Memorias del Congreso Nacional de Control Automático
ISSN: 2594-2492

Control de un convoy de robots móviles con tiempo variable de separación

C. A. Domínguez-Ortega, R. D. Cruz-Morales, A. Rodríguez-Angeles, M. Velasco-Villa.

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica Av. IPN 2508, San Pedro Zacatenco, 07360, Ciudad de México, México (e-mail: carlos.dominguez,rdcruz,aangeles,velasco@cinvestav.mx).

Resumen: En este documento se propone una estrategia de control para un convoy de n robots móviles tipo (2,0), donde cada robot será el líder para el robot que esté detrás de él, formando una cadena de vehículos. Esta estrategia se enfoca en mantener un tiempo variable de separación, $\tau_i(t)$, entre los robots, el cual mejora el rendimiento del convoy cuando se compara con un esquema de separación de distancia fija o un tiempo constante de separación, además de que garantiza que no existan colisiones entre los miembros del pelotón. El tiempo variable de separación se obtiene mediante un esquema basado en campos potenciales artificiales y mediante el diseño de un observador de retraso de entrada se estiman la trayectoria, posiciones y velocidades de cada robot líder retrasadas $\tau_i(t)$ unidades de tiempo, las cuales servirán como referencia para los robots seguidores y así evitar el uso de aproximaciones de las velocidades. El rendimiento de la estrategia se evalúa mediante simulaciones numéricas.

Palabras clave: Robots móviles, separación variable, tiempo variable de separación, convoy, observador de retraso de entrada.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha incrementado el estudio de vehículos autónomos que viajan en una formación de convoy en una carretera, la principal razón es que tiene el potencial para reducir la carga de trabajo del conductor, aumentar el rendimiento del tráfico y mejorar la seguridad vial. Se han realizado varios trabajos para demostrar este potencial, por ejemplo, en Caveney (2010), se estudian los beneficios del uso de vehículos cooperativos equipados con diferentes sensores con el objetivo de reducir el número de colisiones vehiculares y muertes relacionadas. En Lammert et al. (2016), se ha reportado sobre el ahorro de combustible en una cadena de camiones, donde si existe una distancia de separación muy corta entre los vehículos, se reduce la resistencia aerodinámica lo que implica el ahorro de combustible y aumenta el rendimiento del pelotón y del tráfico. Por estas razones, existe un interés importante en el control de la separación entre los vehículos.

Varios autores han tratado el problema de controlar un convoy de vehículos mediante el uso de diferentes enfoques. En Stüdli et al. (2017), se obtiene una ley de control para mantener una separación inter-vehicular constante, enfocándose en la estabilidad del convoy y la amplificación de las perturbaciones si la longitud del convoy aumenta. En Ariffin et al. (2015), se implementa un controlador longitudinal y un Control Crucero Adaptativo Cooperativo (CACC) con una política de separación constante entre vehículos, además se prueba una estructura de comunicación que transmite la velocidad y la aceleración a lo largo del pelotón. Un análisis de la estabilidad del convoy y del uso de separaciones de distancia fija es realizado en Arefizadeh et al. (2018), donde se muestran las limitaciones de un esquema de separación constante al momento de un seguimiento de velocidades.

En Naus et al. (2010) y Ploeg et al. (2015), han demostrado que la eficiencia del tráfico se mejora con una distancia variable entre los vehículos debido a que cuando el pelotón se mueve con una velocidad pequeña, no es necesario mantener una separación fija y esta se puede reducir a una distancia muy pequeña para mantener la estabilidad de la formación. Debido a esto el uso de un tiempo de separación, que depende de las velocidades de los robots, se ha convertido en una buena opción para mejorar el rendimiento del convoy. En Naus et al. (2010), se diseña un sistema CACC desde un enfoque de dominio de frecuencia. Además, muestra que hay estabilidad en el convoy con pequeñas distancias entre vehículos. En Wang and Nijmeijer (2015), se presenta un control que minimiza el error de espaciado con un tiempo de separación constante, analizando la estabilidad de la cadena para garantizar el correcto funcionamiento. Cruz et al. (2016) controla un convoy de robots móviles para mantener un tiempo de separación constante, considerando un modelo cinemático de los vehículos y un observador de retraso de entrada. Sin embargo, la mayoría de estos esquemas considera que las velocidades no deben acercarse a cero, ya que la separación entre vehículos también lo hará y podría existir una colisión. Es por eso que, en este trabajo se presenta un esquema de control de un convoy con un

 Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx

tiempo variante de separación, que sea proporcional a la velocidad del convoy mientras que asegura que no existan colisiones entre los miembros de la formación, al estar basado en campos potenciales artificiales.

El resto del documento se presenta de la siguiente manera: primero, se formula el problema principal y se presenta el modelo cinemático de un robot móvil tipo (2.0). En la siguiente sección, se analiza la propuesta de tiempo variable de separación, se continúa con el diseño del observador y la estrategia de navegación, luego se llevan a cabo simulaciones numéricas para mostrar la efectividad de la estrategia. Finalmente, se dan algunas conclusiones.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considerando un pelotón de n robots móviles tipo (2.0), en el que, el robot $i = 1$ sigue una trayectoria en el plano X-Y, y en donde en esta formación cada robot será líder del robot detrás de él, hasta el final de la cadena. Cada robot seguidor realizará la trayectoria retrasada un intervalo de tiempo variante de su respectivo robot líder, con el objetivo de mantener una separación variante entre ellos evitando colisiones entre los miembros de la cadena. Para obtener la trayectoria retrasada, se diseña un observador de entrada retrasada en función de la posición de cada robot líder. La formación descrita se representa en la Fig. 1. Se tiene como objetivo que los robots seguidores realicen la trayectoria dada por los observadores mientras se evitan las colisiones.

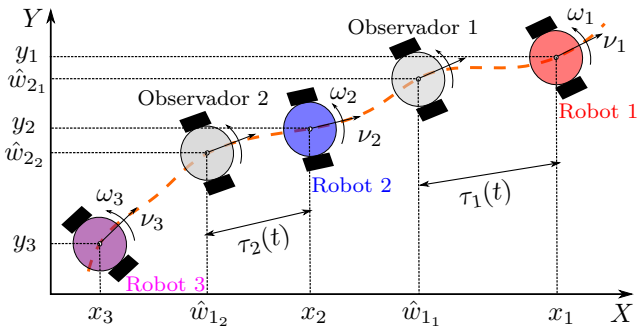

Fig. 1. Convoy de 3 robots móviles y 2 observadores.

2.1 Modelo cinemático

Considere un robot móvil tipo (2,0) como el que se muestra en la Fig. 2 y su modelo cinemático dado por Canudas et al. (1996),

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \nu_i(t)\cos(\theta_i) \\ \dot{y}_i(t) &= \nu_i(t)\sin(\theta_i) \\ \dot{\theta}_i(t) &= \omega_i(t) \end{aligned} \tag{1}$$

donde $[x_i(t), y_i(t)]$ son las coordenadas del punto medio del eje de las ruedas del robot, $\theta_i(t)$ la orientación con respecto al eje X y $\nu_i(t), \omega_i(t)$ son las velocidades lineal y angular respectivamente, con $i = 1, 2...n$.

Se supone que el robot es un mecanismo sólido y rígido que se mueve sobre una superficie plana sin deslizarse, los ejes de las ruedas son perpendiculares al suelo donde se

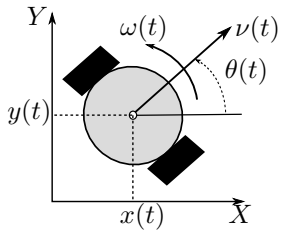

Fig. 2. Robot móvil tipo (2,0).

mueve, el robot debe moverse solo por las velocidades ejercidas por las ruedas y que la restricción no-holonómica,

$$\dot{x}_i(t)\sin(\theta_i) - \dot{y}_i(t)\cos(\theta_i) = 0 \tag{2}$$

se respeta todo el tiempo.

3. INTERVALO DE TIEMPO VARIANTE DE SEPARACIÓN

Se desea que la cadena de robots mantenga una separación entre ellos que se adapte a la velocidad del robot líder, ya que si se reduce la distancia entre los vehículos, se reduce el tamaño del pelotón y se mejora el rendimiento del convoy. En Cruz-Morales et al. (2018), se presenta un esquema basado en un tiempo de separación constante, donde la distancia entre cada robot seguidor y su robot líder es proporcional a las velocidades del robot líder, sin embargo, si las velocidades del robot líder se aproximan a cero, la distancia entre ellas también lo hace y existiría una colisión. Debido a esto, se propone un tiempo variante de separación, $\tau_i(t) > 0$, que reduzca la distancia entre los miembros de la cadena mientras evita posibles colisiones. Para el diseño del esquema de separación variante se toma en consideración la siguiente suposición.

Suposición 1. - El intervalo de tiempo variante, $\tau_i(t)$ y su derivada del tiempo $\dot{\tau}_i(t)$ están acotados $\forall t$, esto es $sup\{\tau_i(t)\} \leq \bar{\tau}_i$ y $sup\{\dot{\tau}_i(t)\} \leq \mu_i$ con $\bar{\tau}_i, \mu_i \in \mathbb{R}_+$.

Considerando la Suposición 1, se propone un intervalo de tiempo variante de separación de la forma,

$$\tau_i(t) = t_{s_i} + t_{c_i}(t) \tag{3}$$

donde t_{s_i} es un intervalo constante de separación y $t_{c_i}(t)$ un intervalo variante que puede incrementarse cuando el robot i y el robot $i+1$ se aproximan entre sí.

Para $t_{c_i}(t)$, se implementa una estrategia basada en la distancia entre los vehículos inspirada en los campos potenciales artificiales presentados en Khatib (1985),

$$t_{ci}(t) = \begin{cases} 0 & \text{sí } d_i(t) > r_{c_i} \\ \dfrac{\alpha_i}{2}\left(\dfrac{1}{d_i(t)} - \dfrac{1}{r_{c_i}}\right)^2 & \text{sí } d_i(t) \leq r_{c_i} \end{cases} \tag{4}$$

donde r_{c_i} es el radio de la zona de influencia producido por el robot $i+1$, α_i es una constante de proporcionalidad y $d_i(t)$ es la distancia Euclidiana entre el robot i y el robot $i+1$, calculada como,

$$d_i(t) = \sqrt{[x_i(t) - x_{i+1}(t)]^2 + [y_i(t) - y_{i+1}(t)]^2}. \tag{5}$$

La derivada del tiempo del intervalo variante $\tau_i(t)$ está dada por $\dot{\tau}_i(t) = \dot{t}_{c_i}(t)$ por lo que se tiene que,

$$\dot{\tau}_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{sí } d_i(t) > r_{c_i} \\ \left(\dfrac{\alpha_i}{r_{c_i}} - \dfrac{\alpha_i}{d_i(t)}\right)\left(\dfrac{\dot{d}_i(t)}{d_i^2(t)}\right) & \text{sí } d_i(t) \leq r_{c_i} \end{cases} \tag{6}$$

Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx

donde,

$$\dot{d}_i(t) = \frac{a(t) + b(t)}{\sqrt{[x_i(t) - x_{i+1}(t)]^2 + [y_i(t) - y_{i+1}(t)]^2}} \tag{7}$$

con

$$\begin{aligned} a(t) &= [x_i(t) - x_{i+1}(t)][\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)] \\ b(t) &= [y_i(t) - y_{i+1}(t)][\dot{y}_i(t) - \dot{y}_{i+1}(t)]. \end{aligned} \tag{8}$$

Note que el tiempo variante de separación aumentará su magnitud afectando el comportamiento del robot $i+1$, solo cuando los robots se acerquen demasiado entre sí, evitando colisiones como se ejemplifica en la Fig. 3.

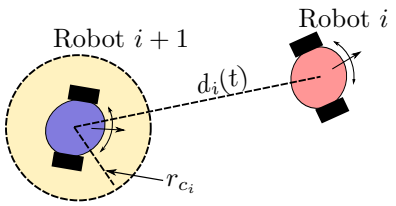

Fig. 3. Campo potencial artificial.

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Para obtener la trayectoria retrasada llevada a cabo por el robot i, se diseña un observador para estimar la posición, orientación y velocidades del robot líder. Para el diseño del observador, se tienen en cuenta las siguientes suposiciones:

Suposición 2. - Los estados del robot i, $[x_i(t), y_i(t), \theta_i(t)]$ están disponibles para su medición instantánea $\forall t$.

Suposición 3. - Las señales de control, $[\nu_i(t), \omega_i(t)]$ están acotadas $\forall t$, esto es $sup\{\nu_i(t)\} \leq \bar{\nu}_i$ y $sup\{\omega_i(t)\} \leq \bar{\omega}_i$ con $\bar{\nu}_i, \bar{\omega}_i \in \mathbb{R}_+$.

Considerando el tiempo de retraso dado por el intervalo de tiempo variante $\tau_i(t)$ como,

$$\phi_i(t) = t - \tau_i(t) \tag{9}$$

se definen los estados a estimar por el observador como,

$$\begin{aligned} w_{1_i}(t) &= x_i(\phi_i) = x_i(t - \tau_i(t)) \\ w_{2_i}(t) &= y_i(\phi_i) = y_i(t - \tau_i(t)) \\ w_{3_i}(t) &= \theta_i(\phi_i) = \theta_i(t - \tau_i(t)) \end{aligned} \tag{10}$$

que son la posición y orientación del robot líder i, retrasados un intervalo $\tau_i(t)$ y que son conocidas cuando $t > \tau_i(t)$ debido a la Suposición 2.

Considerando el modelo cinemático (1) se tiene que la derivada del tiempo de los estados (10) es,

$$\begin{aligned} \dot{w}_{1_i}(t) = \dot{x}_i(\phi_i) &= \frac{\partial x_i}{\partial \phi_i}\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \nu_i(\phi_i)\cos(\theta_i(\phi_i))\dot{\phi}_i(t) \\ \dot{w}_{2_i}(t) = \dot{y}_i(\phi_i) &= \frac{\partial y_i}{\partial \phi_i}\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \nu_i(\phi_i)\sin(\theta_i(\phi_i))\dot{\phi}_i(t) \\ \dot{w}_{3_i}(t) = \dot{\theta}_i(\phi_i) &= \frac{\partial \theta_i}{\partial \phi_i}\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \omega_i(\phi_i)\dot{\phi}_i(t) \end{aligned} \tag{11}$$

donde,

$$\dot{\phi}_i(t) = [1 - \dot{\tau}_i(t)]. \tag{12}$$

Tomando en cuenta lo anterior se puede definir un sistema virtual de referencia para el observador de la forma,

$$\begin{aligned} \dot{w}_{1_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\nu_i(\phi_i)\cos(w_{3_i}) \\ \dot{w}_{2_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\nu_i(\phi_i)\sin(w_{3_i}) \\ \dot{w}_{3_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\omega_i(\phi_i). \end{aligned} \tag{13}$$

Considerando el sistema (13) se propone un observador que estime los estados retrasados de la forma,

$$\begin{aligned} \dot{\hat{w}}_{1_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\nu_i(\phi_i)\cos(\hat{w}_{3_i}) + \lambda_{1_i}e_{w_{3i}}(t) \\ \dot{\hat{w}}_{2_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\nu_i(\phi_i)\sin(\hat{w}_{3_i}) + \lambda_{2_i}e_{w_{3i}}(t) \\ \dot{\hat{w}}_{3_i}(t) &= \dot{\phi}_i(t)\omega_i(\phi_i) + \lambda_{3_i}e_{w_{3i}}(t) \end{aligned} \tag{14}$$

donde λ_{1_i},λ_{2_i},$\lambda_{3_i} \in \mathbb{R}_+$ y $e_{w_{1i}}(t), e_{w_{3i}}(t)$ y $e_{w_{3i}}(t)$ son los errores de observación dados por:

$$\begin{aligned} e_{w_{1i}}(t) &= w_{1_i}(t) - \hat{w}_{1_i}(t) \\ e_{w_{2i}}(t) &= w_{2_i}(t) - \hat{w}_{2_i}(t) \\ e_{w_{3i}}(t) &= w_{3_i}(t) - \hat{w}_{3_i}(t). \end{aligned} \tag{15}$$

4.1 Análisis del error de observación

Para facilitar el análisis del error de observación (15), se realiza un cambio de coordenadas definido como,

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{1_i}(t) \\ \epsilon_{2_i}(t) \\ \epsilon_{3_i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(w_{3_i}) & \sin(w_{3_i}) & 0 \\ -\sin(w_{3_i}) & \cos(w_{3_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{w_{1i}}(t) \\ e_{w_{2i}}(t) \\ e_{w_{3i}}(t) \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Tomando la derivada del tiempo del error en nuevas coordenadas (16) y considerando $\lambda_i = \lambda_{1_i} = \lambda_{2_i}$ se tiene que la dinámica de las nuevas coordenadas del error es,

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{1_i}(t) =& \dot{\phi}_i(t)[\nu_i(\phi_i)2\sin^2\left(\frac{\epsilon_{3_i}}{2}\right) + \omega_i(\phi_i)\epsilon_{2_i}(t)] - \lambda_i\epsilon_{1_i}(t) \\ \dot{\epsilon}_{2_i}(t) =& \dot{\phi}_i(t)[\nu_i(\phi_i)\sin(\epsilon_{3_i}) - \omega_i(\phi_i)\epsilon_{1_i}(t)] - \lambda_i\epsilon_{2_i}(t) \\ \dot{\epsilon}_{3_i}(t) =& -\lambda_{3_i}\epsilon_{3_i}(t). \end{aligned} \tag{17}$$

Las propiedades de convergencia de los errores de observación se presentan en el siguiente Lema:

Lema 1. - Si las Suposiciones 1 y 3 se cumplen y λ_{1_i},λ_{2_i},$\lambda_{3_i} > 0$, entonces, los estados $\hat{w}_{j_i}$ y sus derivadas $\dot{\hat{w}}_{j_i}$ definidos por el observador (17) convergen exponencialmente a la trayectoria del robot i retrasada $\tau_i(t)$ unidades de tiempo.

Demostración 1. Note que para $\lambda_{3_i} > 0$,

$$\dot{\epsilon}_{3_i}(t) = -\lambda_{3_i}\epsilon_{3_i}(t)$$

converge exponencialmente. El problema se reduce a probar la convergencia de $\epsilon_{1_i}(t)$ y $\epsilon_{2_i}(t)$ por lo que se define,

$$\dot{\bar{\epsilon}}_i(t) = [\dot{\epsilon}_{1_i}(t)\ \ \dot{\epsilon}_{2_i}(t)]^T \tag{18}$$

con una dinámica de la forma,

$$\dot{\bar{\epsilon}}_i(t) = A_i(t)\bar{\epsilon}_i(t) + G_i(\epsilon_{3_i}, \hat{w}_i)\nu_i(\phi_i)\dot{\phi}_i(t) \tag{19}$$

donde,

$$A_i = \begin{bmatrix} -\lambda_i & \omega_i(\phi_i)\dot{\phi}_i(t) \\ -\omega_i(\phi_i)\dot{\phi}_i(t) & -\lambda_i \end{bmatrix}$$

$$G_i(\epsilon_{3_i}, \hat{w}_i) = \begin{bmatrix} 2\sin^2(\frac{\epsilon_{3_i}}{2}) \\ \sin(\epsilon_{3_i}) \end{bmatrix}.$$

Note que,

$||G_i(\epsilon_{3_i}, \hat{w}_i)\nu_i(\phi_i)\dot{\phi}_i|| \leq ||G_i(\epsilon_{3_i}, \hat{w}_i)||||\nu_i||\dot{\tau}_i| \leq \beta_i|\epsilon_{3_i}|\bar{\nu}_i\mu_i$

con $\beta_i > 0$. Por lo que el término $G_i(\epsilon_{3_i}, \hat{w}_i)$ es una señal desvaneciente del sistema (19) conforme $\epsilon_{3_i} \to 0$

Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx

sin importar la convergencia de los estados $\epsilon_{1_i}(t)$ y $\epsilon_{2_i}(t)$. Esto implica que la convergencia de (19) depende del sistema libre de perturbación,

$$\dot{\bar{\epsilon}}_i(t) = A_i(t)\bar{\epsilon}_i(t). \tag{20}$$

Se propone entonces la función candidata de Lyapunov,

$$V_i = \frac{1}{2}\epsilon_{1_i}^2(t) + \frac{1}{2}\epsilon_{2_i}^2(t). \tag{21}$$

Tomando su derivada con respecto al tiempo se tiene,

$$\dot{V}_i = -\lambda_i(\epsilon_{1_i}^2(t) + \epsilon_{2_i}^2(t)) = -2\lambda_i V_i. \tag{22}$$

Lo que concluye la prueba.

Los estados estimados por el observador i-ésimo serán usados por el robot $i+1$ en el seguimiento de la trayectoria retrasada del robot i.

Observación 1. Observe que la convergencia del observador (14) con los estados retrasados del robot líder también proporciona los valores retrasados de las velocidades que, en conjunto, generarán la trayectoria deseada del robot seguidor correspondiente. Además, el observador (14) evita el uso de una estimación aproximada de la velocidad del robot líder, esto hace al sistema más robusto frente a perturbaciones o ruido.

5. ESTRATEGIA DE NAVEGACIÓN

Considerando el modelo cinemático (1) para el robot $i+1$ y considerando los estados estimados por el observador (14), es posible inicialmente definir,

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i+1}(t) &= \nu_{i+1}(t)\cos(\theta_{i+1}) = \delta_{1_i}(t)\\ \dot{y}_{i+1}(t) &= \nu_{i+1}(t)\sin(\theta_{i+1}) = \delta_{2_i}(t)\\ \dot{\theta}_{i+1}(t) &= \omega_{i+1}(t) = \delta_{3_i}(t)\end{aligned} \tag{23}$$

donde $\delta_{1_i}(t)$, $\delta_{2_i}(t)$ y $\delta_{3_i}(t)$ son señales de control virtuales para el robot $i+1$, que se definen como,

$$\begin{aligned}\delta_{1_i}(t) =& \dot{\hat{w}}_{1_i}(t) - k_{1_i}e_{s_{1i}}(t)\\ \delta_{2_i}(t) =& \dot{\hat{w}}_{2_i}(t) - k_{2_i}e_{s_{2i}}(t)\\ \delta_{3_i}(t) =& \dot{\hat{w}}_{3_i}(t) - k_{3_i}e_{s_{3i}}(t)\end{aligned} \tag{24}$$

con k_{1_i}, k_{2_i}, $k_{3_i} \in \mathbb{R}_+$ y donde $e_{s_{1i}}(t)$, $e_{s_{2i}}(t)$, $e_{s_{3i}}(t)$ son los errores de seguimiento definidos como,

$$\begin{aligned}e_{s_{1i}}(t) &= x_{i+1}(t) - \hat{w}_{1_i}(t)\\ e_{s_{2i}}(t) &= y_{i+1}(t) - \hat{w}_{2_i}(t)\\ e_{s_{3i}}(t) &= \theta_{i+1}(t) - \hat{w}_{3_i}(t).\end{aligned} \tag{25}$$

A partir del sistema (23) se tiene,

$$\begin{aligned}\nu_{i+1}(t) =& \delta_1(t)\cos(\theta_{i+1}) + \delta_2(t)\sin(\theta_{i+1})\\ \omega_{i+1}(t) =& \delta_{3_i}(t)\end{aligned} \tag{26}$$

con lo que se puede obtener las señales de control para los robots seguidores como,

$$\begin{aligned}\nu_{i+1}(t) =& [\dot{\hat{w}}_{1_i}(t) - k_{1_i}e_{s_{1i}}(t)]\cos(\theta_{i+1})\\ &+[\dot{\hat{w}}_{2_i}(t) - k_{2_i}e_{s_{2i}}(t)]\sin(\theta_{i+1})\\ \omega_{i+1}(t) =& \dot{\hat{w}}_{3_i}(t) - k_{3_i}e_{s_{3i}}(t).\end{aligned} \tag{27}$$

Para facilitar el análisis del error de seguimiento se considera un cambio de coordenadas de la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix}e_{1_i}(t)\\ e_{2_i}(t)\\ e_{3_i}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos(\theta_{i+1}) & \sin(\theta_{i+1}) & 0\\ -\sin(\theta_{i+1}) & \cos(\theta_{i+1}) & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_{s_{1i}}(t)\\ e_{s_{2i}}(t)\\ e_{s_{3i}}(t)\end{bmatrix}. \tag{28}$$

Tomando la derivada temporal del error en nuevas coordenadas (28), se tiene que la dinámica está dada por,

$$\begin{aligned}\dot{e}_{1_i}(t) =& \dot{e}_{s_{1i}}(t)\cos(\theta_{i+1}) + \dot{e}_{s_{2i}}(t)\sin(\theta_{i+1}) + \omega_{i+1}(t)e_{2_i}(t)\\ =& \nu_{i+1}(t) - \dot{\hat{w}}_{1_i}(t)\cos(\theta_{i+1}) - \dot{\hat{w}}_{2_i}(t)\sin(\theta_{i+1})\\ &+ \omega_{i+1}(t)e_{2_i}(t)\\ \dot{e}_{2_i}(t) =& \dot{e}_{s_{2i}}(t)\cos(\theta_{i+1}) - \dot{e}_{s_{1i}}(t)\sin(\theta_{i+1}) - \omega_{i+1}(t)e_{1_i}(t)\\ =& \dot{\hat{w}}_{1_i}(t)\sin(\theta_{i+1}) - \dot{\hat{w}}_{2_i}(t)\cos(\theta_{i+1}) - \omega_{i+1}(t)e_{1_i}(t)\\ \dot{e}_{3_i}(t) =& \dot{e}_{s_{3i}}(t) = \omega_{i+1}(t) - \dot{\hat{w}}_{3_i}(t).\end{aligned} \tag{29}$$

Después de algunos desarrollos es posible mostrar que las señales de control (27) considerando el cambio de coordenadas (28) y definiendo $k_i = k_{1_i} = k_{2_i}$ están dadas por,

$$\begin{aligned}\nu_{i+1}(t) =& \dot{\hat{w}}_{1_i}(t)\cos(\theta_{i+1}) + \dot{\hat{w}}_{2_i}(t)\sin(\theta_{i+1}) - k_i e_{1_i}(t)\\ \omega_{i+1}(t) =& \dot{\hat{w}}_{3_i}(t) - k_{3_i}e_{3_i}(t).\end{aligned} \tag{30}$$

5.1 Análisis del error de seguimiento

Para analizar la convergencia de la dinámica del error de seguimiento (29), se cierra el lazo considerando el control (30) y sustituyendo $\dot{\hat{w}}_{1_i}(t)$ y $\dot{\hat{w}}_{2_i}(t)$ dados por la ecuación (14), se tiene que el sistema en lazo cerrado resulta,

$$\begin{aligned}\dot{e}_{1_i}(t) =& -k_i e_{1_i}(t) - k_{3_i}e_{3_i}(t)e_{2_i}(t) + \dot{\hat{w}}_{3_i}(t)e_{2_i}(t)\\ \dot{e}_{2_i}(t) =& -\dot{\hat{w}}_{3_i}(t)e_{1_i}(t) + k_{3_i}e_{3_i}(t)e_{1_i}(t) + m_i(t)\\ \dot{e}_{3_i}(t) =& -k_{3_i}e_{3_i}(t)\end{aligned} \tag{31}$$

donde,

$$\begin{aligned}m_i(t) =& \nu_i(\phi_i(t))\dot{\phi}_i(t)\sin(e_{3_i})\\ &+\lambda_i[\epsilon_1(t)\sin(e_{3_i}+\epsilon_3) - \epsilon_2\cos(e_{3_i}+\epsilon_3)].\end{aligned}$$

Las propiedades de convergencia del sistema (31), están dadas por el siguiente Lema,

Lema 2. - Suponiendo que k_i, $k_{3_i} > 0$ y que la velocidad angular de los robots satisface que $\omega_i(t) \neq 0$ para todo tiempo t. Entonces, el sistema dado por (31) converge asintóticamente al origen.

Demostración 2. Note que con $k_{3_i} > 0$,

$$\dot{e}_{3_i}(t) = -k_{3_i}e_{3_i}(t) \tag{32}$$

converge exponencialmente al origen. Por lo que el término variante en el tiempo, $m_i(t)$ es una señal desvaneciente del sistema dado que no depende de los errores $e_{1_i}(t)$ y $e_{2_i}(t)$ y su convergencia únicamente depende del error de seguimiento $e_{3_i}(t)$ y de los errores de observación $\epsilon_1(t)$, $\epsilon_2(t)$ y $\epsilon_3(t)$ que convergen exponencialmente. Por lo que el sistema (31) puede reducirse al subsistema,

$$\begin{aligned}\dot{e}_{1_i}(t) =& -k_i e_{1_i}(t) - k_{3_i}e_{3_i}(t)e_{2_i}(t) + \dot{\hat{w}}_{3_i}(t)e_{2_i}(t)\\ \dot{e}_{2_i}(t) =& -\dot{\hat{w}}_{3_i}(t)e_{1_i}(t) + k_{3_i}e_{3_i}(t)e_{1_i}(t).\end{aligned} \tag{33}$$

Se propone ahora la función candidata a Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2}e_{1_i}^2(t) + \frac{1}{2}e_{2_i}^2(t) \tag{34}$$

cuya derivada temporal está dada por,

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{e}_{1_i}(t)e_{1_i}(t) + \dot{e}_{2_i}(t)e_{2_i}(t)\\ &= -k_i e_{1_i}^2(t).\end{aligned} \tag{35}$$

Dado que $\dot{V} \leq 0$, el sistema es estable.

Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx

Para demostrar la convergencia al origen del sistema, note que $\ddot{V}$ está acotada, por lo que $\dot{V}$ es uniformemente continua. Considerando el Lema de Barbalat, se tiene que $\dot{V} \to 0$ y consecuentemente $\dot{e}_{1_i} \to 0$. A partir de la primera ecuación del sistema (33) se tiene,

$$0 = [-k_{3_i} e_{3_i}(t) + \dot{\hat{w}}_{3_i}(t)] e_{2_i}(t). \tag{36}$$

Considerando que la suposición, $\omega_i(t) \neq 0$ se satisface lo que implica que $\dot{\hat{w}}_{3_i}(t) \neq 0$ y dado que $e_{w3i}(t)$ y $e_{3_i}(t)$ convergen al origen, es claro que $e_{2_i}(t) \to 0$ y por lo tanto todos los errores de seguimiento convergen al origen. Lo que concluye la prueba.

6. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Para mostrar la efectividad del esquema de control con un tiempo variable de separación presentado en este trabajo, se realizan simulaciones numéricas. Se propone que el líder del convoy siga una trayectoria en forma de lemniscata, dado que esta ruta implica cambios de orientación y velocidad que influyen en la distancia relativa entre los robots y se cumple la restricción ($\omega_i(t) \neq 0$). Las ecuaciones que describen la trayectoria deseada del líder están dadas por,

$$\begin{aligned} x(t) &= a\cos(pt) \\ y(t) &= b\sin(2pt) \end{aligned} \tag{37}$$

donde $a = 2, b = 1$ y $p = \frac{\pi}{5}$.

La ecuación (37), permite definir las señales de entrada para el robot líder como,

$$\begin{aligned} \nu_1(t) &= \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \\ \omega_1(t) &= \frac{\ddot{y}(t)\dot{x}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)}{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)}. \end{aligned} \tag{38}$$

Se considera un convoy de 3 robots por lo que se requiere el uso de 2 observadores; las condiciones iniciales se muestran en la Tabla 1. Las ganancias usadas para el observador son $\lambda_{1_i} = \lambda_{2_i} = \lambda_{3_i} = 3$ para $i = 1, 2$ mientras que las ganancias para las señales de control se fijan en $k_i = 2.1, k_{3_i} = 2.8$ con $i = 2, 3$. Para el tiempo variante de separación, se considera un intervalo constante $t_{s_i} = 0.45[s]$, un radio de influencia $r_{c_i} = 0.55[m]$ y una constante $\alpha_i = 0.25$ con $i = 1, 2$.

	$x[m]$	$y[m]$	$\theta[rad]$
Robot 1	0	2	π
Observador 1	0	2	π
Robot 2	0.5	2.5	$\frac{\pi}{2}$
Observador 2	0.5	2.5	$\frac{\pi}{2}$
Robot 3	2	1.5	$-\frac{\pi}{2}$

Tabla 1. Condiciones iniciales.

La Fig. 4 muestra la trayectoria realizada por cada robot además del área de influencia producido por los robots seguidores. Cuando un robot líder entre a la zona de influencia de su respectivo robot seguidor, el tiempo variante de separación aumentará como se puede ver en la Fig. 5.

Los errores de observación $e_{w_{1i}}(t), e_{w_{2i}}(t), e_{w_{3i}}(t)$ y su convergencia al origen se muestran en la Fig. 6. En la Fig. 7 se puede ver los errores de seguimiento de posición $e_{1_i}(t), e_{2_i}(t), e_{3_i}(t)$ y su convergencia al origen.

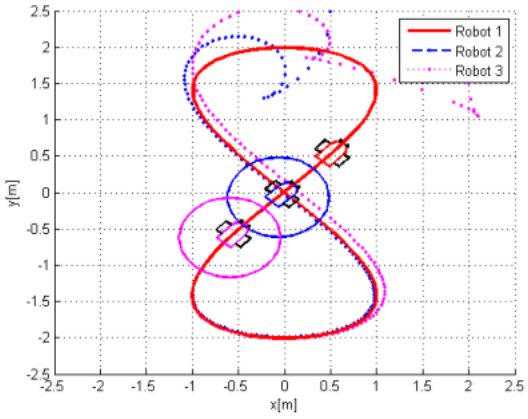

Fig. 4. Trajectorias del convoy.

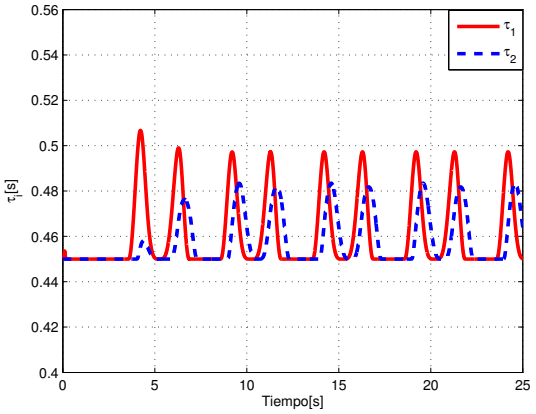

Fig. 5. Tiempo variante de separación.

Las señales de entrada $[\nu_i(t), \omega_i(t)]$ se muestran en la Fig. 8 y la distancia relativa entre los robots se muestra en la Fig. 9, donde se puede ver que los robots nunca se acercan demasiado entre sí, probando que el objetivo de evitar colisiones se cumple y la formación es segura.

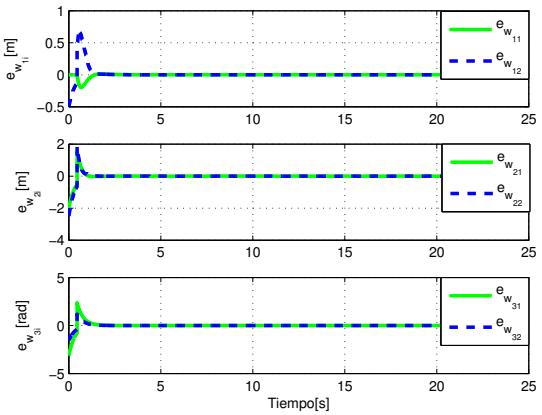

Fig. 6. Errores de observación.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un esquema de control para un convoy de robots móviles con un tiempo variante de

Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx

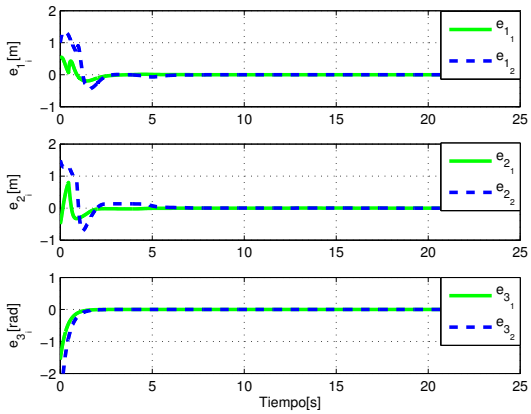

Fig. 7. Errores de seguimiento de posición.

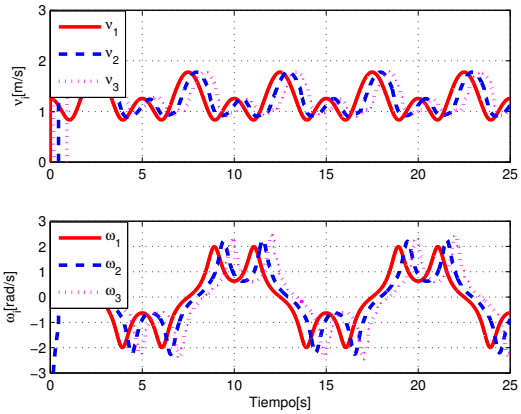

Fig. 8. Señales de control.

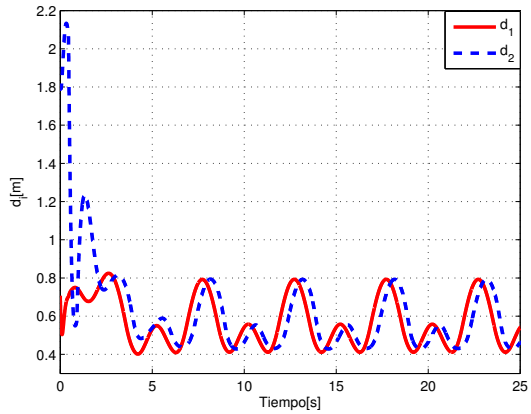

Fig. 9. Distancia entre robots.

separación y un observador de retraso de entrada que estima la trayectoria a realizar para cada robot seguidor. El esquema presentado, se validó formalmente mediante un enfoque de Lyapunov y mediante simulaciones numéricas mostrando que cuando los robots se acercan entre sí, el tiempo variante de separación aumenta separando los robots y evitando colisiones entre ellos. Con este esquema se tiene una formación eficiente y libre de colisiones. El control propuesto está limitado a trayectorias donde la velocidad angular sea diferente de cero, esto es una limitación importante, por lo que se contempla como trabajo futuro la obtención una retroalimentación libre restricciones.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México, CONACyT, por su apoyo a través de la beca CB-2015-01 / 254329.

REFERENCIAS

Arefizadeh, S., Hasanzadezonuzy, A., Talebpour, A., and Shakkottai, S. (2018). Assessing strong string stability of constant spacing policy under speed limit fluctuations. *arXiv preprint arXiv:1802.00122*.

Ariffin, M.H.M., Rahman, M.A.A., and Zamzuri, H. (2015). Effect of leader information broadcasted throughout vehicle platoon in a constant spacing policy. In *2015 IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors (IRIS)*, 132–137. doi: 10.1109/IRIS.2015.7451599.

Canudas, C., Siciliano, B., and Bastin., G. (1996). *Theory of Robot Control*. Springer, Saint-Martin,France.

Caveney, D. (2010). Cooperative vehicular safety applications. *IEEE Control Systems*, 30(4), 38–53. doi: 10.1109/MCS.2010.937003.

Cruz, R., Velasco, M., Rodríguez, A., and Muro, B. (2016). Leader-follower formation based on time-gap separation. *AMRob Journal, Robotics: Theory and Applications*, 4, 25–30.

Cruz-Morales, R.D., Velasco-Villa, M., and Rodriguez-Angeles, A. (2018). Chain formation control for a platoon of robots using time-gap separation. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 15(2), 1729881418770858. doi:10.1177/1729881418770858. URL `https://doi.org/10.1177/1729881418770858`.

Khatib, O. (1985). Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. In *Proceedings. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, 500–505. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087247.

Lammert, M., Gonder, J., Kelly, K., Salari, K., and Ortega, J. (2016). Class 8 tractor trailer platooning: Effects, impacts, and improvements.

Naus, G., Vugts, R., Ploeg, J., v. d. Molengraft, R., and Steinbuch, M. (2010). Cooperative adaptive cruise control, design and experiments. In *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, 6145–6150. doi: 10.1109/ACC.2010.5531596.

Ploeg, J., Semsar-Kazerooni, E., Lijster, G., van de Wouw, N., and Nijmeijer, H. (2015). Graceful degradation of cooperative adaptive cruise control. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16(1), 488–497. doi:10.1109/TITS.2014.2349498.

Stüdli, S., Seron, M.M., and Middleton, R.H. (2017). Vehicular platoons in cyclic interconnections with constant inter-vehicle spacing. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 2511–2516.

Wang, C. and Nijmeijer, H. (2015). String stable heterogeneous vehicle platoon using cooperative adaptive cruise control. In *2015 IEEE 18th International Conference on Intelligent Transportation Systems*, 1977–1982. doi:10.1109/ITSC.2015.320.

 Copyright©AMCA. Todos los Derechos Reservados www.amca.mx