

# Identificación paramétrica de un motor de CD utilizando el algoritmo de evolución diferencial<sup>\*</sup>

R. Cortez-Vega<sup>\*</sup> Rubén Garrido<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Departamento de Control Automático, CINVESTAV-IPN, Ciudad de México, México (rcortez@ctrl.cinvestav.mx, garrido@ctrl.cinvestav.mx)

Resumen: El presente trabajo tiene como finalidad estudiar la factibilidad del uso de enfoques heurísticos para la identificación de parámetros en sistemas dinámicos y los efectos que tienen las señales de excitación en los resultados. De forma particular se propone el uso de la técnica de *Evolución Diferencial* para identificar el modelo de un servomecanismo de corriente directa. Los parámetros identificados son comparados con los obtenidos por medio del método de *Mínimos Cuadrados* para el mismo conjunto de pruebas experimentales. Estas se llevan a cabo utilizando diversas señales de excitación para evaluar la importancia del contenido espectral en el desempeño de ambas técnicas. La comparación de desempeño se realiza mediante la implementación de un esquema de asignación de polos diseñado utilizando los parámetros identificados. Se propone como medida de desempeño la integral del error cuadrático medio del error de seguimiento producido al implementar el controlador en la misma plataforma experimental donde se obtuvieron los datos para realizar la identificación de parámetros.

*Keywords:* Motor de corriente directa, algoritmo de Evolución Diferencial, método de Ackerman, algoritmo de Mínimos Cuadrados

## 1. INTRODUCCIÓN

La identificación de los parámetros del modelo de una planta es un proceso necesario para llevar a cabo el diseño de leyes de control basadas en un modelo. El proceso de identificación de parámetros se ve afectado por la complejidad del modelo, la excitación aplicada a la planta, la disponibilidad de salidas medibles o estimables en el sistema, entre otros.

El método de identificación más utilizado en la literatura es el algoritmo de *Mínimos Cuadrados* Ding (2018). Este realiza el proceso de identificación de los parámetros mediante la construcción de una regresión lineal del modelo. Este hecho implica que el método sólo es aplicable en el caso de que el modelo pueda parametrizarse mediante una regresión lineal en los parámetros a identificar, lo cual impide su aplicación a la identificación de sistemas que no cumplen esta condición. Por otra parte, el uso de una regresión lineal simplifica su implementación digital y disminuye el costo computacional requerido convirtiéndose en una opción viable para aplicaciones en línea. Otro tipo de aproximaciones usadas para la identificación de parámetros son la realimentación mediante relevador Pandey et al. (2017), aprendizaje iterativo Verma and Peyada (2018), filtros de Kalman Soltani et al. (2018), redes neuronales Srivastava et al. (2018), Evolución Diferencial Guedes et al. (2018), enjambre de partículas Josenalde Oliveira (2018), entre otros.

De las técnicas previamente mencionadas, aquellas consistentes en métodos heurísticos (búsquedas extensivas basadas en un conjunto de reglas pre-establecidas) han tenido un amplio desarrollo en los últimos años, debido a que el proceso de identificación de parámetros no se basa en regresiones lineales. Por otra parte los métodos heurísticos presentan altos requerimientos computacionales que dificultan su implementación en tiempo real. El algoritmo de Evolución Diferencial es uno de los más utilizados debido a la simplicidad de su implementación y capacidad de tratar con todo tipo de problemas de optimización Montazeri et al. (2017), este algoritmo emula el comportamiento de una población biológica y los cambios que se producen en ésta debido al relevo generacional donde las características de los individuos corresponden a parámetros en el modelo a identificar. Esta técnica ha sido usada de forma extensa en la literatura Neri and Tirronen (2010) para realizar identificación de parámetros fuera de línea, pero no se ha publicado un estudio sobre el efecto que tienen las señales de excitación en el desempeño de éste tipo de algoritmos respecto a que tipo de señal de excitación debe ser aplicada al sistema y la fiabilidad de los resultados respecto a esta variable.

El presente trabajo tiene como finalidad el análisis experimental del comportamiento del algoritmo de Evolución Diferencial respecto a las señales de excitación aplicadas a un sistema dinámico tomando en cuenta el contenido espectral y llevar a cabo una comparación de desempeño respecto a los parámetros obtenidos con el método de Mínimos Cuadrados para el mismo conjunto de datos obtenidos de un servomecanismo de corriente directa (CD). Los parámetros identificados son evaluados mediante la

<sup>\*</sup> El autor se encuentra apoyado por una beca aportada por CONACYT-México.

implementación de una estrategia de asignación de polos para el seguimiento de una trayectoria dada, donde se utilizará el error de seguimiento como medida del desempeño de los parámetros identificados.

La estructura del trabajo es la siguiente: La sección II describe el modelado de un servomecanismo de CD y la estrategia de asignación de polos. Dentro de la sección III se describen los métodos de identificación de parámetros de Mínimos Cuadrados y de Evolución Diferencial. En la sección IV se muestran los resultados experimentales tanto de la identificación paramétrica como del seguimiento de trayectoria con la implementación del esquema de asignación de polos. Esta última se realiza utilizando los parámetros estimados con ambos métodos. Finalmente, en la sección V se presentan las conclusiones obtenidas del estudio comparativo respecto al desempeño de ambas técnicas.

## 2. MODELO DE UN SERVOMECANISMO DE CD

Un servomecanismo de corriente directa (CD) puede ser modelado como un sistema de primer orden conectado en serie con un integrador Ogata and Yang (2002), siendo la entrada el voltaje aplicado al amplificador que alimenta al motor, y la salida la posición angular del motor. El modelo correspondiente puede expresarse como:

$$J\ddot{q} + f\dot{q} = ku \quad (1)$$

donde  $J$  y  $f$  son respectivamente la inercia y la fricción viscosa del motor y de la carga que impulsa. La variable  $u$  es el voltaje de entrada al amplificador,  $k$  es una ganancia asociada al amplificador y la constante de par del motor, mientras que  $\dot{q}$  y  $\ddot{q}$  son la velocidad y aceleración angular respectivamente. Al proponerse  $a = f/J$  y  $b = k/J$  se puede reescribir el modelo como:

$$\ddot{q} + a\dot{q} = bu \quad (2)$$

Mediante el uso de la transformada de Laplace a partir de (2) se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Q(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b}{s(s+a)} \quad (3)$$

Utilizando este resultado se puede proponer una representación matricial para el modelo en la forma de variables de estado:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX + Du \end{aligned} \quad (4)$$

considerando  $X = [q, \dot{q}]^T$  y definiendo las matrices de (4) de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0] \quad D = 0 \quad (5)$$

### 2.1 Método de asignación de polos

Una manera de evaluar la calidad de los parámetros estimados es diseñar una ley de control en donde estos sean utilizados. Para este fin, basados en la expresión (4) se propone la implementación de una estrategia de asignación de polos mediante realimentación de estado:

$$u = -KX + r \quad (6)$$

donde  $K$  es el vector de ganancias para la realimentación de estado  $[k_1, k_2]$  y la variable  $r$  como la referencia para

la tarea de seguimiento. Al substituir la señal de control propuesta en el modelo (4), éste puede ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (A - BK)X + Br \\ Y &= (C - DK)X + Dr \end{aligned} \quad (7)$$

Los polos del modelo (7) se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} s_1 &= -\frac{a + bk_2}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(a + bk_2)^2 - 4bk_1} \\ s_2 &= -\frac{a + bk_2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(a + bk_2)^2 - 4bk_1} \end{aligned} \quad (8)$$

En estas se puede observar la relación de los polos asignados con los ganancias propuestas. Se propone que los polos deseados correspondan a los del polinomio:

$$P_d(s) = s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2 \quad (9)$$

donde  $\zeta$  corresponde al coeficiente de amortiguamiento y  $W_n$  la frecuencia natural del sistema en lazo cerrado.

El cálculo del vector de ganancias que permite asignar al modelo (7) la dinámica (9) se propone utilizar la formula de Ackermann:

$$K = [0, 0, \dots, 1]\mathcal{C}^{-1}\Phi(A) \quad (10)$$

donde  $\mathcal{C}$  es la matriz de controlabilidad mientras que:

$$\Phi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I \quad (11)$$

corresponde a la evaluación de (5) en (9), siendo los valores  $\alpha_i \quad \forall \quad i = 1, \dots, n$  sus coeficientes.

## 3. MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

### 3.1 Algoritmo de Mínimos Cuadrados

El modelo (2) contiene variables que no pueden ser medidas de forma directa, en particular la aceleración  $\ddot{q}$  del motor. Para generar una regresión lineal a partir de (2), se aplica la transformada de Laplace generándose la siguiente expresión:

$$s^2 Q(s) = -asQ(s) + bU(s) \quad (12)$$

donde  $Q(s) = \mathcal{L}\{q\}$  y  $U(s) = \mathcal{L}\{u\}$  corresponden a la aplicación de la transformada de Laplace sobre las variables del modelo. Una vez realizado lo anterior se define el filtro:

$$F(s) = \frac{f_2}{s^2 + f_1 s + f_2} \quad (13)$$

donde los términos  $f_1$  y  $f_2$  son constantes positivas. Al aplicar (13) en todos los términos de la expresión (12) se obtiene:

$$F(s)s^2 Q(s) = -asF(s)Q(s) + bF(s)U(s) \quad (14)$$

en donde se definen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} Q_f(s) &= F(s)Q(s) \\ sQ_f(s) &= sF(s)Q(s) \\ s^2 Q_f(s) &= s^2 F(s)Q(s) \\ U_f(s) &= F(s)U(s) \end{aligned} \quad (15)$$

Lo anterior permite reescribir (14) como:

$$s^2 Q_f(s) = -asQ_f(s) + bU_f(s) \quad (16)$$

Al aplicar la inversa de la transformada de Laplace se puede obtener un nuevo modelo que emplea los parámetros  $a$  y  $b$  con la misma estructura que el modelo original tal que:

$$\ddot{q}_f = -a\dot{q}_f + bu_f \quad (17)$$

donde  $\ddot{q}_f = \mathcal{L}^{-1}\{s^2 Q_f(s)\}$ ,  $\dot{q}_f = \mathcal{L}^{-1}\{s Q_f(s)\}$  y  $u_f = \mathcal{L}^{-1}\{U(s)\}$ , siendo estas variables estimables mediante la aplicación de filtros a las mediciones de posición  $q$ . La implementación del algoritmo de Mínimos Cuadrados es realizada mediante el análisis del modelo (17) durante los instantes de tiempo  $t = T, 2T, \dots, NT, \dots$ , donde  $T$  es el periodo de muestreo. Debido a lo anterior el modelo (17) se puede expresar como:

$$\phi(T) = \eta(T)\theta \quad (18)$$

donde  $\phi(T) = \ddot{q}_f(T)$ ,  $\eta(T) = [-\dot{q}_f, u_f]$  y  $\theta = [a, b]^T$ . La expresión (18) corresponde a una regresión lineal en donde el regresor  $\eta(T)$  contiene señales disponibles a través de la medición y filtrado de la posición del servomecanismo, y el vector  $\theta$  contiene los parámetros a estimar. Al aplicar una señal al servomecanismo se obtienen datos en cada instante de tiempo  $T = 1, 2, \dots, N-1, N$  los cuales permiten formar las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} \eta(1) \\ \eta(2) \\ \vdots \\ \eta(N-1) \\ \eta(N) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \phi(1) \\ \phi(2) \\ \vdots \\ \phi(N-1) \\ \phi(N) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Estas matrices permite estimar los parámetros del modelo mediante la siguiente expresión Isermann and Münchhof (2010):

$$\hat{\theta} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (20)$$

### 3.2 Algoritmo de Evolución Diferencial

Los algoritmos heurísticos son utilizados para la obtención de soluciones a problemas de optimización mediante búsquedas en el espacio de soluciones factibles y la evaluación de estas mediante una función de desempeño. El proceso de búsqueda consiste en elegir una solución al problema de optimización. La función de desempeño se evalúa con esta solución produciéndose un valor. Posteriormente se aplican a esta solución operadores los cuales generan un nuevo conjunto de soluciones. Cada una de ellas se evalúa mediante la función de desempeño. Si alguna de las nuevas soluciones produce un valor de la función de desempeño menor que el valor producido por la solución utilizada inicialmente, está última se descarta y se adopta la nueva solución. El proceso anteriormente descrito se vuelve a repetir hasta que se cumpla algún criterio de paro.

Dentro de estos algoritmos, el denominado Evolución Diferencial utiliza operadores que emulan el comportamiento de una población biológica y los cambios que se producen en ésta debido al relevo generacional. Se considera la premisa de que únicamente los individuos más aptos, es decir aquellos cuyas evaluaciones en la función de desempeño presentan valores menores que el promedio de la población, son capaces de transmitir sus características a la siguiente generación.

El uso de este algoritmo como identificador de los parámetros de un motor de CD consiste en la minimización de un criterio de desempeño basado en el error  $e_i = q - \hat{q}$ , donde  $q$  son las mediciones de posición del motor obtenidas experimentalmente y  $\hat{q}$  es la posición estimada por el modelo (21) al considerarse las características de los individuos como parámetros estimados  $(\hat{a}_k, \hat{b}_k)$  que corresponden a los parámetros  $(a, b)$  del modelo (2).

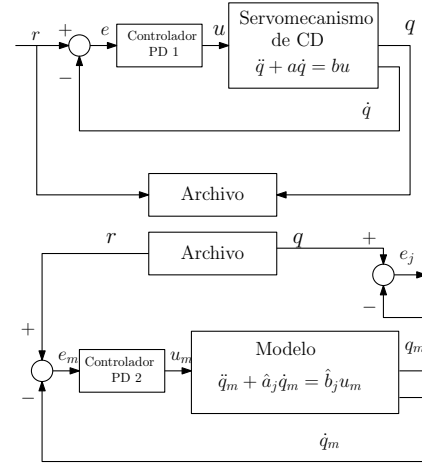


Figura 1. Proceso de evaluación de los parámetros  $\hat{a}_{kj}$  y  $\hat{b}_{kj}$  generados por el algoritmo de Evolución Diferencial.

El procedimiento estándar para la implementación del algoritmo se describe a continuación Chakraborty (2008):

- 1) Se propone que las poblaciones sean representadas por una matriz  $P_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , donde  $i$  es la iteración de la población. Esta última consta de  $m = 20$  individuos que presentan  $n = 2$  características. Se propone una población inicial  $P_0$  con características propuestas aleatoriamente tales que cumplan con  $\hat{a}_{k0} > 0$  y  $\hat{b}_{k0} > 0$ .

- 2) Inicializar  $j = 1$ .

- 3) Evaluar a los individuos de la población  $P_{j-1}$  utilizando el modelo:

$$\ddot{q}_e + \hat{a}_{kj} \dot{q}_e = \hat{b}_{kj} u_e \quad (21)$$

como se observa en la Figura (1). Se propone el uso de la siguiente función de desempeño a minimizar para el individuo  $k$ , basada en el error cuadrático ponderado:

$$E_k = \sum_{i=0}^N 10e_i^2 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (22)$$

donde  $N$  es el número de datos experimentales y  $e_i = q - q_e$ .

- 4) Se procede a seleccionar a los  $p = 6$  individuos que presenten los menores valores al evaluar la función de desempeño (22). Con éstos se propone una matriz  $S_j \in \mathbb{R}^{p \times (n+1)}$  que contiene a los individuos seleccionados y sus características incluyendo el valor de la función de desempeño, es decir  $(\hat{a}_{kkj}, \hat{b}_{kkj}, E_{kkj})$ .

- 5) Se evalúa la función siguiente:

$$E_{min,j} = \min(S_j(1, 3), S_j(2, 3), \dots, S_j(p, 3)) \quad (23)$$

para identificar la función de desempeño con el mínimo valor. Se verifica si  $|E_{min,j} - E_{min,j-1}| < \lambda$ . En caso de cumplirse esta condición se procede al paso 9, de otra forma se continua al paso 6.

- 6) Utilizando la característica  $E_{min,j}$  se verifica si  $E_{min,j} < \epsilon$ , siendo  $\epsilon$  una cota propuesta como criterio de paro. En caso de cumplirse esta condición se procede al paso 9, en caso contrario se continua al paso 7.

- 7) Los individuos de la generación  $P_j$  siguiente son producidos por medio del siguiente operador:

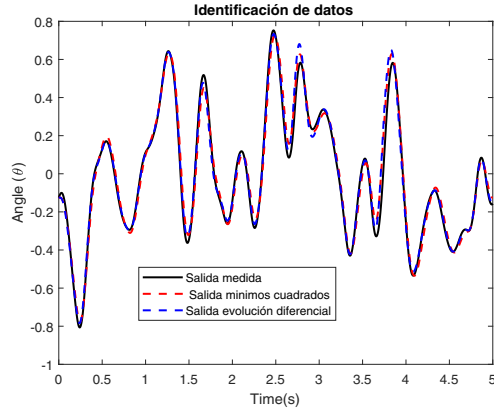


Figura 2. Evolución del modelo (2) utilizando los parámetros obtenidos mediante el algoritmo de Evolución Diferencial respecto al número de iteraciones.

$$\hat{a}_{kj} = \frac{S_j(f, 1) + S_j(g, 1)}{2} + \tau_a \quad k = 1, \dots, m \quad (24)$$

$$\hat{b}_{kj} = \frac{S_j(f, 2) + S_j(g, 2)}{2} + \tau_b \quad k = 1, \dots, m \quad (25)$$

donde  $k$  indica el individuo,  $f$  y  $g$  números enteros pertenecientes a  $[1, p]$  generados aleatoriamente que seleccionan a los individuos de  $S_j$  que transmiten sus características al nuevo individuo y  $\tau$  un factor aleatorio de variación que representa mutaciones.

**8)** Se incrementa el número de iteración  $j = j + 1$ . Se verifica si la nueva iteración cumple con  $j > \mu$  siendo  $\mu$  un criterio de paro propuesto para detener la ejecución del algoritmo en caso de que no se presente convergencia a una solución. En caso de cumplir se continua al paso **9**, en caso contrario se regresa al paso **3**.

**9)** Las características del individuo en el conjunto  $S_j$  que presenta un menor valor en la función de desempeño al momento de llevar a cabo el paro del algoritmo se presentan como la solución óptima  $\hat{a}_{kj}$  y  $\hat{b}_{kj}$  para el problema de identificación de parámetros los cuales en lo sucesivo se denominaran simplemente  $\hat{a}$  y  $\hat{b}$ .

Se observa que el número de iteraciones al momento de la terminación del algoritmo no tiene un valor fijo debido a la aleatoriedad de la población inicial  $P_0$ . La presencia de los parámetros de mutación ( $\tau_a, \tau_b$ ) en (24) y (25) produce resultados que pueden presentar variación entre diferentes ejecuciones del algoritmo a pesar de que se utiliza el mismo conjunto de datos experimentales. Se propone la ejecución del algoritmo en al menos diez ocasiones y el uso de los valores promedio de  $\hat{a}, \hat{b}$  respecto a las diferentes ejecuciones para determinar los parámetros óptimos en el proceso de identificación.

El comportamiento del modelo durante la evaluación de los parámetros estimados se ve afectado por el número de iteración donde es llevado a cabo. Se observa en la Figura 2, que al incrementarse el número de iteraciones la respuesta generada mediante el modelo (21) se asemeja a la respuesta del servomecanismo de CD generada experimentalmente.

Señal	Condición 1	Condición 2
Ruido blanco filtrado	10 Hz (f. muestreo)	0.1 (potencia)
Senoidal	0.5 Hz	0.1 rad (amplitud)
Ruido blanco más s. cuadrada	10Hz(f. muestreo) 0.5 Hz	0.1 (potencia) 0.25 rad (amplitud)

Tabla 1. Señales de excitación aplicadas al servomecanismo de CD.

## 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 4.1 Equipo y condiciones de experimentación

Se implementó el controlador digital PD para la estabilización de la plataforma de pruebas consistente de un servomecanismo de CD de la empresa Moog, modelo JDTH-2250-BQ-IC acoplado a un decodificador óptico, la velocidad es medida mediante un tacogenerador acoplado al motor, un amplificador de potencia, una etapa de aislamiento galvánico y el software Simulink de Matlab. Los algoritmos aplicados en el entorno de Simulink son codificados por medio del programa Wincon de Quanser Consulting para llevar a cabo el control en tiempo real con un periodo de muestreo de 0,001s.



Figura 3. Plataforma experimental correspondiente al servomecanismo de CD.

### 4.2 Experimentos

**Identificación de parámetros** Los datos utilizados en el proceso de identificación de parámetros se obtuvieron mediante la implementación de un controlador PD con el fin de estabilizar el servomecanismo en lazo cerrado y poder obtener los datos necesarios para ambos algoritmos de identificación de parámetros. Las ganancias seleccionadas son  $k_p = 6$  y  $k_d = 0,3$  que corresponden a la ganancia proporcional y la ganancia derivativa respectivamente.

La señal de excitación aplicada es un factor importante a ser considerado durante el proceso de identificación de parámetros debido a su riqueza espectral afecta a la identificabilidad de los parámetros en el caso del algoritmo de Mínimos Cuadrados. Es bien sabido que en este algoritmo una riqueza espectral adecuada produce una convergencia rápida de sus parámetros hacia los valores que minimizan su criterio de desempeño. Cabe preguntarse si esta condición en la riqueza espectral tiene un efecto similar sobre el desempeño del algoritmo de Evolución Diferencial. Para responder esta pregunta se proponen tres señales con diferente contenido espectral generadas en Simulink

Los parámetros identificados mediante el algoritmo de Mínimos Cuadrados y el algoritmo de Evolución Diferencial son presentados en la Tabla II.

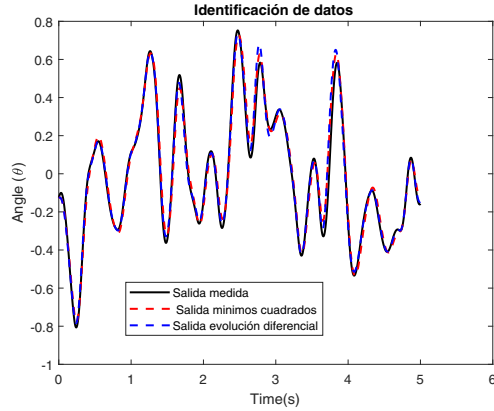


Figura 4. Comparación de las respuesta experimental del servomecanismo respecto a las respuesta obtenidas con el modelo (21) utilizando los parámetros estimados mediante ambos algoritmos.

Los parámetros identificados por ambos métodos, en la mayoría de las señales de excitación, están en los rangos  $\hat{a} \in [0.023, 1.129]$  y  $\hat{b} \in [41.050, 48.207]$ . La excepción es la señal de excitación senoidal la cual genera valores estimados fuera de estos rangos notándose especialmente en el parámetro  $\hat{b}$ .

La Figura 4 muestra tanto la respuesta experimental del servomecanismo de CD como las respuestas obtenidas utilizando el modelo (21) en el cual se emplean los parámetros óptimos estimados mediante los algoritmos de Mínimos Cuadrados y de Evolución Diferencial. Es importante notar que la Tabla II muestra una disminución respecto al número de iteraciones cuando se utiliza una señal de excitación con una amplia riqueza espectral. Al aplicar una señal de excitación de ruido blanco más una señal cuadrada se presenta una reducción del 32% respecto al número de iteraciones que se requieren utilizando la señal senoidal.

*Desempeño de los parámetros identificados en un esquema de control* El desempeño generado por los parámetros identificados es evaluado mediante la implementación de la ley control (6). Los parámetros propuestos para el polinomio (9) son  $\zeta = 0,4$  y  $W_n = 30$ , los cuales generan el siguiente polinomio característico:

$$P_d(s) = s^2 + 12s + 900 \quad (26)$$

El vector de realimentación  $K$  es calculado mediante el uso de (10). El desempeño del seguimiento de trayectoria es evaluado mediante el siguiente índice de error cuadrático:

$$E_s = \int_0^t (e(\gamma))^2 d\gamma \quad (27)$$

donde  $e(t) = r(t) - q(t)$  es el error de seguimiento,  $r(t)$  la referencia y  $q(t)$  la medición de posición del servomecanismo de CD. Otro aspecto a evaluar es la cantidad de energía utilizada por medio del siguiente índice cuadrático respecto a la señal de control aplicada:

$$U = \int_0^t (u(\gamma))^2 d\gamma \quad (28)$$

Los parámetros identificados utilizando ambos métodos, las ganancias calculadas para la realimentación de estados y los índices de desempeño correspondientes son presenta-

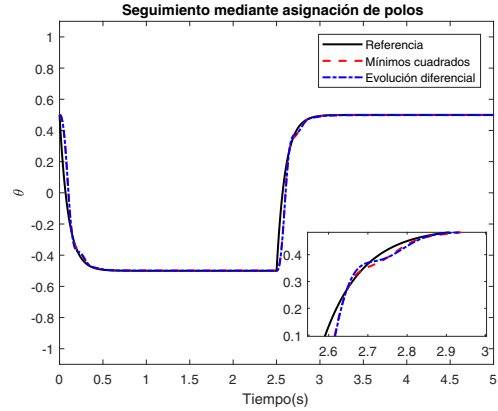


Figura 5. Seguimiento de trayectoria mediante asignación de polos calculada utilizando los parámetros obtenidos con la señal de excitación cuadrada más ruido blanco.

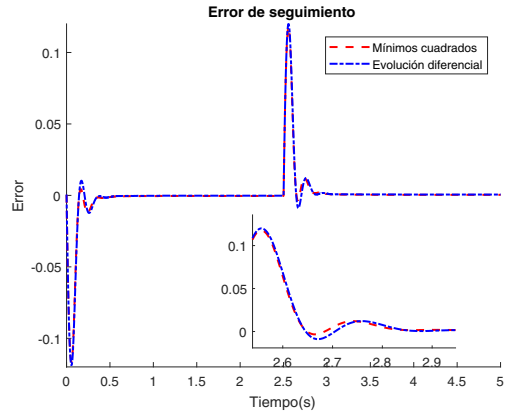


Figura 6. Error durante el proceso de seguimiento de trayectoria con los parámetros obtenidos con la señal de excitación cuadrada más ruido blanco.

dos en la Tabla II. Para el caso particular de la señal de excitación senoidal no se presentan índices de desempeño debido a que ésta genera un seguimiento de trayectoria pobre. El índice de desempeño  $E_s$  más pequeño se obtiene utilizando el algoritmo de Mínimos Cuadrados. Por otro lado, el algoritmo de Evolución Diferencial produce un índice de desempeño  $E_s$  5% mas alto que el índice correspondiente al algoritmo de Mínimos Cuadrados.

La Figura 5 muestra el seguimiento de trayectoria implementando (10) con los parámetros obtenidos mediante ambos métodos para una señal de excitación de ruido blanco más señal cuadrada. Como es de esperarse la respuesta en ambos casos es subamortiguada debido a que  $\zeta = 0,4$ . El error en el seguimiento de trayectoria se observa en la Figura 6 donde es posible notar que la diferencia en el comportamiento del error máximo no supera los 0,110 radianes en ambos casos.

A su vez la señal de control se muestra en la Figura 7. Se observa claramente que el controlador que utiliza los parámetros identificados mediante el algoritmo Mínimos Cuadrados produce una señal de control mas elevada en aproximadamente uno 20,66% respecto al requerimiento

Señal de Excitación	Algoritmo	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$k_1$	$k_2$	$E_s$	$U$	Iteraciones
Ruido blanco filtrado	Mínimos Cuadrados	0.562	41.392	-21.7433	-0.5662	178.6521	2564.7	—
Ruido blanco filtrado	Evolución Diferencial	0.023	47.857	-18.8060	-0.5010	187.6542	2125.6	85
Senoidal	Mínimos Cuadrados	2.907	31.005	-29.0276	-0.6803	—	—	—
Senoidal	Evolución Diferencial	0.670	14.194	-63.4071	-1.6437	—	—	110
Ruido blanco más s. cuadrada	Mínimos Cuadrados	0.535	41.050	-21.9241	-1.4486	179.2073	2645.7	—
Ruido blanco más s. cuadrada	Evolución Diferencial	0.053	48.059	-18.7266	-1.2473	189.5456	2187.6	74

Tabla 2. Resultados de desempeño para los parámetros identificados respecto a la señal de excitación y al algoritmo utilizado.

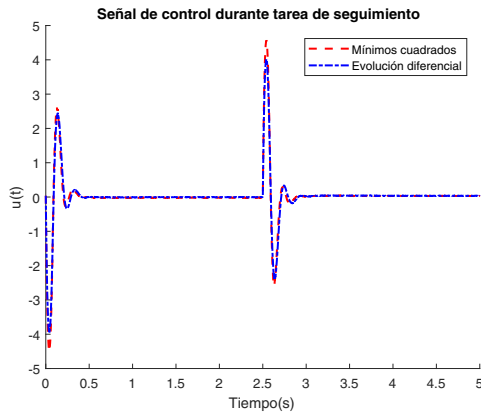


Figura 7. Señal de control durante seguimiento de trayectoria. Parámetros identificados utilizando ambos métodos.

energético al usar los parámetros identificados con el algoritmo de Evolución Diferencial.

## 5. CONCLUSIONES

Este trabajo permiten comparar el desempeño de los parámetros estimados de un servomecanismo de CD cuando se utilizan en el cálculo de una ley de control por asignación de polos. La estimación paramétrica se realiza mediante los algoritmos de Mínimos Cuadrados y de Evolución Diferencial. En ambos algoritmos, la calidad de la estimación paramétrica muestra una mejora considerable cuando se aplica una señal de excitación con amplia riqueza espectral. Este hecho es ampliamente conocido en el caso del algoritmo de Mínimos Cuadrados, sin embargo, en el caso del algoritmo de Evolución Diferencial una mayor riqueza espectral disminuye el número de iteraciones requeridas para converger a una solución óptima para el problema de indentificación de parámetros. Cabe mencionar que la relación entre la riqueza espectral y la reducción del número de iteraciones para la obtención de una solución óptima al problema de indentificación utilizando el algoritmo de Evolución Diferencial u algoritmos similares no ha sido estudiada en trabajos previos.

Los resultados experimentales muestran que el algoritmo de Evolución Diferencial produce parámetros estimados similares a los generados con el algoritmo de Mínimos Cuadrados. Además, es conveniente notar que el algoritmo de Evolución Diferencial no emplea la señal de velocidad angular del servomecanismo de CD lo que simplifica su implementación.

Los resultados de este trabajo permiten considerar al algoritmo de Evolución Diferencial como una opción adecuada

para la indentificación de parámetros en un servomecanismo de CD. Por otra parte su empleo permite vislumbrar la posibilidad de identificar modelos donde no sea posible generar un regresor lineal o que presenten un gran cantidad de parámetros, como es el caso de sistemas robóticos o sistemas con múltiples variables internas como es el caso de los bioreactores.

## ACKNOWLEDGEMENTS

Los autores agradecen el apoyo de los Ingenieros Jesús Meza y Gerardo Castro por su apoyo en la puesta a punto de la plataforma experimental.

## REFERENCIAS

- Chakraborty, U.K. (2008). *Advances in differential evolution*, volume 143. Springer.
- Ding, J. (2018). Recursive and iterative least squares parameter estimation algorithms for multiple-input-output-error systems with autoregressive noise. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 1–23.
- Guedes, J.J., Castoldi, M.F., Goedtel, A., Agulhari, C.M., and Sanches, D.S. (2018). Parameters estimation of three-phase induction motors using differential evolution. *Electric Power Systems Research*, 154, 204–212.
- Isermann, R. and Münchhof, M. (2010). *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Springer Science & Business Media.
- Josenalde Oliveira, Paulo Moura Oliveira, T.M.P. (2018). Pid posicast control for uncertain oscillatory systems: A practical experiment. In *3rd IFAC Conference on Advances in ProportionalIntegral-Derivative Control*, 0526.
- Montazeri, A., West, C., Monk, S.D., and Taylor, C.J. (2017). Dynamic modelling and parameter estimation of a hydraulic robot manipulator using a multi-objective genetic algorithm. *International Journal of Control*, 90(4), 661–683.
- Neri, F. and Tirronen, V. (2010). Recent advances in differential evolution: a survey and experimental analysis. *Artificial Intelligence Review*, 33(1-2), 61–106.
- Ogata, K. and Yang, Y. (2002). *Modern control engineering*, volume 4. Prentice hall India.
- Pandey, S., Majhi, S., and Ghorai, P. (2017). A new modelling and identification scheme for time-delay systems with experimental investigation: a relay feedback approach. *International Journal of Systems Science*, 48(9), 1932–1940.
- Soltani, M., Bozorg, M., and Zakerzadeh, M. (2018). Parameter estimation of an sma actuator model using an extended kalman filter. *Mechatronics*, 50, 148–159.
- Srivastava, M., Saini, S., and Thakur, A. (2018). Analysis and parameter estimation of microstrip circular patch antennas using artificial neural networks. In *Soft Computing: Theories and Applications*, 285–292. Springer.
- Verma, H.O. and Peyada, N. (2018). Parameter estimation of stable and unstable aircraft using extreme learning machine. In *2018 AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 0526.