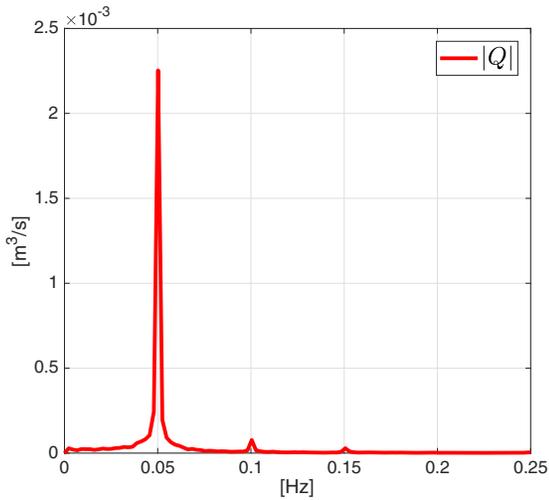


Figura 5. Espectro de la señal de flujo volumétrico

Para conocer esta información, se calculó la FT de la señal, cuyo espectro se muestra en la Fig. 5. En esta figura puede apreciarse que la señal contiene una frecuencia fundamental, $f = 0.05$ [Hz], y dos armónicos. Así pues, para esta señal con tres componentes frecuenciales, i.e. $n = 3$, el siguiente observador espectral, con $K =$

⁴ Acrónimo del término en inglés "Variable Frequency Drive"

$[6.2 \ 14.2 \ 12.0 \ -5.4 \ -14.0 \ 1.5]^T$, se utilizó para derivar $Q(t)$:

$$\dot{\hat{v}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -36\omega^6 & 0 & -49\omega^4 & 0 & -14\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \hat{v}(t) + Ke(t),$$

$$e(t) = Q(t) - \hat{v}_1(t). \quad (21)$$

La derivada del flujo volumétrico estimada por el observador espectral es el estado estimado $\hat{v}_2(t)$, la cual está graficada en la Fig. 6.

Para finalizar este ejemplo, no está de mas mencionar que antes de calcular la derivada de $Q(t)$, el offset de esta señal fue removido.

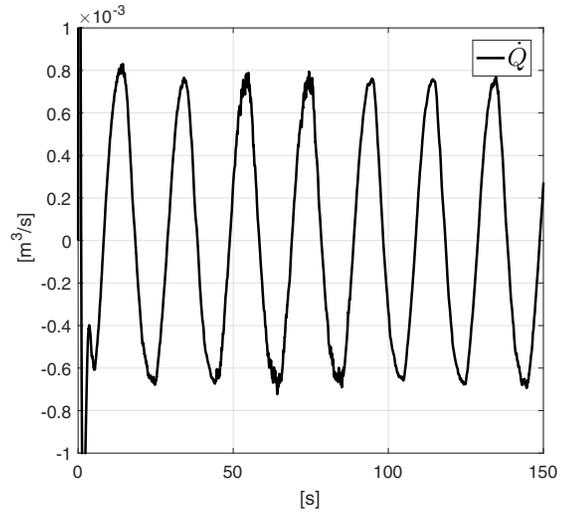


Figura 6. \dot{Q} estimada

4. DISCUSIÓN

Se presentó un algoritmo para reconstruir una señal al mismo tiempo que se estiman sus componentes frecuenciales: un observador espectral de alta ganancia. Algunas ventajas y desventajas del uso de este observador se listan a continuación. Ventajas: (1) La estructura del observador, como una cadena de integradores, ya que resulta ser adecuada para aplicaciones de control e identificación de parámetros; (2) la incorporación de la señal a reconstruir en cada iteración; (3) la ganancia del observador se puede calcular fácilmente por medio de un sencillo algoritmo numérico; (4) la convergencia del observador es exponencial, esto significa que la tasa de convergencia puede ajustarse por medio de un parámetro único λ . Desventajas: (1) el costo computacional puede ser alto si se requiere una resolución de frecuencia pequeña; (2) el algoritmo debe complementarse con un método de optimización para elegir ω y λ de tal manera que se pueda obtener la mejor estimación de señales no periodicas.

5. AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo recibido por parte del Departamento de Control y Robótica de la División de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Así como el apoyo del Fondo Sectorial CONACyT-Secretaría de Energía- Hidrocarburos. Proyecto 280170: *Cero incidentes en la red de ductos de México*, subproyecto: *Diagnóstico automático de fallas en redes de hidrocarburos*.

REFERENCIAS

- Benbouzid, M.E.H., Vieira, M., y Theys, C. (1999). Induction motors' faults detection and localization using stator current advanced signal processing techniques. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(1), 14–22.
- Bitmead, R.R. (1982). On recursive discrete fourier transformation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 30(2), 319–322.
- Bitmead, R.R., Tsoi, A.C., y Parker, P.J. (1986). A Kalman filtering approach to short-time fourier analysis. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 34(6), 1493–1501.
- Blödt, M., Chabert, M., Regnier, J., y Faucher, J. (2006). Mechanical load fault detection in induction motors by stator current time-frequency analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 42(6), 1454–1463.
- Cortés, J.A., Medina, F.A., y Chaves, J.A. (2007). Del análisis de fourier a las wavelets análisis de fourier. *Scientia et Technica*, 1(34).
- Dash, P.K. y Khincha, H. (1988). New algorithms for computer relaying for power transmission lines. *Electric Machines & Power Systems*, 14(3-4), 163–178.
- Hostetter, G.H. (1980). Recursive discrete fourier transformation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 28(2), 184–190.
- Houmb, O. y Overvik, T. (1981). Some applications of maximum entropy spectral estimation to ocean waves and linear systems response in waves. *Applied Ocean Research*, 3(4), 154–162.
- Orosz, G., Sujbert, L., y Peceli, G. (2008). Spectral observer with reduced information demand. En *Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, 2155–2160. IEEE.
- Zhivomirov, H. (2017). Short-time Fourier transformation (STFT) with Matlab implementation. MathWorks Website.