

# Estimación de variables del sistema cardiovascular mediante un observador para sistemas singulares

Dulce-A. Serrano-Cruz \* Carlos-M. Astorga-Zaragoza \*  
Gerardo-V. Guerrero-Ramírez \* Carlos-D. García-Beltrán \*  
Gloria-L. Osorio-Gordillo \* Estela Ortiz-Rangel \*

\* *Tecnológico Nacional de México/ Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira s/n, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México*  
(e-mail: {alejandra.serrano17ee, astorga, gerardog, cgarcia, gloriaosorio, estela\_or}@cenidet.edu.mx).

## Resumen

En el presente trabajo se diseña un observador singular de orden completo con el propósito de estimar la presión sistémica, la presión aórtica y el flujo aórtico del corazón. Se utiliza el modelo Windkessel de cuatro elementos en su representación de espacio de estados que describe la dinámica del corazón. Así mismo, se comparan los resultados obtenidos con las curvas de presión sistémica y aórtica de una persona sana, reportados en estudios clínicos.

*Keywords:* Sistema cardiovascular, observador, modelo singular Windkessel, presión sanguínea.

## 1. INTRODUCCIÓN

En México, según la secretaría de salud, una de las principales causas de mortandad son las enfermedades de origen cardíaco, Alma Lyzzet Suarez Garza (2014). Las enfermedades cardiovasculares son un campo de investigación muy amplio, entre las más frecuentes se encuentran la arteriosclerosis (obstrucción de las arterias), presión arterial alta, arritmias (frecuencias cardíacas anormales), aneurismas (inflamación de la pared arterial) y las valvulopatías. Para diagnosticar enfermedades cardiovasculares en una etapa temprana se requiere de estudios y médicos especializados que son poco accesibles a toda la población. Para mitigar este problema se han propuesto diversas alternativas desde una perspectiva de la ingeniería, como es el caso del modelado matemático del sistema cardiovascular.

Durante los últimos años se han desarrollado distintos métodos para el análisis de señales, Gambarotta et al. (2016), Khoo (2018) y/o el modelado matemático del sistema cardiovascular, de forma parcial o total, con el objetivo de mejorar su comprensión de manera económica y no invasiva, Phillips (2011), Epstein et al. (2015). Los modelos no lineales permiten representar de manera más precisa los procesos y se consideran una herramienta útil para predicción e investigación de enfermedades cardiovasculares, Gul (2016), Vázquez et al. (2007), los cuales se apoyan en métodos de detección de fallas y monitoreo de variables no medibles basados en observadores.

Una forma de modelar los sistemas biológicos complejos son los modelos descriptivos algebraico-diferenciales Liu et al. (2008), debido a la capacidad que tienen de representar la parte dinámica y la parte estática del sistema.

El diseño de un observador permite estimar y supervisar las variables de interés, Osorio-Gordillo (2011). El diseño de observadores para sistemas descriptivos o singulares ha sido ampliamente investigado, Astorga-Zaragoza et al. (2011), Darouach (2014), Darouach and Boutayeb (1995), Osorio-Gordillo et al. (2016).

En este trabajo se presenta una nueva alternativa de representación del modelo matemático que emula el efecto Windkessel en forma singular. Este modelo representa la arteria aorta y la circulación sistémica donde se consideran las arterias, arteriolas, capilares y venas, utilizando analogías entre el sistema hidráulico cardiovascular y los sistemas eléctricos como se muestra en la Figura 1, Westerhof et al. (2009).

La presión aórtica y el flujo aórtico, son parámetros difíciles de medir en forma no invasiva, por lo que, en este trabajo, se diseña un observador singular de orden completo con el propósito de estimar estas variables y posteriormente, encontrar anomalías en el comportamiento del corazón y detectar posibles enfermedades cardiovasculares, en comparación con las curvas de presión que se encuentran reportadas en la literatura Cymberknop et al. (2013).

## 2. MODELO WINDKESSEL DE CUATRO ELEMENTOS

### 2.1 Modelo Windkessel clásico

El modelo Windkessel se considera un modelo de parámetros concentrados, fue diseñado por el fisiólogo alemán Otto Frank, quien describió la hemodinámica de los sistemas

arteriales en términos de la resistencia y la compliancia hidráulicos, Westerhof et al. (2009). Estos modelos sirven para simular el circuito cardíaco real y para investigar algunas de sus propiedades y parámetros importantes. El modelo Windkessel de dos elementos representa la resistencia y compliancia de las arterias sistémicas por medio de una resistencia y un capacitor eléctricos respectivamente y el modelo Windkessel de tres elementos considera la inercia de la sangre en la aorta con un inductor eléctrico. En este tipo de modelos se representa la presión arterial por medio de un voltaje y el flujo sanguíneo por medio de una corriente. El modelo Windkessel de cuatro elementos, como se muestra en la Figura 1, permite calcular las curvas de presión aórtica y sistémica durante la fase sistólica y la fase diastólica del ciclo cardíaco.

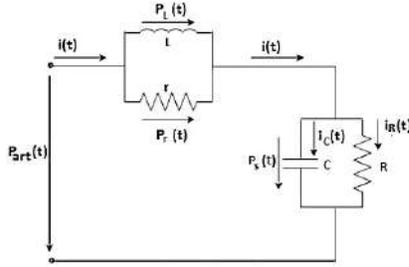


Figura 1. Modelo Windkessel de 4 elementos

Las ecuaciones que describen el sistema son:

$$\frac{dP_s(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}P_s(t) + \frac{1}{C}i(t) \quad (1)$$

$$i(t) = i_L(t) + \frac{L}{r} \frac{di_L(t)}{dt} \quad (2)$$

$$P_{art}(t) = P_s(t) + r[i(t) - i_L(t)] \quad (3)$$

Donde la corriente  $i(t)$  representa el flujo sanguíneo que pasa por la válvula aórtica, mientras que el voltaje  $P_{art}(t)$ , considerado como la salida, representa la presión arterial;  $R$  representa la suma de la resistencia de venas y arterias a la cual se denomina resistencia periférica total;  $C$  representa la compliancia de la aorta;  $r$  se refiere a la resistencia que representa la impedancia de entrada de la aorta y  $L$  es la inercia que tiene la sangre al continuar fluyendo aún después de que el impulso que le dio origen al movimiento ha desaparecido. Por otro lado  $i_c(t)$  es la corriente en el capacitor,  $i_r(t)$  es la corriente en la resistencia sistémica,  $P_L(t)$  es el voltaje en el inductor y es igual a  $P_r(t)$  que representa la presión aórtica y  $P_s(t)$  representa la presión sistémica.

## 2.2 Representación del modelo Windkessel en forma singular

El modelo matemático consta de dos ecuaciones dinámicas: ecuaciones (1) y (2) y una ecuación algebraica de salida dada por la ecuación (3). Esta última ecuación tiene dependencia de la entrada de la forma  $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ , donde  $y = P_{art}(t)$ ,  $x(t) = [P_s(t) \ i_L(t)]^T$ ,

$u(t) = i(t)$ ,  $C = [1 \ -r]$ ,  $D = r$ . Para evitar que la ecuación de la salida del sistema dependa de la entrada, se propone llevar el modelo matemático a una representación en forma singular. Para ello, además de las variables de estado  $x_1 = P_s(t)$ ,  $x_2 = i_L(t)$ , se define una nueva variable de estado  $x_3 = P_{art}(t)$ . Despejando la ecuación (3) queda:

$$0 = P_s(t) + ri(t) - ri_L(t) - P_{art}(t) \quad (4)$$

de esta manera, el sistema puede ser representado en forma singular, con la ventaja que la ecuación de la salida no dependa de la entrada.

Un sistema singular se define de forma general como Osorio-Gordillo (2011).

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5)$$

donde la matriz  $E$  es singular,  $E \in \mathbb{R}^{l \times n}$ ,  $A \in \mathbb{R}^{l \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{l \times p}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$  y  $D \in \mathbb{R}^{m \times p}$  son matrices conocidas obtenidas a través de la transformación del sistema singular y  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  y  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  son el vector de estados, la entrada y la salida respectivamente. El rango de  $E$ ,  $rank(E) = r$ , donde  $0 < r < n$  y  $n$  es el número de estados. En nuestro caso:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -r & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 1 \\ r \end{bmatrix} \quad C = [0 \ 0 \ 1] \quad u(t) = i(t)$$

A continuación damos las definiciones sobre el sistema libre de impulsos y la observabilidad de impulso del sistema (5), Osorio-Gordillo et al. (2016), Darouach (2014).

*Definición 1:* El sistema (5), con  $u(t) = 0$ , o el par  $(E, A)$  se dice que es de libre impulso, si todas las soluciones  $x(t)$  son suaves para  $t \geq 0$ , para todos los  $x(0)$  admisibles.

*Definición 2:* El sistema (5), con  $u(t) = 0$ , o la tripleta  $(C, E, A)$  se dice que es impulso-observable, si  $y(t)$  es de libre impulso para  $t \geq 0$ , solo si  $x(t)$  es de libre impulso para  $t \geq 0$ .

Considerando el sistema singular (5) se asume que el sistema es impulso-observable si:

$$rank \begin{bmatrix} E & A \\ 0 & C \\ 0 & E \end{bmatrix} = n + rank(E) \quad (7)$$

o bien

$$rank \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n \quad (8)$$

El sistema singular (5) es detectable si

$$rank \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = n, \text{Re}(s) \geq 0 \quad (9)$$

Se dice que el sistema (5) es observable si:

$$rank \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = n, \forall s \in \mathbb{C} \quad (10)$$

Se comprobó que el sistema singular compuesto por las matrices descritas en (6) cumplen con las condiciones necesarias para el diseño de un observador:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = 3 \quad (11)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sE - A \\ C \end{bmatrix} = 3, \text{Re}(s) \geq 0 \quad (12)$$

### 3. OBSERVADOR SINGULAR DE ORDEN COMPLETO

En esta sección, se presenta el diseño del observador aplicado al modelo del sistema cardiovascular. Existen diferentes enfoques para diseñar observadores para sistemas singulares, como son los observadores de orden completo o los observadores de orden reducido, Darouach and Boutayeb (1995).

#### 3.1 Diseño del Observador

En Darouach and Boutayeb (1995) se propone.

*Lema 1:* El sistema (5) es un sistema restringido equivalente a:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y^*(t) &= C^*x(t) \end{aligned} \quad (13)$$

donde

$$y = \begin{bmatrix} -Bu \\ y^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^q \quad C = \begin{bmatrix} A \\ C^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{q \times n} \quad (14)$$

con  $q = m + p - r$ .

Además, usando las transformaciones dadas en (14), es posible demostrar que se cumplen las condiciones (9) y (10). Considerando las siguientes suposiciones, Astorga-Zaragoza et al. (2011):

**(A1)** El rango  $r$  de la matriz  $E$  es menor que el número de estados  $n$ , es decir:  $\text{rank}(E) = r < n$ .

**(A2)**  $\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$

Existe una matriz no singular  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  tal que:

$$\begin{aligned} aE + bC &= I_n \\ cE + dC &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

El objetivo es diseñar un observador de orden  $n$  de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Nz + L_1y + L_2y + Gu \\ \hat{x} &= z + by + Kdy \end{aligned} \quad (16)$$

donde  $N$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $G$  y  $K$  son matrices desconocidas de dimensiones apropiadas que deben determinarse, de modo que  $\hat{x}$  converja asintóticamente a  $x$ . Por lo tanto es posible definir el error de estimación como:

$$\begin{aligned} e &= x - \hat{x} \\ e &= (a + Kc)Ex - z \end{aligned} \quad (17)$$

De modo que se satisface la ecuación:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ne + [(a + Kc)A - N(a + Kc)E - L_1C \\ &\quad - L_2C]x + [(a + Kc)B - G]u \end{aligned} \quad (18)$$

La ecuación (18) se reduce a la ecuación homogénea:

$$\dot{e} = Ne \quad (19)$$

siempre que las matrices  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $G$  y  $K$  y  $N$  satisfagan

$$G = (a + Kc)B \quad (20)$$

$$(a + Kc)A - N(a + Kc)E - L_1C - L_2C = 0 \quad (21)$$

Entonces  $\hat{x}$  convergerá asintóticamente a  $x$  si y sólo si  $N$  es una matriz de estabilidad. El problema de diseñar un observador de orden completo para sistemas singulares se reduce a encontrar las matrices  $L_1$ ,  $L_2$  y  $K$  y obtener una matriz estable  $N$  tal que las ecuaciones (20) y (21) se satisfacen. Usando (15) y (21) se puede escribir

$$\begin{aligned} (a + Kc)A - N(I_n - bc - KdC) \\ - L_1C - L_2C = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

o

$$N = (a + Kc)A - L_2C + [N(b + Kd) - L_1]C \quad (23)$$

considerando que

$$L_1 = N(b + Kd) \quad (24)$$

Se asegura que el segundo término de lado derecho de (23) sea cero, entonces la ecuación (23) se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} N &= aA + KcA - L_2C \\ &= aA + [K - L_2] \begin{bmatrix} cA \\ C \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

*Observación:* Las matrices  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  tales que (15) se pueda verificar, pueden encontrarse usando la descomposición de valores singulares (SVD) de la matriz  $\begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix}$ .

#### 3.2 Estabilidad del observador

Con el fin de asegurar la estabilidad del error de estimación (19), se considera el siguiente teorema, Astorga-Zaragoza et al. (2011). El sistema (16) es un observador para el sistema (5) si existen matrices apropiadas  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , tales que

$$\begin{aligned} e^T (A^T a^T P + PaA + A^T c^T Q^T \\ + QcA - C^T R^T - RC)e < 0 \end{aligned} \quad (26)$$

por lo que se asegura que  $\hat{x}$  convergerá asintóticamente a  $x$ .

**Demostración:** Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov para asegurar la estabilidad del error de estimación  $V(e(t)) = e^T P e$  con

$$P^T = P > 0 \quad (27)$$

La derivada de la función candidata de Lyapunov está dada por

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} \quad (28)$$

En consecuencia, la estabilidad cuadrática es garantizada si  $\dot{V} < 0 \forall e \neq 0$ . Esta condición se satisface si

$$N^T P + P N < 0 \quad (29)$$

Si existe una matriz simétrica  $P$ , adecuada para lograr que se cumpla (29). Entonces (23) se define y es equivalente a:

$$N = KcA + aA - L_2C \quad (30)$$

Remplazando  $N$  de (30) en (29) quedan la siguiente desigualdad bilineal matricial (BMI, por sus siglas en inglés)

$$\begin{aligned} A^T a^T P + PaA + A^T C^T K^T P \\ + PKcA - C^T L_2^T P - PL_2C < 0 \end{aligned} \quad (31)$$

La BMI (31) puede transformarse en desigualdades matriciales lineales (LMI, por sus siglas en inglés) tomando en cuenta que

$$Q = PK \quad (32)$$

$$R = PL_2 \quad (33)$$

La desigualdad se convierte en, (VanAntwerp and Braatz, 2000), (Junca Peláez et al., 2005).

$$\begin{aligned} A^T a^T P + PaA + A^T c^T Q^T \\ + QA - C^T R^T - RC < 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Finalmente, si existen matrices apropiadas  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , entonces se cumple (34) y, por lo tanto, el sistema (19) es estable.

Despejando de (32) y (33) obtenemos

$$K = P^{-1}Q \quad (35)$$

$$L_2 = P^{-1}R \quad (36)$$

#### 4. RESULTADOS

En la Figura 2 se muestra el diagrama a bloques del sistema singular y el observador, donde  $u(t)$  es la entrada que representa al flujo sanguíneo definido por la ecuación (37),  $y(t)$  es la salida que representa a la presión aórtica  $P_{art}$  y  $\hat{x}$  son los estados estimados que corresponden al flujo aórtico, la presión sistémica y la presión aórtica.

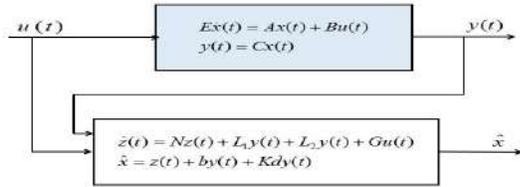


Figura 2. Diagrama a bloques del sistema y el observador

La señal de entrada  $u(t)$  está definida por la función de activación del ventrículo izquierdo, donde  $t$  es el tiempo en segundos,  $T_s$  es el tiempo que dura la sístole (contracción) en segundos y  $T$  es el tiempo que dura la diástole (relajación) en segundos, Bustamante and Valbuena (2003):

$$i(t) = I_0 \begin{cases} I_0 * \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_s}\tau\right) & \tau \in \langle 0, T_s \rangle \\ 0 & \tau \in \langle T_s, T \rangle \end{cases} \quad (37)$$

donde  $I_0 = 530ml$ ,  $T_s = 0.3s$  y  $T = 0.8s$ .

La Figura 3 muestra el comportamiento de la entrada  $i(t)$  que es el flujo sanguíneo expulsado del ventrículo izquierdo. La señal de flujo se divide en dos partes: la primera cuando el ventrículo abre la válvula aórtica y el flujo sanguíneo es de 530 mmHg y la segunda cuando la válvula está cerrada.

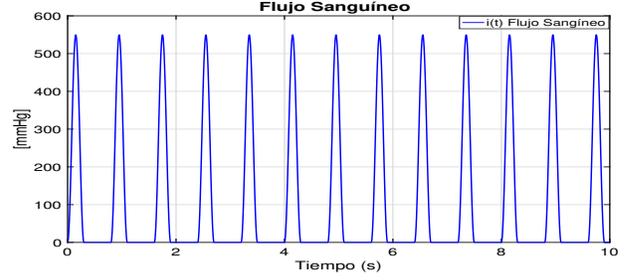


Figura 3. Flujo Sanguíneo

En esta sección se evalúa el desempeño del observador diseñado utilizando el modelo singular descrito en (6). Para la realización de los cálculos se utilizó Matlab®, la descomposición de valores singulares por medio del comando  $[S,V,D]=A$ , y las matrices del observador con la herramienta YALMILP.

#### 4.1 Obtención de las matrices para el observador

Utilizando los parámetros de la Tabla 1, se calculan las matrices del sistema singular, Kind et al. (2010).

Tabla 1. Parámetros del modelo

Parámetro	Valor	Unidades
$R$	0.95	mmHg.s/ml
$L$	0.01	mmHg.s <sup>2</sup> /ml
$C$	1.5	ml/mmHg
$r$	0.033	mmHg.s/ml

Se verificó que el rango de  $\begin{pmatrix} E \\ C \end{pmatrix}$  cumple las condiciones **A1** y **A2**, por lo que las matrices  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  que satisfacen (15) son:

$$a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, c = [0 \ 0.9], d = [0 \ 0.9] \quad (38)$$

Solucionando (27), (32), (33) y (34), se obtuvieron de las siguientes matrices:

$$P = \begin{bmatrix} 1.0664 & -0.0301 & 0.0000 \\ -0.0301 & 0.0524 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 1.0666 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} -0.1572 \\ 0.3435 \\ -76.0649 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} -0.6855 & 0.0021 & -70.1704 \\ -6.5734 & -10.6123 & 41.0016 \\ 71.3141 & -3.9936 & -0.5000 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 75.9077 \\ -3.9162 \\ -75.5316 \end{bmatrix}.$$

Se puede asegurar la estabilidad del sistema ya que los valores propios del observador, obtenidos a partir de  $N$  se ubican en el semiplano izquierdo, siendo estos:  $\lambda_1 = -0.5728$ ,  $\lambda_2 = -0.5728$ ,  $\lambda_3 = -10.6522$ .

Las ganancias del observador se muestran a continuación y se obtuvieron a partir de las ecuaciones (20), (24), (35) y (36):

$$K = \begin{bmatrix} 0.0380 \\ 6.5734 \\ -71.3141 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.8175 \\ 10.6123 \\ 3.9936 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} -70.1704 \\ 41.0016 \\ -0.5000 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 70.2084 \\ -34.4282 \\ -70.8141 \end{bmatrix}$$

#### 4.2 Pruebas de desempeño

En este apartado se muestra la simulación del modelo Windkessel de cuatro elementos en forma singular y la estimación de datos con el observador de orden completo. Para evaluar el desempeño del observador de orden completo que se presentó en la sección (3.1), se realizaron dos simulaciones de acuerdo con el sistema mostrado en la Figura 2; en la primera prueba se verificó la respuesta del sistema sin perturbación y en la segunda con perturbación. Se utilizó el método de Euler de primer orden con un paso de integración de 0.0001s para resolver las ecuaciones diferenciales del observador descritas por (16). En la Figura 4A se muestra la dinámica de la presión sistémica (línea continua) para una persona sana con una frecuencia cardíaca de 75 pulsos por minuto, la presión sistémica está definida por la presión en los vasos sanguíneos (arterias y arteriolas). Se observa que la presión sistémica durante la sístole (contracción ventricular) es de 118 mmHg y durante la diástole (relajación ventricular) la presión es de 80 mmHg. Se aprecia que el observador (línea roja) se muestra la convergencia del observador al sistema durante el primer ciclo.

En la Figura 4B se muestra el flujo aórtico que pasa a través de la válvula aórtica, se observa que durante la contracción ventricular alcanza los 200 ml y durante la relajación del ventrículo izquierdo es nulo debido a que la válvula aórtica se encuentra cerrada.

En la Figura 4C se muestra la presión aórtica. Se observa que durante la contracción ventricular alcanza una presión de 120 mmHg y durante la relajación del ventrículo izquierdo es de 80 mmHg debido a que se abre la válvula aórtica.

A mitad de la contracción y debido al cierre de la válvula aórtica, se produce una muesca en la rama descendente de la curva de presión aórtica, conocida con el nombre de incisura dicrota y marca el cierre de la válvula aórtica.

En la segunda prueba se muestra la respuesta del observador ante una perturbación transitoria manifestada por el aumento del valor de la resistencia sistémica ( $R$ ), con una duración de ocho segundos y un cambio de magnitud del 26.5%.

En la Figura 5A se observa el aumento en la presión sistémica debido a la perturbación, durante la sístole la presión es de 118 mmHg y durante la diástole la presión es de 80 mmHg.

En la Figura 5B se observa un decremento en el flujo aórtico de 3 ml durante la sístole ante la presencia de la perturbación.

En la Figura 5C se observa el aumento de la presión aórtica. Durante la sístole la presión es de 125 mmHg y durante la diástole, la presión es de 84.9 mmHg.

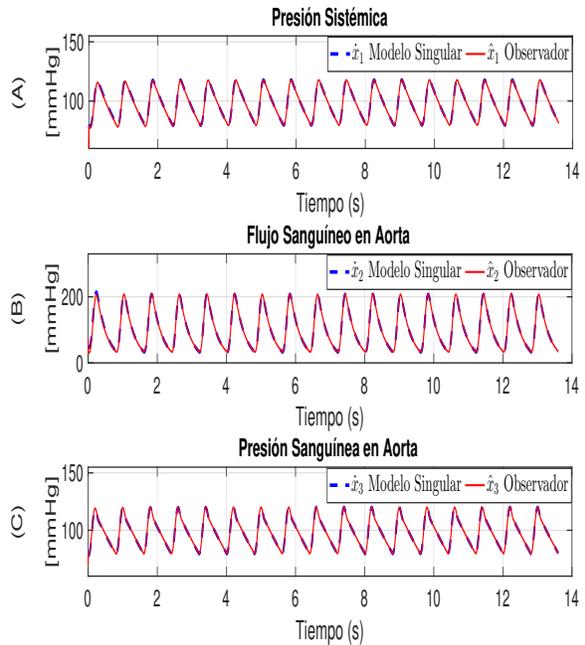


Figura 4. Gráfica de presiones y flujo del sistema cardiovascular de una persona normotensa

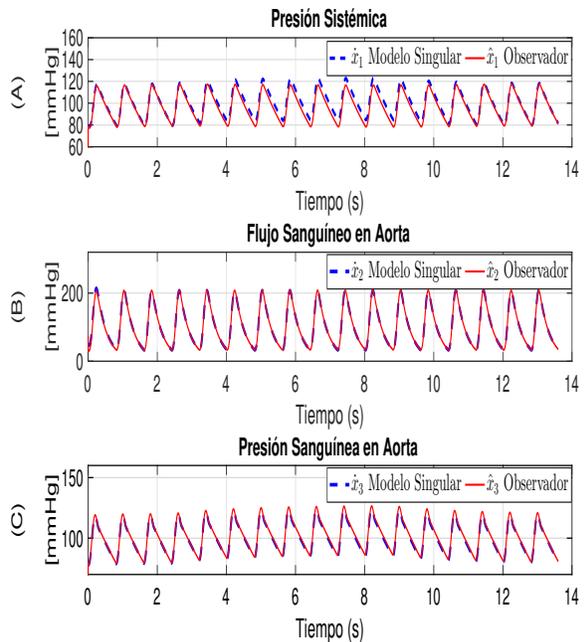


Figura 5. Gráfica de presiones del sistema cardiovascular de una persona normotensa con perturbación provocada por estrangulación en la arteria carótida.

## 5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se propone una representación singular del modelo Windkessel de cuatro elementos que permite representar la aorta y la circulación sistémica del sistema cardiovascular. La ventaja de esta nueva representación es que se evita la dependencia de la entrada en la salida del sistema, lo que facilita el diseño del observador. Se compara el desempeño del modelo mediante las curvas de presión sistémica, presión aórtica y flujo aórtico, las cuales corresponden a los datos clínicos reportados para una persona adulta sana, Zócalo et al. (2012).

El diseño del observador singular de orden completo para el modelo Windkessel permite estimar la presión sistémica, la presión aórtica y el flujo aórtico del corazón, sin necesidad de utilizar dispositivos de medición, para lo cual se corrobora que el observador de orden completo, diseñado específicamente para sistemas singulares, se aproxima al modelo propuesto con un error que tiende asintóticamente a cero. Se observa que el desempeño del observador ante la presencia de una perturbación transitoria, producida por el aumento de la resistencia sistémica, converge de manera rápida a la respuesta del sistema.

Con el cambio de la resistencia sistémica se genera un aumento en la presión sistémica y aórtica y el flujo aórtico disminuye generando la respuesta que se esperaba ante esta situación.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CENIDET y al Tecnológico Nacional de México por el apoyo para la realización de la presente investigación en el marco del proyecto TecNM 6377.18-P. Dulce Alejandra Serrano Cruz agrade a CONACYT por la beca de maestría proporcionada.

## REFERENCIAS

Alma Lyzzet Suarez Garza, M.A.P.G. (2014). Estimación frecuencial en señales biológicas mediante modulación en frecuencia. *Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA*, 130–135.

Astorga-Zaragoza, C.M., Theilliol, D., Ponsart, J.C., and Rodrigues, M. (2011). Observer synthesis for a class of descriptor lpv systems. In *American Control Conference (ACC), 2011*, 722–726. IEEE.

Bustamante, J. and Valbuena (2003). Análisis y Modelado Cardiovascular. *Revista Colombiana de Cardiología*, 10(5), 229–239.

Cymbarknop, L.J., Legnani, W., Pessana, F.M., and Armentano, R.L. (2013). Procesamiento no lineal de señales cardiovasculares: marco conceptual para la detección de patologías. 11–28.

Darouach, M. and Boutayeb, M. (1995). Design of observers for descriptor systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 40(7), 1323–1327.

Darouach, M. (2014). Observers and observer-based control for descriptor systems revisited. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59(5), 1367–1373.

Epstein, S., Willemet, M., Chowienzyk, P.J., and Alastruey, J. (2015). Reducing the number of parameters in

1d arterial blood flow modeling: less is more for patient-specific simulations. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 309(1), H222–H234.

Gambarotta, N., Aletti, F., Baselli, G., and Ferrario, M. (2016). A review of methods for the signal quality assessment to improve reliability of heart rate and blood pressures derived parameters. *Medical & biological engineering & computing*, 54(7), 1025–1035.

Gul, R. (2016). *Mathematical Modeling and Sensitivity Analysis of Lumped-Parameter Model of the Human Cardiovascular System*. Ph.D. thesis, Freie Universität Berlin.

Junca Peláez, M., Grisales Palacio, V.H., and Gauthier Sellier, A. (2005). Introducción a las Desigualdades Lineales Matriciales y su Aplicación en Control Automático. *Ingeniería*, 10(2).

Khoo, M.C. (2018). *Physiological control systems: analysis, simulation, and estimation*. John Wiley & Sons.

Kind, T., Faes, T.J., Lankhaar, J.W., Vonk-Noordegraaf, A., and Verhaegen, M. (2010). Estimation of three- and four-element windkessel parameters using subspace model identification. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 57(7), 1531–1538.

Liu, P., Zhang, Q., Yang, X., and Yang, L. (2008). Passivity and optimal control of descriptor biological complex systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(Special Issue), 122–125.

Osorio-Gordillo, G.L., Darouach, M., Astorga-Zaragoza, C.M., and Boutat-Baddas, L. (2016). New dynamical observers design for linear descriptor systems. *IET Control Theory & Applications*, 10(17), 2223–2232.

Osorio-Gordillo, G.L. (2011). Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica. *Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Departamento de Ingeniería Electrónica*.

Phillips, C.M.L. (2011). *A simple lumped parameter model of the cardiovascular system*. Ph.D. thesis, Colorado State University. Libraries.

VanAntwerp, J.G. and Braatz, R.D. (2000). A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequalities. *Journal of Process Control*, 10(4), 363–385.

Vázquez, T.d.J.D., Mirón, A.O., and Luna, J.S. (2007). Detección de fallas usando observadores no lineales.

Westerhof, N., Lankhaar, and Jan-Willem, B.E. (2009). The arterial windkessel. *Medical & biological engineering & computing*, 47(2), 131–141.

Zócalo, Y., Bia, D., Farro, I., Torrado, J., Farro, F., Armentano, R.L., and Lluberás, R. (2012). Presión aórtica central y parámetros de reflexión de onda: Importancia clínica y análisis de consistencias y discrepancias con niveles de presión periférica. *Revista Uruguaya de Cardiología*, 27(3), 418–430.