

# Algoritmo de detección y localización de daño en edificios

Jesús Morales-Valdez\* Luis Alvarez-Icaza\*  
 José Alberto Escobar\*

\* Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México  
 04510 Coyoacán DF, México (e-mail: [jmoralesv@iingen.unam.mx](mailto:jmoralesv@iingen.unam.mx),  
[alvar@pumas.iingen.unam.mx](mailto:alvar@pumas.iingen.unam.mx), [jess@pumas.iingen.unam.mx](mailto:jess@pumas.iingen.unam.mx))

**Resumen:** Se presentan un algoritmo para detección de daño en edificios de múltiples pisos modelados por la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin, que permite relacionar la pérdida de rigidez con la disminución de la velocidad de propagación del movimiento sísmico a través de la estructura. Para estimar esos parámetros se desarrolla un sistema de identificación basado en el método de mínimos cuadrados con factor de olvido. Se trabaja únicamente a partir de mediciones de aceleración y además, se presenta una nueva parametrización basada en filtros integrales lineales, que eliminan perturbaciones constantes y atenúan el ruido de medición. Una vez que se cuenta con esta información se prosigue con el diseño del umbral de detección al realizar la comparación con los parámetros de referencia. Los resultados experimentales validan la versatilidad del método propuesto.

*Palabras clave:* Monitoreo de salud estructural, detección de daño, propagación de ondas, identificación de parámetros, filtros integrales lineales

## 1. INTRODUCCIÓN

Los edificios son estructuras civiles que se dañan gradualmente durante su vida útil debido a la degradación de los materiales y elementos que los conforman, o bien a causa de fenómenos naturales que inciden de manera negativa en su funcionamiento. La mayoría de los métodos de monitoreo de salud estructural en ingeniería civil están basados en el análisis modal, que estudia cambios en las frecuencias naturales y en las formas modales. Una extensa revisión de estos métodos se puede encontrar en (Doebling et al., 1998; Sohn et al., 2003), mientras Carden y Fanning (2004); Kong et al. (2017) presentan una revisión de ellos con énfasis en aplicaciones de ingeniería estructural. Siguiendo esta línea, Das et al. (2016) presenta un estudio comparativo entre diferentes métodos de detección de daño.

Un enfoque alternativo son los métodos de propagación de onda que permiten estudiar características locales de los edificios. Bajo esta idea, Trifunac et al. (2003); Todorovska y Rahmani (2012); Rahmani y Todorovska (2014); Morales-Valdez et al. (2018) presentan diferentes métodos para monitoreo de salud estructural y discuten las ventajas y limitaciones de este enfoque. Estos métodos están desarrollados en el dominio de la frecuencia y en consecuencia no son adecuados para aplicaciones en tiempo real.

En este artículo, se extienden los trabajos de Todorovska y Rahmani (2012); Rahmani y Todorovska (2014) sobre propagación de onda, pero se transforma la forma de tratar la información para pasar de un proceso fuera de línea a uno de identificación de parámetros en tiempo real. Al recuperar los parámetros en tiempo real se descarta el uso de procesamiento de datos fuera de línea para eliminar el sesgo en las mediciones de aceleración, problema que

ahora se elimina empleando Filtros Integrales Lineales (FIL), cuya inclusión permite trabajar en el ancho de banda de interés del espectro de aceleración en tiempo real. Posteriormente, se diseña un umbral de detección con base en la diferencia entre los parámetros estructurales identificados y los de referencia. Este artículo está organizado de la siguiente manera: la sección 2 describe el modelo empleado. La sección 3 describe el esquema de detección de daño desarrollado. Finalmente, los resultados experimentales se presentan en la sección 4.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Sea el edificio de múltiples pisos mostrado en la Fig. 1, cuya dinámica es modelada empleando la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin, (Morales-Valdez et al., 2017)

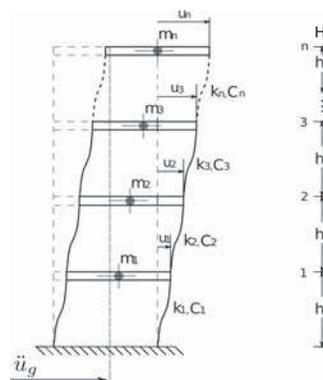


Figura 1. Edificio de cortante

$$\beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde  $\beta$  es la velocidad de propagación del movimiento y  $\eta$  es una constante proporcional a la fuerza de amortiguamiento. Las condiciones iniciales y de frontera para este modelo (1) son :

$$u(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2a)$$

$$\dot{u}(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2b)$$

$$u(0, t) = u_g \quad 0 < t \quad (2c)$$

$$\mu \dot{u}(H, t) = 0 \quad 0 < t \quad (2d)$$

donde  $\mu$  es el módulo de cortante. Se ha propuesto que

**A1** El edificio está inicialmente en reposo de acuerdo a las Ecs. (2a) y (2b)

**A2** Únicamente la base de la estructura es excitada durante una actividad sísmica

**A3** El edificio está libre de esfuerzos en el techo, de acuerdo con la Ec. (2d)

**A4** El modelo en (1), permite tratar el modelo de edificio como una barra de cortante elástica y por lo tanto los efectos de propagación de onda pueden ser estudiados

### 2.1 Semidiscretización espacial

Con el fin de crear un sistema de identificación en línea, el modelo continuo es discretizado en puntos que coinciden con los pisos instrumentados. Por consiguiente, se producen diferentes velocidades de propagación y coeficientes de amortiguamiento. Para los puntos 1 al  $n-1$  se usa una aproximación centrada de segundo orden y un *backward* de primer orden en el punto  $n$ , generando

$$\ddot{u} = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u} + b \ddot{u}_g \quad (3)$$

donde  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son matrices  $\in \mathcal{R}^{p \times p}$ , con  $p = (n+1)$ , que se definen de la siguiente manera

$$\beta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_n^2 \end{bmatrix}, \quad \eta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \eta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \eta_n^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Los elementos de las matrices en (4) están relacionados con las propiedades de cada piso. Una ventaja importante de (3) es que no necesita transformación de coordenadas para encontrar la solución del sistema. Además,

$$\Lambda = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$u = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_n]^T, \quad \dot{u} = [\dot{u}_0, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dots, \dot{u}_n]^T, \quad \ddot{u} = [\ddot{u}_0, \ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n]^T \quad (6)$$

donde  $\Delta h = H/(n+1)$  para pisos uniformemente espaciados. Además, se supone que la aceleración en la condición de frontera es medible y equivalente a la excitación sísmica,  $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_g$ . Las entradas  $u_0$  y  $\dot{u}_0 \in \mathcal{R}^+$  dentro de los vectores  $u$  y  $\dot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$  en (6) describen el desplazamiento y la velocidad del terreno, respectivamente,  $u_i$  y  $\dot{u}_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$  representan las de cada piso. Finalmente  $\ddot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$  es el vector de aceleraciones absolutas.

## 3. DETECCIÓN DE DAÑO

Asumiendo que en un edificio real las matrices de parámetros  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son desconocidas luego de una acción sísmica, en esta sección se diseña un sistema de identificación capaz de estimar los parámetros en tiempo real. Considerando que los parámetros de referencia son conocidos, se diseña un algoritmo para detectar daño a partir de la diferencia entre éstos y los parámetros estimados.

### 3.1 Identificación de parámetros

Sea la ecuación discretizada (3), reescrita como

$$z = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u}, \quad \text{con} \quad z = (\ddot{u} - b \ddot{u}_g) \quad (7)$$

redefiniendo

$$\beta_M^2 \Lambda u = \psi \beta_V^2 = \psi \Theta_\beta \quad (8)$$

$$\eta_M^2 \Lambda \dot{u} = \dot{\psi} \eta_V^2 = \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (9)$$

los elementos de las matrices  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son empleados para construir los vectores  $\beta_V^2$  y  $\eta_V^2 \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ . Por consiguiente,  $\Lambda u$  y  $\Lambda \dot{u}$  son ahora matrices con dimensión  $\mathcal{R}^{p \times p}$ . Por facilidad son renombradas como  $\psi$  y  $\dot{\psi}$ , y se definen como

$$\Theta_\beta = [0 \ \beta_1^2 \ \beta_2^2 \ \beta_3^2 \ \cdots \ \beta_{n-1}^2 \ \beta_n^2]^T \quad (10)$$

$$\psi = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ u_0 & -2u_1 & u_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & u_1 & -2u_2 & u_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & u_2 & -2u_3 & u_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{n-2} & -2u_{n-1} & u_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{n-1} & -u_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Theta_\eta = [0 \ \eta_1^2 \ \eta_2^2 \ \eta_3^2 \ \cdots \ \eta_{n-1}^2 \ \eta_n^2]^T \quad (12)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \dot{u}_0 & -2\dot{u}_1 & \dot{u}_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \dot{u}_1 & -2\dot{u}_2 & \dot{u}_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{u}_2 & -2\dot{u}_3 & \dot{u}_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \dot{u}_{n-2} & -2\dot{u}_{n-1} & \dot{u}_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \dot{u}_{n-1} & -\dot{u}_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde,  $\Theta_\beta, \Theta_\eta \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ . Por lo tanto, (7) es ahora de la forma

$$z = \psi \Theta_\beta + \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (14)$$

usando la transformada de Laplace, (14) se reescribe en el dominio de la frecuencia como

$$Z(s) = \Psi(s) \Theta_\beta + s \dot{\Psi}(s) \Theta_\eta \quad (15)$$

multiplicando (15) por  $s^3$ , se obtiene

$$\begin{aligned} s^3 Z(s) &= s^3 \Psi(s) \Theta_\beta + s^4 \Psi(s) \Theta_\eta \\ &= s \mathcal{L}[\ddot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\beta + s^2 \mathcal{L}[\ddot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\eta \end{aligned} \quad (16)$$

Note que mientras (14) depende de señales no medibles, (16) depende únicamente de señales medibles de aceleración. En el dominio del tiempo (16) es de la forma

$$z^{(3)} = \psi^{(3)} \Theta_\beta + \psi^{(4)} \Theta_\eta \quad (17)$$

donde el superíndice ( $j$ ) = 1, 2, 3, ...,  $n$ , representa la  $j$ -ésima derivada temporal. Por otra parte, asumiendo que las señales de aceleración están contaminadas con ruido de medición y perturbaciones constantes, estas pueden ser eliminadas empleando filtros integrales lineales (Garnier et al., 2010), definidas como

$$I_q\{\varphi(t)\} = \frac{1}{\delta^q} \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \cdots \int_{\tau_{q-1}-\delta}^{\tau_{q-1}} \varphi(\tau_q) d\tau_q \cdots d\tau_1 \quad (18)$$

donde,  $q$  es el número de integrales sobre intervalos de tiempo finito. Por otra parte, el tiempo de integración  $\delta \in \mathcal{R}^+$  está definido por

$$\delta = \bar{n} T_s \quad (19)$$

donde  $T_s$  es el período de muestreo y  $\bar{n} > 0$  es el factor de escala que define el tiempo de la ventana de integración, que es seleccionado de acuerdo con el ancho de banda del sistema. Aplicando el operador  $I_5[\cdot]$  a (17), se produce

$$\Xi(t) = \Upsilon_\beta(t) \Theta_\beta + \Upsilon_\eta(t) \Theta_\eta \quad (20)$$

donde

$$\Xi(t) = \frac{\vartheta}{\delta^3} I_2 \left\{ \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-1)^j z(t-j\delta) \right\} \quad (21)$$

$$\Upsilon_\beta(t) = \frac{\vartheta}{\delta} I_4 \left\{ \sum_{j=0}^1 \binom{1}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (22)$$

$$\Upsilon_\eta(t) = \frac{\vartheta}{\delta^2} I_3 \left\{ \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (23)$$

donde,  $\Xi \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ ,  $\Upsilon_\beta$  y  $\Upsilon_\eta \in \mathcal{R}^{p \times p}$ ,  $\binom{n}{j}$  es el coeficiente binomial y finalmente  $\vartheta \in \mathcal{R}^+$  es un grado de libertad que permite normalizar la amplitud de las señales filtradas. Una manera de parametrizar (20) es

$$\Xi(t) = \Upsilon(t) \Theta \quad (24)$$

donde,  $\Theta = [\Theta_\beta^T, \Theta_\eta^T]^T \in \mathcal{R}^{2p \times 1}$  es el vector de parámetros reales del sistema y  $\Upsilon = [\Upsilon_\beta, \Upsilon_\eta] \in \mathcal{R}^{p \times 2p}$  es el regresor, formado por señales de aceleración filtradas. Sea  $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_\beta^T, \hat{\Theta}_\eta^T]^T$  el vector de parámetros estimados en (24), empleando el algoritmo de mínimos cuadrados con factor de olvido, dado por, (Ioannou y Sun, 1989)

$$\dot{P} = \alpha P - \frac{P \Upsilon^T \Upsilon P}{m^2} \quad (25)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = P \Upsilon^T \varepsilon \quad (26)$$

donde  $\alpha$  es el factor de olvido,  $P$  es la matriz de covarianza, la cual cumple que  $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{2p \times 2p}$ ,  $P(0) > 0$ ,

$1 > \alpha \geq 0 \in \mathcal{R}^+$ ,  $m^2 = 1 + \|\Upsilon \Upsilon^T\|$ , se satisface que  $\Upsilon/m \in \mathcal{L}_\infty$ , y se asegura que el error de estimación normalizado tiende a cero.

$$\hat{\Xi} = \Upsilon \hat{\Theta} \quad (27)$$

*Proyección paramétrica* Definiendo la siguiente proyección paramétrica en (28) y (29), se garantizan estimados positivos  $\forall t > 0$

$$\hat{\Theta}_{\beta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\beta i}(t) + (\varsigma_1 - \hat{\Theta}_{\beta i}(t)) \frac{1 - \tanh(\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t))}{2} \quad (28)$$

$$\hat{\Theta}_{\eta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\eta i}(t) + (\varsigma_2 - \hat{\Theta}_{\eta i}(t)) \frac{1 - \tanh(\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t))}{2} \quad (29)$$

donde  $\hat{\Theta}_{\beta i+}(t)$ ,  $\hat{\Theta}_{\eta i+}(t)$  son los estimados proyectados de  $\Theta_{\beta i}$ ,  $\Theta_{\eta i}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ;  $\varsigma_1 = \varsigma_2 = 0.0001$ , son las cotas inferiores para los parámetros estimados,  $\chi_1 = \chi_2 = 500$  son parámetros que permiten aproximar a la función sign. Por simplicidad se usará  $\hat{\Theta}_{\beta i} = \hat{\Theta}_{\beta i+}$ , de la misma manera  $\hat{\Theta}_{\eta i} = \hat{\Theta}_{\eta i+}$ .

### 3.2 Algoritmo de localización de daño

A continuación se presenta una metodología que define criterios para detectar y localizar la presencia de daño a partir de los parámetros de referencia que caracterizan un edificio en buen estado, con respecto a los parámetros identificados que caracterizan un comportamiento dañado, empleando el esquema de identificación propuesto anteriormente. El procedimiento es como se indica a continuación:

- Se obtienen las relaciones entre pares de parámetros nominales

$$\beta_{N_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_{i+1}}, \quad \eta_{N_i} = \frac{\hat{\eta}_i}{\hat{\eta}_{i+1}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (30)$$

para  $i = n$

$$\beta_{N_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_{i-1}}, \quad \eta_{N_i} = \frac{\hat{\eta}_i}{\hat{\eta}_{i-1}} \quad (31)$$

- También se obtienen las relaciones entre pares de parámetros que pueden indicar daño

$$\beta_{D_i} = \frac{\hat{\beta}_{d_i}}{\hat{\beta}_{d_{i+1}}}, \quad \eta_{D_i} = \frac{\hat{\eta}_{d_i}}{\hat{\eta}_{d_{i+1}}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (32)$$

para  $i = n$

$$\beta_{D_i} = \frac{\hat{\beta}_{d_i}}{\hat{\beta}_{d_{i-1}}}, \quad \eta_{D_i} = \frac{\hat{\eta}_{d_i}}{\hat{\eta}_{d_{i-1}}} \quad (33)$$

- Se calculan los errores relativos entre los parámetros de referencia y los que indican un posible daño

$$\varepsilon_{\beta_i} = \frac{\beta_{N_i} - \beta_{D_i}}{\beta_{N_i}} \times 100, \quad \varepsilon_{\eta_i} = \frac{\eta_{N_i} - \eta_{D_i}}{\eta_{N_i}} \times 100 \quad (34)$$

- Se determina la desviación estándar del vector de errores relativos

$$s_\beta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\varepsilon}_\beta - \varepsilon_{\beta_i})^2}, \quad s_\eta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\varepsilon}_\eta - \varepsilon_{\eta_i})^2} \quad (35)$$

- Si el error relativo  $\varepsilon_{\beta_i} > (\overline{\varepsilon_{\beta}} + s_{\beta}/2)$ , donde  $\overline{\varepsilon_{\beta}}$  es la media aritmética de los errores relativos. Entonces  $\tilde{\varepsilon}_{\beta_i} = [\varepsilon_{\beta_i} - (\overline{\varepsilon_{\beta}} + s_{\beta}/2)] > 0$ , en caso contrario, la diferencia anterior se considera nula. Condiciones similares se aplican con los valores de  $\varepsilon_{\eta_i}$ .
- Finalmente, el daño es localizado empleando la siguiente expresión

$$P_{dam} = \tilde{\varepsilon}_{\beta_i} + 1/\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} \quad (36)$$

Note que cuando  $\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} = [\varepsilon_{\eta_i} - (\overline{\varepsilon_{\eta}} + s_{\eta}/2)] < 0$ , entonces se considera  $\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} = 100000$  para evitar indeterminación en la Ec. (36).

La Fig. 2 muestra el esquema de detección y localización de daño desarrollado.

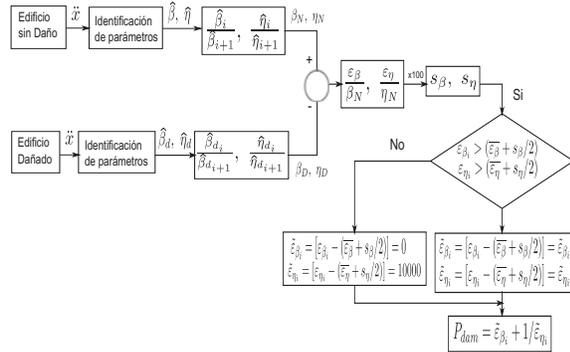


Figura 2. Esquema de detección y localización de daño

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados de detección de daño de un edificio de cinco pisos de escala reducida como el presentado en Morales-Valdez et al. (2017). Los experimentos aquí fueron llevados a cabo con un tiempo de muestreo de 0.001 s.

La excitación sísmica usada es el sismo de 1985, en la componente Norte-Sur, registrado en la ciudad de México por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). Note que la señal de excitación se escala para que coincida con el prototipo experimental, como se ilustra en la Fig. 4.

Como primer paso, el edificio se caracteriza para obtener información a priori antes de aplicar el algoritmo de detección de daño. Para ello se emplea el esquema de identificación propuesto en la sección 3.1. Éste logra recuperar la respuesta estructural del edificio identificando los parámetros estructurales de referencia, al excitar únicamente en la base del edificio. La Fig. 5 muestra la evolución de las velocidades de propagación identificadas, mientras los coeficientes de amortiguamiento pueden ser observados en la Fig. 6. En ambos casos se observa que la convergencia de los parámetros se logra antes de los 10 s y se mantiene para tiempos posteriores al señalado. La Tabla 1, presenta los valores identificados. Note que los resultados presentados en este artículo fueron obtenidos empleando condiciones iniciales nulas para los parámetros  $\beta_i$  y  $\eta_i$ ,  $\alpha = 0.001$  y  $P(0) = 10^5 * I_{12 \times 12}$ ; finalmente  $\bar{n} = 40$ .<sup>1</sup> El algoritmo de

<sup>1</sup> Se recomienda usar una frecuencia de corte con el doble de la frecuencia máxima del sistema, para lograr un filtrado correcto



Figura 3. Edificio de cinco pisos escala reducida

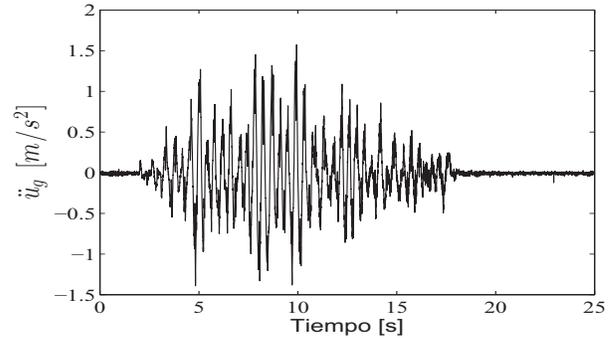


Figura 4. Señal de excitación: Sismo de 1985 registrado por SCT, componente norte-sur

identificación recupera propiedades estructurales similares para todos los pisos, debido a que éstos están constituidos con el mismo material, tienen el mismo número de columnas y la misma separación de entrepisos, emulando un medio homogéneo.

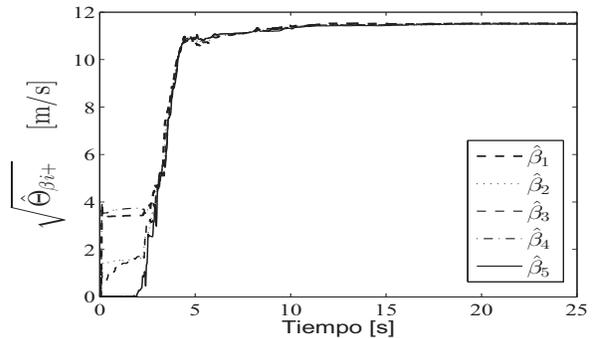


Figura 5. Identificación de las velocidades de propagación

Tabla 1. Parámetros estimados

Piso:	1	2	3	4	5
$\hat{\beta}_i$ [m/s]:	11.53	11.48	11.52	11.53	11.49
$\hat{\eta}_i$ [Ns/m]:	0.0316	0.1160	0.1898	0.1995	0.1927

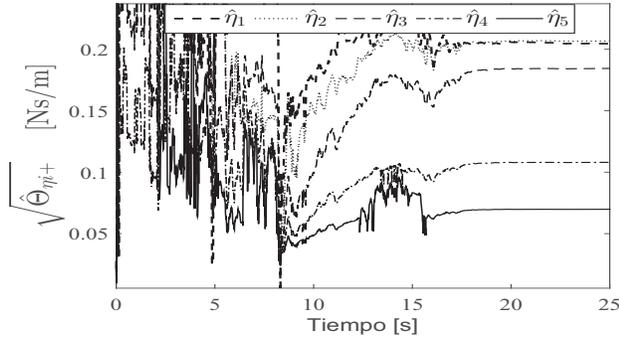


Figura 6. Identificación de los coeficientes de amortiguamiento

Tomando en cuenta que para este experimento los parámetros reales son desconocidos y no pueden ser comparados de manera directa con los valores estimados. En consecuencia el desempeño del algoritmo es validado comparando las frecuencias de vibración calculadas a partir de los parámetros estimados con respecto a las obtenidas a partir del barrido frecuencial de una señal Chirp. La Tabla 2 contiene un resumen de la comparación anterior. Observe que las frecuencias calculadas están suficientemente cerca de los valores de referencia proporcionados por la Chirp, a pesar de que no coinciden exactamente con ellos. Esto confirma el desempeño satisfactorio del algoritmo, pues el error de estimación entre las frecuencias reales y las estimadas es de 4.35 % aproximadamente, en el peor de los casos.

Tabla 2. Comparación entre las frecuencias de vibración real y sus estimadas

$f_{r_i}$ [Hz]	$\hat{f}_i$ [Hz]	$\Delta \hat{f}_i / f_{r_i}$ (%)
1.38	1.44	-4.35
4.06	4.22	-3.94
6.53	6.66	-1.99
8.51	8.56	-0.59
10.13	9.76	3.65

#### 4.1 Detección de daño en los pisos 2 y 5

En esta sección se investiga la detección de daño en el segundo y quinto piso. Para emular daño en el edificio, las columnas en los pisos antes señalados fueron maquinadas para reducir el 23 % de su sección transversal cuadrada, cambiando de 6.35 a 5 mm. Para recuperar las velocidades de propagación de onda y coeficientes de amortiguamiento, nuevamente se usa el sismo de 1985, que se aplica en el basamento del edificio. La estimación de los parámetros  $\beta_{d,i}$  y  $\eta_{d,i}$  se presentan en las Figs. 7 y 8, respectivamente. Detalle de esto se puede encontrar en la Tabla 3, donde las velocidades de propagación decrecen con respecto a los parámetros de referencia en la Tabla 1, lo cual era de esperarse debido al daño inducido. Algo similar pasa con el ancho de banda de la respuesta estructural, puesto que las frecuencias de vibración se reducen a  $f_{d1} = 1.20$ ,  $f_{d2} = 3.47$ ,  $f_{d3} = 5.64$ ,  $f_{d4} = 7.16$ ,  $f_{d5} = 8.53$  Hz. A pesar de esto, localizar el daño parece una tarea difícil de realizar. Para ello se aplica el algoritmo de detección y localización de daño presentado con anterioridad en la sección 3.2.

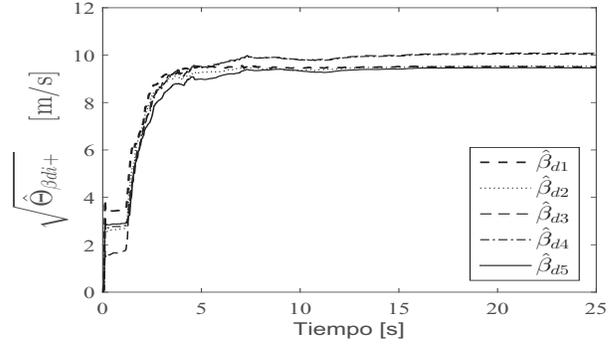


Figura 7. Identificación de las velocidades de propagación en presencia de daño

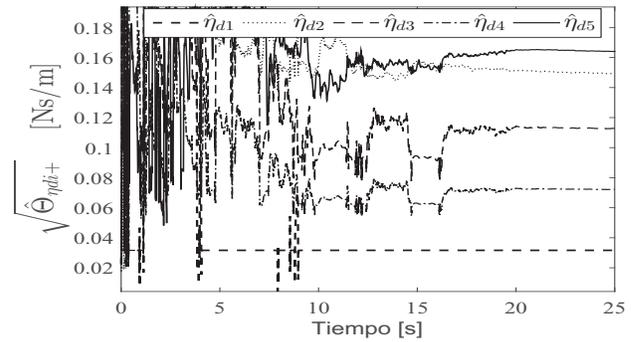


Figura 8. Identificación de los coeficientes de amortiguamiento en presencia de daño

Al aplicar el algoritmo de localización de daño se confirma la presencia de daño en el segundo y quinto piso, como se muestra en la Fig. 9. La amplitud de las barras está relacionada con la cantidad de daño presente. Sin embargo, la cuantificación está fuera del alcance de este trabajo.

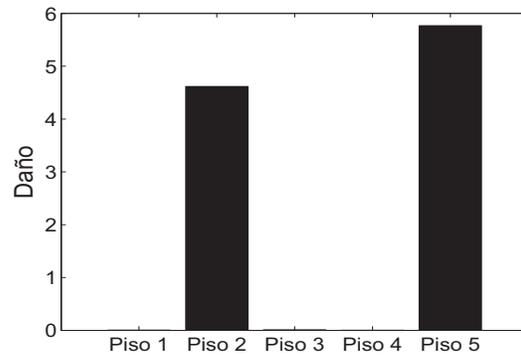


Figura 9. Localización de daño en el segundo y quinto piso

Observe que el algoritmo de localización de daño puede operar satisfactoriamente con buena sensibilidad variando el valor de la desviación estándar hasta un 30 % del valor actual, como se observa en la Fig. 10. El tipo de daño identificado se refiere principalmente a la pérdida de rigidez en las columnas, como sucede en la mayoría de las

Tabla 3. Variación de los parámetros estimados debido a la presencia de daño en el segundo y quinto piso

Piso	$\beta_i$ [m/s]	$\hat{\beta}_{d_i}$ [m/s]	$\Delta\hat{\beta}_{d_i}/\hat{\beta}_i$	$\hat{\eta}_i$ (N/m)	$\hat{\eta}_{d_i}$ (N/m)	$\Delta\hat{\eta}_{d_i}/\hat{\eta}_i$
5	13.09	8.83	32.54	0.09	0.19	-111.11
4	13.12	9.66	26.37	0.03	0.08	-166.66
3	13.01	9.97	23.36	0.15	0.03	80.00
2	12.94	8.93	30.99	0.23	0.29	126.09
1	13.58	9.89	27.17	0.21	0.19	9.52

estructuras civiles. En el mejor de los casos se ha logrado detectar variaciones de daño del 2 – 5 %

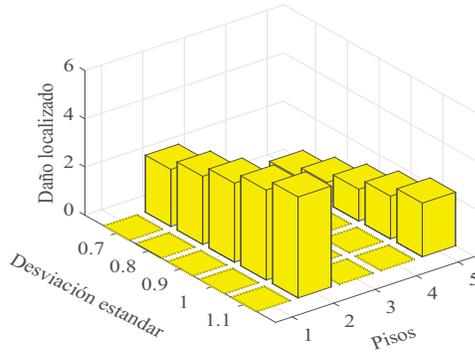


Figura 10. Sensibilidad del umbral de detección

## 5. CONCLUSIÓN

Se ha presentado un algoritmo de detección y localización de daño para edificios de múltiples pisos capaz de operar en tiempo-real. Este algoritmo supera el problema del almacenamiento de datos en comparación con los métodos de reconocimiento de patrones y análisis vibracional. Aquí, la localización de daño se lleva a cabo usando un sistema de identificación y un umbral que detecta cambios en los parámetros, que representan cambios en la rigidez. Note que el umbral puede ser ajustado para obtener un mejor desempeño. El objetivo principal del algoritmo propuesto es complementar los métodos basados en el enfoque de propagación de ondas que tradicionalmente están desarrollados en el dominio de la frecuencia y que no son útiles para aplicaciones en tiempo real. Bajo este enfoque, el daño se supone como la pérdida de rigidez en la estructura que se ve directamente reflejada en los cambios que presentan las velocidades de propagación y los coeficientes de amortiguamiento luego de una acción sísmica. Otra ventaja del método propuesto es el bajo consumo computacional requerido para llevar a cabo la identificación de parámetros así como la detección y localización de daño. Además, el algoritmo puede modificarse si se desea una ubicación de daño más precisa agregando sensores adicionales en el piso dañado. Los resultados experimentales confirman que el método propuesto es prometedor para aplicaciones en tiempo-real. Note que, la comparación de los resultados obtenidos con otros métodos está fuera de los alcances de este trabajo.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue realizada con apoyo de los proyectos UNAM-PAPIIT IN104218.

## REFERENCIAS

- Carden, E.P. y Fanning, P. (2004). Vibration based condition monitoring: A review. *Structural Health Monitoring*, 3, 355–377.
- Das, S., Saha, P., y Patro, S. (2016). Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6(3), 477–507.
- Doebling, S.W., Farrar, C., y Prime, M.B. (1998). A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, 30(2), 1–34.
- Garnier, H., Mensier, M., y Richard, A. (2010). Continuous-time model identification from sampled data: Implementation issues and performance evaluation. *International Journal of Control*, 76(13), 1337–1357.
- Ioannou, P. y Sun, J. (1989). *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Kong, X., Cai, C.S., y Hu, J. (2017). The state-of-the-art on framework of vibration-based structural damage identification for decision making. *Applied Sciences*, 7(5), 497–510.
- Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., y Concha, A. (2017). On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach. *Journal of Vibration and Control*, 1077546317711309.
- Morales-Valdez, J., Alvarez-Icaza, L., y Sanchez-Sesma, F.J. (2018). Shear building stiffness estimation by wave traveling time analysis. *Structural Control and Health Monitoring*, 25(1).
- Rahmani, M. y Todorovska, M.I. (2014). 1D System identification of a 54-story steel frame building by seismic interferometry. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 43(4), 627–640.
- Sohn, H., Farrar, C., Hemez, F., Devin, D.S., Daniel, W.S., Brett, R.N., y Jerry, J.C. (2003). A review of structural health monitoring literature: 1996–2001. *Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS*, 1–331.
- Todorovska, M.I. y Rahmani, M.T. (2012). System identification of building by wave travel time analysis and layered shear beam models-spatial resolution and accuracy. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(5), 686–702.
- Trifunac, M., Ivanović, S., y Todorovska, M. (2003). Wave propagation in a seven-story reinforced concrete building: III. Damage detection via changes in wavenumbers. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 23(1), 65–75.