

Modelado y simulación de una red hidráulica para diagnóstico de fugas[★]

J. R. Bermúdez^{*} I. Santos-Ruiz^{*} F. R. López-Estrada^{*,1}
G. Besançon^{**,2} L. Torres^{***,****} G. Valencia-Palomo^{****}

^{*} *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, TURIX-Dynamics Grupo de Diagnóstico y Control de Sistemas Dinámicos. Carretera Panamericana km 1080, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.*

^{**} *Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP*, GIPSA-lab, 38000 Grenoble, France*

^{***} *Universidad Nacional Autónoma de México. Instituto de Ingeniería, 04510, Ciudad de México, México*

^{****} *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Hermosillo. Av. Tecnológico y Periférico Poniente S/N, 83170, Hermosillo, Sonora, México*
^{****} *Cátedras CONACyT*

Resumen: Este trabajo presenta el modelado y la simulación de una red hidráulica con cuatro nodos y dos ramificaciones que forman un sistema de distribución de agua de dos niveles. Se propone una distribución de válvulas hidráulicas que permite reconfigurar la red para el desarrollo de algoritmos en ductos simples, en redes cerradas y en redes ramificadas. Se caracteriza la red, deduciendo su modelo matemático en estado estacionario y se realizan simulaciones con el sistema de ecuaciones usando MATLAB. Los resultados demuestran que la red propuesta es factible para el diseño de algoritmos de diagnóstico de fugas, ya que bajo diferentes configuraciones y escenarios de fugas se cumple con la condición de flujo turbulento que existe en las redes presurizadas reales.

Keywords: Redes hidráulicas, fugas en tuberías, modelo de tubería, simulación, diagnóstico de fugas.

1. INTRODUCCIÓN

La seguridad y el buen funcionamiento de las redes hidráulicas es un tema de alta importancia, ya que estos sistemas son utilizados en los sectores industriales y gubernamentales para el transporte de distintas clases de fluidos como gases, hidrocarburos y agua. En este sentido, uno de los principales problemas en las redes de distribución de fluidos son las fugas hidráulicas, donde se define a éstas como una salida de caudal no controlada que ocurre en cualquier sección de la red. Una fuga ocurre cuando existe corrosión en el interior o exterior del tubo, por golpes provocados y por el robo de producto transportado (Solís Luna, 2009). Las fugas pueden tener consecuencias graves como contaminación del medio ambiente, grandes pérdidas económicas y muertes humanas por las explosiones de hidrocarburos. Las fugas ocurren con mayor frecuencia en uniones de tubos, en algunos accesorios como

codos y válvulas, y en roturas de conductos (Fuentes-Mariles et al., 2011).

Debido al fuerte impacto ambiental y social que ocasionan las fugas en los sistemas de distribución de agua es necesario reducir este problema (Doney, 2007), teniendo en cuenta que las demandas de agua aumentan a medida que la población se multiplica, y las pérdidas de agua por fugas en los sistemas de abastecimiento en las localidades cada vez se acrecentan, esto repercute en una alta inestabilidad social debido a la falta de este vital líquido. La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) realizó una encuesta en 42 ciudades de distintos países con el mayor problema de fugas en sus redes de distribución, y en la lista se encuentra principalmente Tuxtla Gutiérrez, con una pérdida de caudal del 70 %, San Luis Potosí con el 50 %, la Ciudad de México con más del 40 %, entre otras ciudades. París pierde 10 %, China está por encima del 15 % y Liverpool por encima del 20 % (OECD, 2016). Estos porcentajes de agua fugada de las redes de distribución en distintas partes del mundo, son evidencia suficiente para enfocarse en controlar los caudales fugados en las redes hidráulicas.

^{*} Agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por su financiamiento mediante el Proyecto 3595 de Atención a Problemas Nacionales.

¹ Autor de correspondencia: frlopez@ittg.edu.mx

² Institute of Engineering Univ. Grenoble Alpes

Es importante destacar que para el desarrollo de técnicas que permitan reducir fugas, es indispensable la experimentación en plantas piloto, las cuales deben emular, a escala, el comportamiento de las redes hidráulicas reales. En este contexto, se han desarrollado trabajos que se enfocan en controlar sistemas de redes hidráulicas; por ejemplo, en Van Pham et al. (2014) utilizan el método de control óptimo (RHOC) aplicado al modelo del flujo, garantizando la convergencia de las presiones en caso de transitorios; Torres et al. (2014) diseña un observador de estados mediante relaciones redundantes, siendo capaz de aislar una falla; Wang et al. (2017) emplean el control predictivo (EMPC) para controlar presiones y caudales en los nodos de demanda de una mini red propuesta. Además, se han desarrollado algoritmos en Laboratorios como el de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Verde, 2001; Torres et al., 2008), y en el laboratorio de hidráulica del CINVESTAV de Guadalajara, México (Navarro et al., 2011; Delgado-Aguinaga et al., 2016). La utilidad de estos laboratorios en el desarrollo de nuevas técnicas ha sido la motivación principal para proponer un modelo a una red hidráulica ampliada con dos tomas laterales, la cual permitirá experimentar con una red de pocos nodos simulando algunos problemas que se presentan en una red de distribución real.

En este trabajo se propone el modelado y la simulación de una red hidráulica de 200 m de longitud, con un depósito de almacenamiento de 2500 l, una bomba hidráulica de 5hp, 4 nodos en sus dos tomas laterales y válvulas para la simulación de fugas. Se presenta el diseño geométrico en el software SolidWorks replicando a la disposición del serpentín horizontal a una segunda planta mediante sus dos tomas laterales. También se describe el modelo en estado estacionario de la red hidráulica obtenido en el entorno de MATLAB. De esta manera se obtiene un prototipo único que simula una red hidráulica real que servirá de base experimental para desarrollar algoritmos de diagnóstico de fugas, además de técnicas de control aplicadas a la red para reducir el desperdicio de agua debido a estas fugas hidráulicas. Los resultados se presentan mediante la descripción de los parámetros obtenidos en condiciones de fugas y sin éstas.

2. MODELADO DE LA RED HIDRÁULICA

2.1 Fundamentos de hidráulica en redes

Una red de distribución comprende una colección de secciones de tubería interconectadas en una configuración específica, cada una con una longitud, un diámetro y una rugosidad de acuerdo al material. Las secciones de tubería pueden contener bombas y accesorios, como codos y válvulas. Los puntos finales de cada sección de tubería se identifican como *nodos de unión* o *nodos de grado fijo*. Un nodo de unión es un punto donde dos o más secciones de tubería se unen y también es un punto de consumo donde el flujo puede ingresar y salir del sistema. Un nodo de grado fijo es un punto donde se mantiene una altura piezométrica constante, como una conexión a un depósito, un tanque de almacenamiento elevado o cualquier otra

región de presión constante. En cualquier red de tuberías se cumple la siguiente relación (Wood y Rayes, 1981):

$$N_P = N_J + N_L + N_F - 1, \quad (1)$$

donde N_P es el número de secciones de tubería (también denominadas *líneas*), N_J es el número de nodos de unión, N_L es el número de bucles cerrados, y N_F es el número de nodos de grado fijo.

Por otro lado, las bombas hidráulicas se pueden describir de varias maneras. Para algunas aplicaciones, se especifica una entrada de potencia constante. Para otras aplicaciones, se adapta una curva a los datos reales de funcionamiento de la bomba. Para bombas descritas por su potencia útil P_u , la energía adicionada por la bomba entre los nodos i, j se expresa en términos del caudal por:

$$H_j - H_i = \mu P_u / Q_{ij}; \quad (2)$$

donde H es la altura piezométrica [m.c.a], μ es una constante que depende de las unidades utilizadas, y Q es el caudal [m^3/s]. Alternativamente, una bomba puede describirse por sus valores en diferentes puntos de operación; estos puntos relacionan las descargas (caudales de salida) con las diferencias de altura piezométrica a través de la bomba. Se puede ajustar un polinomio cuadrático a través de estos puntos para obtener una curva característica que describa el funcionamiento de la bomba en la forma

$$H_j - H_i = a_0 \eta^2 + b_0 \eta Q_{ij} + c_0 Q_{ij}^2, \quad (3)$$

donde a_0 , b_0 y c_0 son los coeficientes de la curva que representan el funcionamiento real cuando la bomba trabaja a velocidad máxima. Se requieren al menos tres puntos de datos para determinar los coeficientes, donde η es la proporción de la velocidad rotacional en cualquier momento, respecto de la velocidad rotacional asociada con los datos utilizados para determinar los coeficientes (Wylie y Streeter, 1983).

2.2 Pérdidas de energía y balance de masa en redes hidráulicas

Cuando hay transporte de fluido en una red hidráulica se genera una resistencia al avance debido a la rugosidad del material, donde la rugosidad relativa se define por:

$$\epsilon = k_s / d, \quad (4)$$

donde k_s es la rugosidad absoluta [mm], y d es el diámetro del ducto [mm]. Otro parámetro importante del flujo en las redes hidráulicas es el factor de fricción f , el cual depende de la geometría de la tubería y del número de Reynolds (Re). La forma de calcular f depende de la turbulencia del flujo, el cual se considera laminar cuando $Re < 2000$, y se considera turbulento cuando $Re > 4000$ (Clemente, 1989). En régimen turbulento el factor de fricción depende no sólo del número de Reynolds, sino también de la rugosidad relativa (ϵ). En la región de transición $2000 \leq Re \leq 4000$, para estimar la fricción se realiza una interpolación cúbica con los valores de frontera de ambos regímenes. Considerando ambos tipos de flujo (laminar y turbulento), el factor de fricción se calcula con:

$$f = \begin{cases} 64/Re, & Re < 2000; \\ \left(-2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right)^{-2}, & Re > 4000. \end{cases} \quad (5)$$

Cuando el sistema se encuentra en estado estacionario, es posible estimar el coeficiente de rugosidad, mediante la ecuación de Colebrook, sin embargo en la práctica se utiliza la expresión explícita de Swamee-Jain (Genić et al., 2011):

$$f = 0.25 \left(\log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3.7} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right)^{-2} \quad (6)$$

Por consiguiente, considerando la rugosidad del material y la fricción provocada por el flujo a través del ducto, se definen las pérdidas de energía de presión mediante la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$H_i - H_j = h_{ij} = fLQ_{ij}^2/2gA^2d, \quad (7)$$

donde L es la longitud [m] que recorre el fluido, h es la caída de presión [m.c.a] en el recorrido, A el área de la sección transversal [m²] del tubo, ρ es la densidad del agua [kg/m³] y g es la gravedad [m/s²]. De acuerdo con esto, es posible representar algunos parámetros de la ecuación de Darcy-Weisbach en un solo coeficiente de la forma:

$$r_{ij} = fL/(2gA^2d), \quad (8)$$

quedando la ecuación (7) como:

$$H_i - H_j = h_{ij} = r_{ij} Q_{ij}^2, \quad (9)$$

donde a r_{ij} se le denomina coeficiente de resistencia al flujo. Es importante mencionar que la longitud equivalente de los accesorios en la red hidráulica, se incluyen en la L de la ecuación (8).

En cuanto a los caudales que se distribuyen en las redes hidráulicas, se considera el principio de conservación de masa en cada nodo de la red hidráulica, presentándose en la siguiente ecuación:

$$\sum_i Q_{ij} = D_j, \quad (10)$$

donde la sumatoria considera todos los caudales que llegan al nodo j desde cualquier nodo adyacente i , y D_j es la demanda o consumo en ese nodo j . Por otra parte, para representar una fuga en cualquier punto de la red hidráulica, se utiliza la ecuación de Torricelli (Mott, 1996):

$$Q_f = \lambda_f \sqrt{H_f}, \quad (11)$$

donde Q_f es el caudal de la fuga, λ es el coeficiente de fuga y H_f es la presión en el punto donde ocurre la fuga. El coeficiente de fuga se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\lambda_f = c_d A_d \sqrt{2g}, \quad (12)$$

donde c_d es un coeficiente de descarga en la fuga y A_d es el área del orificio de la fuga. Estas ecuaciones se consideran en el modelado de redes hidráulicas.

2.3 Configuraciones de la red hidráulica propuesta

La red hidráulica que se propone está diseñada para representar tres disposiciones geométricas, esto es posible de acuerdo a la apertura y cierre de las válvulas distribuidas en el sistema; una primera configuración es la presentada en el diagrama de instrumentación de la Figura 1, donde todas las válvulas se mantendrán abiertas; una configuración adicional se logra cerrando las válvulas G1 y G2, para

obtener la forma de un ducto simple, como se muestra en la Figura 2; también puede obtenerse una configuración de ducto con dos ramificaciones cuando se cierran las válvulas G2 y G4, adquiriendo la disposición mostrada en la Figura 3. Esto hace énfasis en que la red hidráulica propuesta es reconfigurable y permitirá desarrollar algoritmos de detección de fugas y control en redes hidráulicas con diferentes topologías. La disposición física de la red (tal como quedará al terminar su construcción) se muestra en la Figura 4, considerando que el primer nivel de la red ya se encuentra construido e instrumentado (Bermúdez et al., 2017), y que se pretende extender y construir el segundo nivel mediante las ramificaciones propuestas.

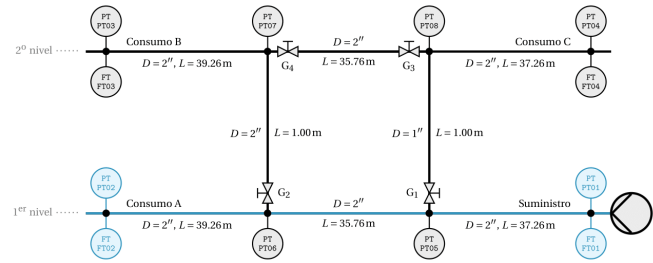


Figura 1. Configuración completa de la Red hidráulica

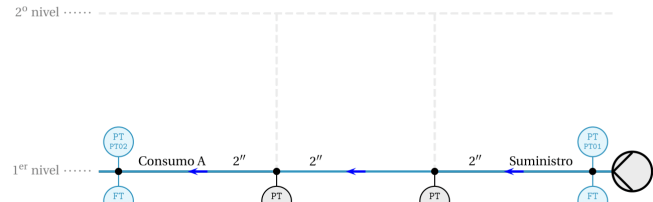


Figura 2. Configuración como ducto simple

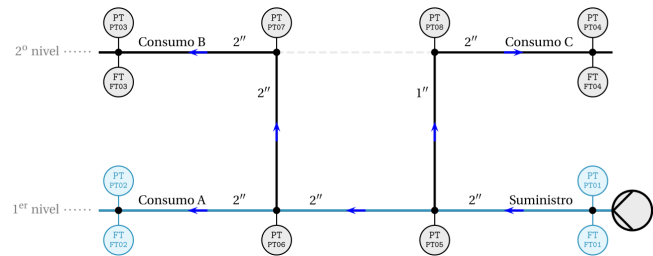


Figura 3. Configuración ramificada de la red hidráulica

2.4 Modelado de la red hidráulica propuesta

En el modelado el sistema se considera la nomenclatura mostrada en la Figura 5, donde se describen las presiones en los nodos y las direcciones (supuestas) de los flujos a través de la red.

Para modelar la red hidráulica es necesario aplicar las ecuaciones de pérdida de energía en cada línea o tubería del sistema, y realizar un balance de masa en cada nodo. Por otro lado, de acuerdo a lo mencionado anteriormente que el nivel inferior de la red es una sección construida e

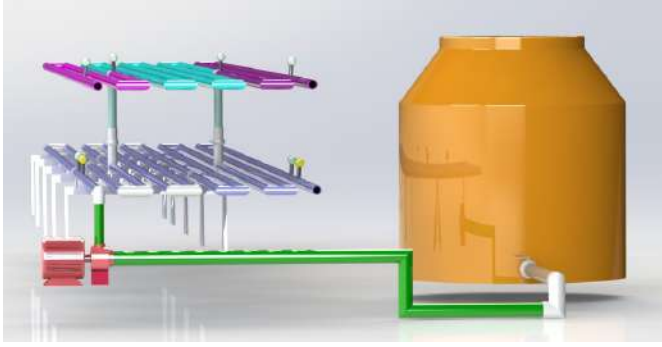


Figura 4. Vista frontal de la red hidráulica en Solidworks

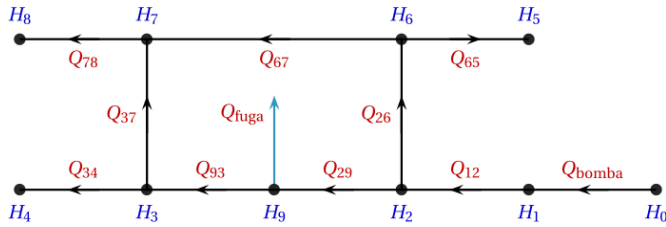


Figura 5. Nomenclatura de las variables del sistema.

instrumentada en el laboratorio de hidráulica del ITTG, se conocen los valores de altura piezométrica de acuerdo al nivel de agua del depósito (donde se almacena el flujo y recircula para desembocar en este mismo), además de la presión inicial proporcionada por la bomba hidráulica conocida a través de sensores en el primer nivel de la red, considerándose como los parámetros de frontera que provocan el flujo en la red hidráulica, y son valores conocidos en el sistema de ecuaciones que modela la red propuesta y que se resolverá de forma simultánea. Los parámetros conocidos comprenden las presiones H_0 , H_4 , H_5 , H_8 haciendo referencia a los nodos de la Figura 5, los cuales se ajustan a 1 [m.c.a], y en cuanto al nodo 1 de la bomba hidráulica H_1 los valores son de acuerdo a la curva característica generada por una presión de 5.60 [m.c.a] y un caudal de 3.83 [m^3/s], y el valor de la rugosidad del material de PVC cédula 80 es de $\epsilon = 0.0235$ [mm] calculado con la ecuación de Swamee-Jain con los valores experimentales obtenidos del ducto simple que ya se encuentra construido (Bermúdez et al., 2017). Las longitudes y los diámetros propuestos en cada región de la red se presentan en la Tabla 1. Utilizando las ecuaciones (3), (9), y (11) se obtiene un sistema de ecuaciones no lineales que serán resueltas en MATLAB, donde es posible asignar arbitrariamente diferentes valores al coeficiente de fuga λ para simular distintos escenarios sin fuga y con fuga en el nodo 9, el cual representa un orificio que introduce al modelo un nodo virtual entre los nodos 2 y 3; de esta forma, se obtendrán los valores de presión y de caudal distribuidos en toda la red hidráulica. Por consiguiente, del sistema representado en la Figura 5 se genera el siguiente conjunto de ecuaciones; para las caídas de presión en el sistema, el modelo se presenta de la siguiente forma:

$$H_0 - H_1 = F(Q_{\text{bomba}}), \quad (13)$$

$$H_1 - H_2 = r_{12} Q_{12}^2, \quad (14)$$

$$H_2 - H_9 = r_{29} Q_{29}^2, \quad (15)$$

$$H_3 - H_4 = r_{34} Q_{34}^2, \quad (16)$$

$$H_2 - H_6 = r_{26} Q_{26}^2, \quad (17)$$

$$H_6 - H_5 = r_{65} Q_{65}^2, \quad (18)$$

$$H_6 - H_7 = r_{67} Q_{67}^2, \quad (19)$$

$$H_7 - H_8 = r_{65} Q_{65}^2, \quad (20)$$

$$H_3 - H_7 = r_{37} Q_{65}^2, \quad (21)$$

$$H_9 - H_3 = r_{93} Q_{93}^2, \quad (22)$$

donde el coeficiente r_{ij} se describe en la ecuación (8). Donde F, indica que la diferencia de presiones entre los nodos 0 y 1 de la red se encuentran en función del caudal de la bomba.

Tabla 1. Dimensiones de las secciones de tubería.

Sección	Longitud (m)	Diámetro (mm)
1 → 2	37.26	48.6
2 → 9	$x^{(*)}$	48.6
9 → 3	$35.76 - x$	48.6
3 → 4	39.26	48.6
2 → 6	1.00	24.3
3 → 7	1.00	48.6
6 → 5	37.26	48.6
6 → 7	35.76	48.6
7 → 8	39.26	48.6

(*) Denota una posición de fuga arbitraria entre los nodos 2 y 3.

Considerando el balance de masa en los nodos del sistema, se genera el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$Q_{\text{bomba}} - Q_{12} = 0, \quad (23)$$

$$Q_{12} - Q_{29} = Q_{26}, \quad (24)$$

$$Q_{29} - Q_{\text{fuga}} = Q_{93}, \quad (25)$$

$$Q_{93} - Q_{34} = Q_{37}, \quad (26)$$

$$Q_{26} - Q_{65} = Q_{67}, \quad (27)$$

$$Q_{37} + Q_{67} = Q_{78}, \quad (28)$$

donde el caudal de fuga se calcula con la ecuación (11) de Torricelli:

$$Q_{\text{fuga}} = \lambda \sqrt{H_9}. \quad (29)$$

3. SIMULACIÓN

El conjunto de ecuaciones (13)–(29) obtenidas en la sección anterior es resuelto en MATLAB mediante el método de optimización no lineal denominado “región de confianza” cuyo propósito es resolver un sistema de ecuaciones $f(x) = 0$ encontrando la solución óptima mediante un proceso iterativo minimizando $\|f(x)\|^2$. La eficiencia de este método numérico se debe a su rápida convergencia (Coleman y Li, 1996).

La solución del modelo proporcionó los valores de caudal y presión en las distintas regiones de la red hidráulica. Primeramente, se realiza la simulación en la red cerrada sin considerar una fuga, y los resultados se aprecian en

la Figura 6 con los valores de presión situados en los nodos en [m.c.a], y los caudales en las líneas de la Figura en [m^3/s]. De igual manera, se realiza la simulación considerando una fuga en el nodo 9 a una distancia z con respecto al nodo 0, y los valores obtenidos se presentan en la Figura 7. En este caso, los resultados demuestran que al ocurrir una fuga las presiones disminuyen en cada nodo de la red y existen variaciones en los caudales, sin embargo el flujo en cada sección de la red hidráulica sigue siendo turbulento considerando su velocidad y sus diámetros con respecto al número de Reynolds.

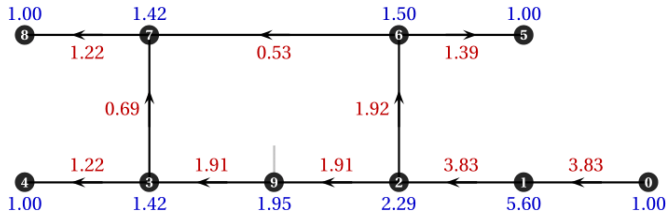


Figura 6. Alturas y caudales en la red, sin fuga.

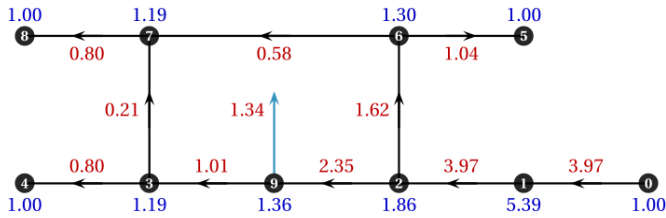


Figura 7. Alturas y caudales en la red, con fuga en el nodo 9.

La simulación cuyo resultado se muestra en la Figura 7 corresponde a una configuración específica y única de fuga. Sin embargo, al disponer del modelo matemático de la red, es posible simular condiciones variantes en el tiempo (programar consumos en los nodos que cambien durante el día y fugas que aumenten progresivamente, entre otras). Para ejecutar estas simulaciones —denominadas “de período extendido” en la literatura especializada— a partir de las ecuaciones en estado estacionario, se hace un barrido de los valores que los parámetros asumen con el tiempo usando ciclos “for”, como se muestra en el siguiente pseudocódigo:

```

params = lista_de_valores;
sols = [];
for param = params
    sol = simularRed(param);
    sols = [sols,sol];
end

```

Con la consideración anterior, se simuló la red con una fuga progresiva en el nodo 9, el cambio gradual en el coeficiente de la fuga se modeló usando una función exponencial:

$$\lambda = 1 \times 10^{-4} (1 - \exp(-t/3)) \quad [m^{5/2}s^{-1}], \quad (30)$$

donde t es el tiempo en horas. Se seleccionó esta función considerando que su evolución en el tiempo representa un

incremento desde cero hasta un valor $\lambda_{\text{máx}} = 1 \times 10^{-4}$ que correspondería a una fuga por un orificio circular de un cuarto de pulgada de diámetro, aproximadamente. En las gráficas de las Figuras 8 y 9 se muestran el aumento en el caudal y la pérdida de altura piezométrica en la salida de la bomba, respectivamente, ocasionados por la fuga. En la Figura 8 se aprecia como el caudal de la bomba Q_{bomba} representada entre los nodos 0 y 1 se mantiene constante a lo largo del tiempo cuando el sistema no presenta fuga; sin embargo, este caudal aumenta de forma exponencial cuando en el sistema presenta la fuga.

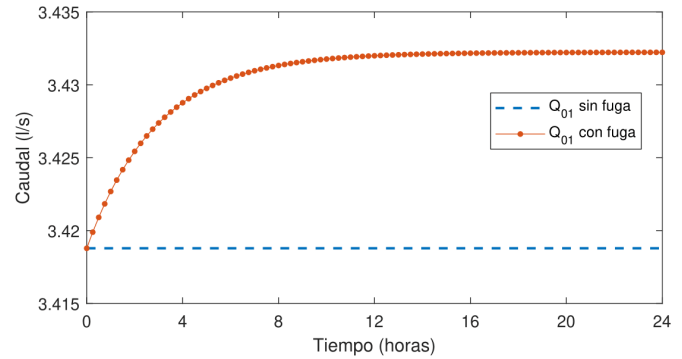


Figura 8. Incremento del caudal impulsado por la bomba, ocasionado por una fuga.

En relación a la variación de presión en el sistema por la ocurrencia de una fuga, en la Figura 9 se aprecia como la presión H_1 se mantiene constante en la ausencia de fugas en el sistema, pero disminuye cuando la fuga aparece.

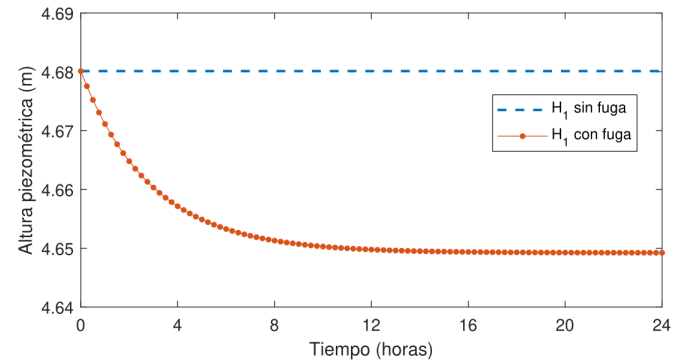


Figura 9. Pérdida de altura piezométrica en la salida de la bomba, ocasionado por una fuga.

4. CONCLUSIONES

La red hidráulica propuesta fue modelada y simulada en MATLAB, obteniéndose su sistema de ecuaciones para estado estacionario el cual fue resuelto utilizando algoritmos de optimización no lineal. Como el propósito de modelar la red hidráulica era garantizar el flujo en todas las secciones de la red se modela con un enfoque estacionario, ya que en este caso no es el objetivo analizar los efectos transitorios que ocurren en el sistema cuando existe una fuga. Además el sistema construido permitirá desarrollar algoritmos de control y diagnóstico de fugas

en este entorno de software para tres diferentes configuraciones: ductos simples, redes cerradas y ductos con ramificaciones. Los cálculos en MATLAB demostraron que la estructura de red propuesta garantiza flujo turbulento en todas sus líneas, para las distintas configuraciones, y que es factible su construcción y utilización como modelo a escala de redes presurizadas. Como trabajo futuro se ha considerado el modelado y la simulación de transitorios en este sistema, de modo que pueda ser usado en el desarrollo de técnicas de diagnóstico y control con un enfoque dinámico.

REFERENCIAS

- Bermúdez, J.R., Santos-Ruiz, I., López-Estrada, F.R., Torres, L., y Puig, V. (2017). Diseño y modelado dinámico de una planta piloto para detección de fugas hidráulicas. En *Congreso Nacional de Control Automático CNCA 2017*, volumen 1, 2–7. Asociación Mexicana de Control Automático.
- Clemente, R. (1989). Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías. *Crane, Ed. Mc GRAW-HILL*.
- Coleman, T.F. y Li, Y. (1996). An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM Journal on optimization*, 6(2), 418–445.
- Delgado-Aguñaga, J., Besançon, G., Begovich, O., y Carvajal, J. (2016). Multi-leak diagnosis in pipelines based on Extended Kalman Filter. *Control Engineering Practice*, 49, 139–148.
- Doney, K. (2007). *Leak detection in pipelines using the extended kalman filter and the extended boundary approach*. Ph.D. thesis.
- Fuentes-Mariles, O., Palma-Nava, A., y Rodríguez-Vázquez, K. (2011). Estimación y localización de fugas en una red de tuberías de agua potable usando algoritmos genéticos. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 12(2), 235–242.
- Genić, S., Arandelović, I., Kolendić, P., Jarić, M., Budimir, N., y Genić, V. (2011). A review of explicit approximations of Colebrook's equation. *FME Transactions*, 39(2), 67–71.
- Mott, R.L. (1996). *Mecánica de fluidos aplicada*. Pearson Educación.
- Navarro, A., Begovich, O., Besançon, G., y Dulhoste, J. (2011). Real-time leak isolation based on state estimation in a plastic pipeline. En *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, 953–957. IEEE.
- OECD (2016). Water Governance in Cities. *OECD Studies on Water*. URL <http://dx.doi.org/10.1787/9789264251090-en>.
- Solis Luna, N.B. (2009). *Determinación remota de fugas de gas y petróleo por medio de cámaras infrarrojas*. Ph.D. thesis.
- Torres, L., Besançon, G., y Georges, D. (2008). A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection. En *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, 3890–3894. IEEE.
- Torres, L., Verde, C., Carrera, R., y Cayetano, R. (2014). Algoritmos de diagnóstico para fallas en ductos. *Tecnología y ciencias del agua*, 5(4), 57–78.
- Van Pham, T., Georges, D., y Besançon, G. (2014). Predictive control with guaranteed stability for water hammer equations. *IEEE transactions on automatic control*, 59(2), 465–470.
- Verde, C. (2001). Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines. *Control Engineering Practice*, 9(6), 673–682.
- Wang, Y., Blesa, J., y Puig, V. (2017). Robust periodic economic predictive control based on interval arithmetic for water distribution networks. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 5202–5207.
- Wood, D.J. y Rayes, A.G. (1981). Reliability of algorithms for pipe network analysis. *Journal of the Hydraulics Division*, 107(10), 1145–1161.
- Wylie, E.B. y Streeter, V.L. (1983). *Hydraulic transients*. Ann Arbor: FEB Press.