

## Implementación en Hardware-In-the-Loop de un Esquema Completo de Control para un Sistema de Péndulo Simple utilizando un controlador PID. \*

Rosaura Anaid Suárez-Santillán \* Noemi Hernández-Oliva \*  
 Cuauhtémoc Morales-Cruz \* María Bárbara Calva-Yáñez \*  
 Gabriel Sepúlveda-Cervantes \* Edgar Alfredo Portilla-Flores \*

\* Instituto Politécnico Nacional  
 (e-mail: anaid.suarez@gmail.com,  
 noehernano@gmail.com, cumoralescruz@gmail.com,  
 b\_calva@hotmail.com, gsepulvedac@ipn.mx, aportilla@ipn.mx).

**Resumen** El desarrollo de nuevos productos y servicios exige cada día la existencia de mejores y nuevas herramientas para facilitar y acelerar los procesos de diseño de dichos productos. En este contexto, el enfoque de Hardware-In-the-Loop es una herramienta prometedora para cumplir con la creciente demanda de herramientas computacionales. En este trabajo se desarrolla la implementación de un esquema de control completo sobre un péndulo simple utilizando Hardware-In-the-Loop. El sistema se implementa en una plataforma de gama media-baja donde el modelo del sistema implementado es el modelo dinámico completo, permitiendo con ello reducir el costo desarrollo.

**Keywords:** Hardware-In-the-Loop, Modelado de Sistemas, Control PID, Seguimiento de trayectoria.

Actualmente el uso de nuevas tecnologías ha permitido el avance y crecimiento en diferentes áreas del conocimiento tanto en el nivel industrial como en el académico. Entre otras cosas, este auge se ha dado al hacer uso de simuladores, emuladores y herramientas computacionales que faciliten la previsualización e interacción con el diseño de nuevos productos. A su vez, la aplicación de estas tecnologías impacta en el costo y velocidad durante el proceso de diseño, prototipado y puesta a punto de cada producto para que finalmente llegue al proceso de producción. En este sentido, una de las herramientas que tiene un gran potencial para incrementar la velocidad de desarrollo en ciertos sectores, es la técnica de *Hardware-In-the-Loop* (HIL), la cual tuvo sus primeras aplicaciones en la década de los 80's. Esta herramienta se usa para el desarrollo y pruebas en sistemas o en procesos complejos, es decir, permite la simulación del comportamiento de la planta o proceso de estudio, sustituyéndolos por microcontroladores que tengan la capacidad de adquirir, procesar y enviar señales para hacer una sustitución completa del sistema de estudio como se muestra en la Fig. 1. Es muy importante mencionar que este esquema requiere del modelo matemático del sistema para reproducir de manera transparente su comportamiento y permitir in-

tercambiarlos entre ellos.

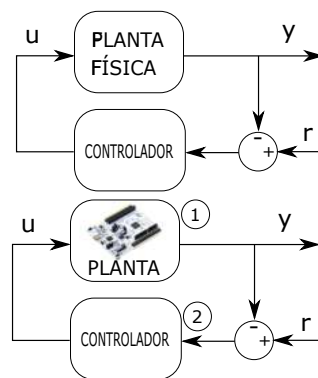


Figura 1. Diagrama esquemático de Hardware-In-the-Loop

Algunos trabajos de interés, desde diferentes enfoques empleando HIL son descritos brevemente a continuación. En Martínez-Aragón et al. (2017), se presenta la implementación de un simulador virtual para un sistema de un carro-péndulo empleando HIL en una tarjeta de desarrollo de la compañía de Texas Instruments con el microcontrolador Hércules de la familia RM57Lx, además de las herramientas de desarrollo como LabVIEW y Unity.

\* Instituto Politécnico Nacional. Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo.

Este trabajo describe el comportamiento del sistema por medio de un modelo dinámico y los resultados obtenidos de la emulación fueron comparados con la implementación del modelo realizada en Matlab/Simulink. Por otro lado, en Valencia-C. et al. (2017) se presenta el desarrollo e implementación de un controlador proporcional integral derivativo (PID) en conjunto con un controlador compensador para la transmisión de un vehículo de cuatro ruedas. Los modelos del sistema son programados también en Matlab/Simulink, y comunicados vía serial con una tarjeta de desarrollo STM utilizando la técnica de HIL. En Qi et al. (2017) se presentó una ventaja para realizar pruebas a sistemas dinámicos costosos, como el acoplamiento de naves espaciales en pruebas de compensación de la velocidad de acoplamiento, mediante un modelo basado en un simulador HIL de movimiento (robot paralelo). En Fonkwe et al. (2016), se presentó un marco de referencia para la identificación de modelos y para la reducción de orden de un modelo (MOR) de micro-redes altamente dinámico, basados en una plataforma HIL. Otra aplicación y un comparativo entre diferentes tipos de simulaciones, son descritas y discutidas a detalle en aplicaciones eléctricas como inversores trifásicos, en Tlapa-Sánchez et al. (2017) se presenta el caso de un simulador aplicado a la red de inversores de potencia para la recuperación de energía en el Metro de la Ciudad de México por medio de un dispositivo Typhoon HIL. En Yonezawa et al. (2018) se propone una simulación HIL para el desarrollo del control de suministro de energía de software para el microcontrolador de un sistema automotriz, por medio de la emulación del objeto de control en tiempo real. En Yang et al. (2014) se propuso un modelo de optimización cooperativa para procesar requisitos concurrentes de prioridad en el control de tráfico, por medio de localización en tiempo real y la adaptación de la velocidad de vehículos con CVIS (Sistema de infraestructura de vehículos cooperativos) con HIL. En Jeanneret et al. (2018) se realizó la integración de un simulador de manejo donde el modelo del vehículo se implementó en una tarjeta de Texas Instruments. Esta propuesta tiene dos aplicaciones del simulador, la primera hace uso de *Model-In-the-Loop* con un joystick y en la segunda se usó *Power-Hardware-In-the-Loop* con un simulador de motor. El sistema obtenido conecta un vehículo virtual a un motor real. En Cale et al. (2018) se presentó una propuesta para disminuir los retardos en la comunicación cuando se realizan experimentos con HIL virtualmente conectados pero físicamente separados, con este fin, se diseñaron observadores para la compensación de errores de medición en sistemas variantes en el tiempo en laboratorios separados por una distancia de 100 km.

Por otro lado, también se han desarrollado trabajos para la sintonización óptima de los parámetros de un controlador. En Prabakar et al. (2016) se propuso el ajuste de los parámetros del controlador de una micro-red al conectarse y desconectarse a una red empleando optimización multi-objetivo. En Calva-Yáñez et al. (2013) se propone un problema de optimización dinámica para la sintonización

óptima de un controlador para lograr una velocidad constante en la entrada de un mecanismo de cuatro barras utilizando un algoritmo de Evolución Diferencial en conjunto con un manejador de restricciones.

En los trabajos anteriores, los modelos empleados son lineales o una linealización del sistema de estudio, además de utilizar únicamente la función de transferencia del sistema, lo cual limita la implementación de diversos tipos de planta de complejidad mayor. Además, las tarjetas sobre las cuales se hizo la implementación de estos ejemplos son de gama media a alta, lo que implica un alto costo para el usuario.

En este artículo se lleva a cabo la implementación del modelo completo de un péndulo simple utilizando la técnica de *Hardware-In-the-Loop* en una tarjeta de desarrollo de bajo costo y se controla para hacer el seguimiento de trayectoria de un patrón definido. Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se describe el modelo dinámico del péndulo, el controlador que se implementó y los parámetros del sistema; en la sección 3 se muestra el desarrollo e implementación del modelo en HIL así como el programa de control para realizar la tarea; en la sección 4 se presentan y discuten los resultados obtenidos y finalmente en la sección 5 se exponen las conclusiones correspondientes y trabajos a futuro.

## 1. DISEÑO DEL SISTEMA

### 1.1 Modelo dinámico del péndulo simple

Sea el sistema mecánico denominado péndulo simple como se muestra en la Fig. 2, donde  $m$  denota el elemento mecánico situado en el extremo de una barra de masa despreciable con una longitud  $l$ . Por otro lado  $\tau$  define el par aplicado y el coeficiente de fricción viscosa es  $b$ , el cual se debe a la fricción en los sistemas mecánicos de rodamiento.

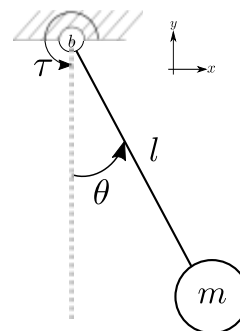


Figura 2. Péndulo simple.

De acuerdo con el Método de Euler-Lagrange, las ecuaciones dinámicas para un sistema de  $n$  coordenadas generalizadas ( $q$ ), están dadas por (1).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (1)$$

Donde:

$L$  = Lagrangiano del sistema

$\tau$  = par

$D$  = función de disipación de Rayleigh para sistemas amortiguados

El Lagrangiano del sistema y la función de disipación de Rayleigh, están dados por (2) y (3)

$$L = K - U \quad (2)$$

$$D = \frac{1}{2} b \dot{q}^2 \quad (3)$$

Donde:

$U = -mgl \cos(q)$ , energía potencial

$K = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 l^2$ , energía cinética

Debido a que el movimiento de la masa está limitada a permanecer en un círculo de radio igual a la longitud de la barra. El ángulo  $\theta$  se considera como la variable de salida, y se designa a  $q$  como la coordenada generalizada, por lo tanto  $q = \theta$ , la cual indica la posición de la masa del péndulo. Por lo que al sustituir  $U$  y  $K$ , en el Lagrangiano se obtiene la ecuación de movimiento que describe al sistema del péndulo simple, la cual se presenta en (4):

$$ml^2 \ddot{q} + b \dot{q} + mgl \sin(q) = \tau \quad (4)$$

A partir de la ecuación de movimiento descrita en (4), el vector de variables de estado es el siguiente  $x = [x_1, x_2]^T = [q, \dot{q}]^T$  y la entrada del sistema es  $\tau$ , la dinámica en el espacio de estados se presenta en (5)

$$\dot{x} = f(x, u(t), t) \quad (5)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{ml^2} - A x_2 - C \sin(x_1) \\ x_2 \end{bmatrix}$$

donde:

$$A = \frac{b}{ml^2}$$

$$C = \frac{g}{l}$$

### 1.2 Control PID

El controlador utilizado para llevar al sistema de péndulo simple a la posición deseada y cumplir con la tarea de seguimiento es un PID ( siglas de Proporcional, Integral y Derivativo). Este tipo de controlador se encarga de aplicar una acción correctora para que el error entre la señal de

referencia y la señal de salida de la planta, se reduzca. El PID convencional tiene solo tres parámetros para ajuste Asl et al. (2017) como se describe en (6):

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (6)$$

donde:

$$e(t) = q_d(t) - q(t)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)$$

### 1.3 Parámetros del sistema

El único parámetro que se midió de forma directa fué el peso del péndulo y se hizo por medio de una báscula para después dividir ese valor entre la gravedad ( $g$ ) y finalmente obtener la masa del sistema. Por otro lado, el resto de los parámetros del sistema no se asumen o se miden de forma directa debido a que no se consideró que la distribución de la masa fuera homogénea y la construcción del péndulo fuera completamente simétrica. Por lo tanto, se implementó un estimador de parámetros para calcular la posición del centro de masa ( $l$ ) y la constante de fricción viscosa ( $b$ ) en el sistema mostrado en la Fig. (3)



Figura 3. Péndulo físico

Por otro lado, los parámetros del controlador PID no se obtuvieron utilizando las técnicas convencionales de sintonización sino que se obtuvieron de forma óptima para cumplir los requerimientos en el desempeño del controlador siguiendo una metodología similar a la reportada en Calva-Yáñez et al. (2013). Este controlador fue sintonizado de manera óptima para cumplir los siguientes tres criterios: un tiempo de levantamiento de 0.5 s, el valor máximo para la entrada del sistema es de 2 Nm y un sobretiro máximo del 2% de la velocidad angular deseada. Finalmente todos los parámetros del sistema se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros

Parámetros	Valor	Parámetros	Valor
l	0.2326 m	$k_p$	2.5319
b	0.0015 Nm/s	$k_i$	1.1684
m	0.04617 kg	$k_d$	0.1148
g	9.81 m/s		

## 2. IMPLEMENTACIÓN HIL

La implementación de Hardware-In-the-Loop que se llevó a cabo consiste en resolver el modelo dinámico que representa el sistema de un péndulo simple en la tarjeta de desarrollo denominada *STM32F4 Discovery Kit* la cual utiliza el microcontrolador *STM32F0407VGT6*. Esta primera parte corresponde con el módulo marcado con el número 1 de la Fig. 1 y representa el intercambio entre la planta y el sistema físico.

Este primer módulo, consiste en la implementación del modelo dinámico del sistema en Simulink con los parámetros obtenidos de la identificación paramétrica para después generar y cargar en la tarjeta el archivo binario correspondiente. En la Fig. 4 se muestra la composición del sistema que se carga a la tarjeta en el cual interactúan el módulo de la configuración de la tarjeta y los módulos de la comunicación serial de la misma, los cuales serán los encargados de el traspaso de información entre el control y el modelo. En la configuración de la tarjeta se debe de considerar el modelo de la misma así como el tiempo de muestreo con el cual se va a trabajar y con con el cual también se configuran todos los módulos del sistema. Este modelo representa la planta del sistema la cual recibirá la señal de control, procesará esta señal y enviará la respuesta o posición angular en la que se encuentra el sistema debido a la fuerza que recibió. La única señal de salida es la posición angular actual del sistema debido a que físicamente es la única variable que se mide directamente, por lo tanto y al igual que otros sistemas, la velocidad se estima con base en la información obtenida de la posición. Esto permite hacer una sustitución completa entre la planta y el sistema implementado en HIL haciendo uso del mismo controlador.

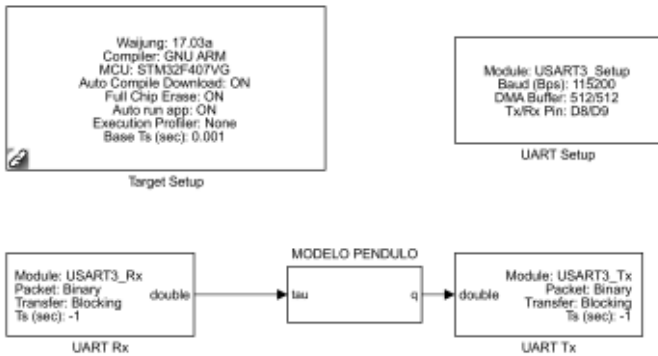


Figura 4. Configuración del Modelo Dinámico del Péndulo

Es muy importante mencionar que el bloque MODELO PENDULO mostrado en la Fig. 4 es un subsistema, por consiguiente, en la Fig. 5 se muestra su contenido y configuración. Este subsistema consta de una entrada externa (señal de control) y dos entradas internas que son los estados del sistema, correspondientes a los valores de la posición y la velocidad angular del péndulo y se obtienen con dos integradores que resuelven el sistema de segundo orden del sistema de estudio. Estos integradores solucionan el modelo dinámico del sistema en (4) con una posición inicial de cero y una velocidad inicial de cero. La ecuación de movimiento del sistema es implementada con el bloque MODELO PENDULO en la Fig. 5 el cual es un bloque denominado función *S* de Simulink y permite tener el modelo matemático completo No-Lineal del sistema.

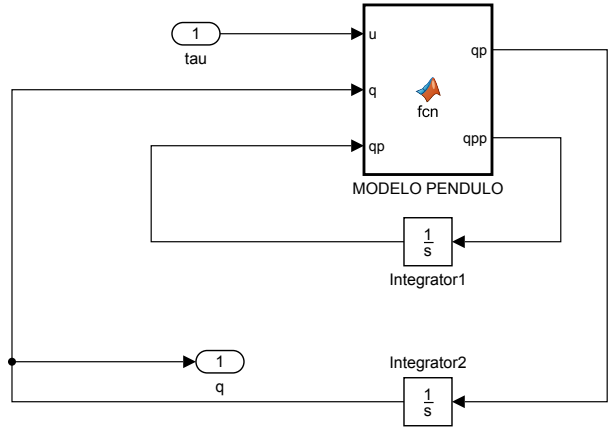


Figura 5. Modelo Dinámico del Péndulo en Simulink

### 2.1 Controlador

Por otro lado, se implementó un controlador para realizar la tarea de seguimiento de trayectoria descrita en (7). Esta importante pieza en el esquema de control corresponde al bloque marcado con el número 2 en la Fig. 1 y es completamente independiente del sistema implementado en HIL, por lo tanto puede ser aplicado a la planta real o a la emulada con HIL, tomando algunas consideraciones prácticas para cada caso.

$$q = \frac{\pi}{4} + 0.1sen(t) \quad (7)$$

En la Fig. 6 se muestra la configuración del programa en Simulink para calcular la acción de control. Se debe configurar la comunicación serial que es la que transmitirá el valor de la posición angular en HIL hacia Simulink y el valor del par calculado en Simulink hacia el HIL. Una vez especificadas las constantes o las ganancias que fueron generadas por el algoritmo de optimización, sólo se colocan como valores de entrada internos.

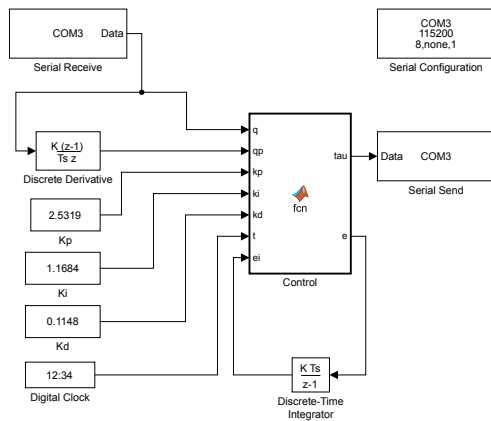


Figura 6. Configuración del Control PID

Para poder obtener el valor de la señal de control ( $\tau$ ) se necesitan el valor de la derivada del error ( $\dot{e}$ ) y la integral del error ( $e_i$ ). Para este fin, se hizo uso de los módulos de derivada discreta e integral discreta respectivamente y así tener todos los valores necesarios para cumplir con (6) y obtener el par necesario para cumplir con la tarea y las especificaciones para el controlador.

Adicionalmente, en la Fig. 7 se muestra el sistema HIL implementado en conjunto con el controlador, donde se aprecia la tarjeta que contiene el modelo dinámico del péndulo, la comunicación serial entre Simulink y la tarjeta de desarrollo, así como el control calculado en Simulink con las ganancias óptimas. Esta figura muestra la implementación real que describe la Fig. 1.

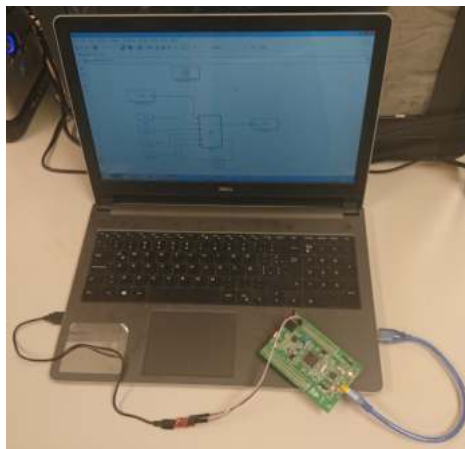


Figura 7. Sistema HIL completo

### 3. RESULTADOS

Como se puede observar en la Fig. 8, el sistema presenta el comportamiento esperado, el cual es una oscilación de  $0.1\sin(t)$  radianes alrededor de la posición de  $\frac{\pi}{4}$ . En las graficas se muestran la comparación del valor deseado y el valor calculado con HIL para la posición

y velocidad angular que corresponden a los estados del péndulo. Estas gráficas se desarrollan en una ventana de 10 s con un tiempo de muestreo de 1 milisegundo. Se aprecia que en la gráfica de la posición comienza en cero y pasa al estado estable en menos de 0.5 s, así también cumpliendo con la restricción de un sobretiro menor al 2% y siguiendo la trayectoria de una manera coherente, demostrando con ello que la optimización de las constantes de control es correcta.

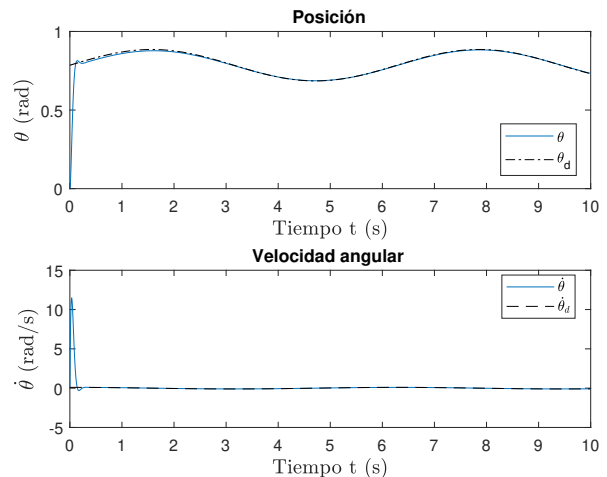


Figura 8. Estados del sistema

En la Fig. 9 se muestra como el error pasa de una diferencia de 0.8 rad a 0.01 rad teniendo un error en estado estable de 0.0099 rad que es menor del 1% de la trayectoria deseada.

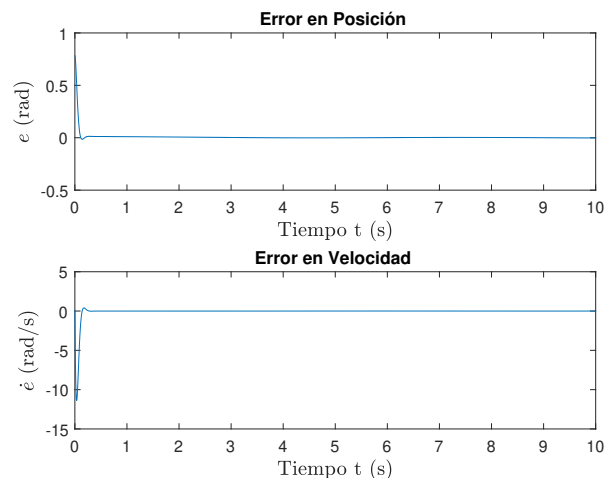


Figura 9. Error del sistema

En cuanto al par se observa que comienza en un valor de 2 Nm, el cual es el valor máximo permitido y solo se

aplica cuando el error es máximo que asu vez solo ocurre en el inicio de la corrida. Sin embargo, al paso del tiempo comienza a descender hasta llegar a 0.07Nm par suficiente para mantener la condición deseada.

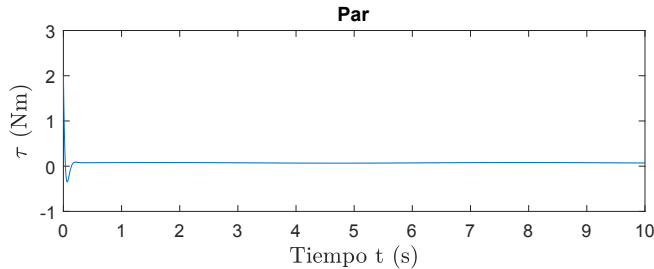


Figura 10. Par

#### 4. CONCLUSIONES

La mayoría de los sistemas utilizados en la actualidad para Hardware-In-the-Loop únicamente usan la función de transferencia para emular el comportamiento del sistema. Sin embargo, la implementación realizada en este artículo utilizó el modelo dinámico No-lineal del sistema. Esto conlleva a que sea más sencillo desarrollar cualquier tipo de sistema, sin importar si es lineal o no lineal, simplemente se necesita tener el modelo matemático para poder controlarlo, por lo que puede extenderse a otro tipo de sistemas a partir de su modelo. Por otro lado, al realizar las ganancias óptimas del sistema con base en sus parámetros nos permite tener un mejor control del sistema, tanto para llegar a los estados transitorio y estable en el tiempo deseado y que siga la trayectoria de la manera deseada. La técnica HIL tiene un gran potencial para incrementar la velocidad y flexibilidad en el desarrollo de sistemas y el enfoque presentado en este trabajo facilita la implementación de sistemas complejos haciendo uso del modelo dinámico completo de cualquier sistema con el que se cuenta su modelo. Como trabajo futuro, se propone hacer la comparación entre el modelo del Péndulo simple implementado en HIL y el controlador en MATLAB-Simulink, y el modelo del Péndulo simple implementado en HIL y el control implementado en un algún sistema dedicado.

#### AGRADECIMIENTOS

Los primeros tres autores agradecen al CONACyT el apoyo otorgado a través de la beca para estudios de doctorado. Todos los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo otorgado a través de la Secretaria de Investigación y Posgrado por medio de los proyectos SIP20181162 y SIP2018808.

#### REFERENCIAS

Asl, R.M., Pourabdollah, E., and Salmani, M. (eds.) (2017). *Optimal fractional order PID for a robotic manipulator using colliding bodies design*. Soft Comput.

- Cale, J., Johnson, B., Dall’Anese, E., Young, P., Duggan, G., Bedge, P., Zimmerle, D., and Holton, L. (2018). Mitigating communication delays in remotely connected hardware-in-the-loop experiments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics (Early Access)*. doi: 10.1109/TIE.2018.2821618.
- Calva-Yáñez, M.B., Niño Suárez, P.A., Villarreal-Cervantes, M.G., Sepúlveda-Cervantes, G., and Portilla-Flores, E.A. (2013). Differential evolution for the control gain’s optimal tuning of a four-bar mechanism. *Polibits*, (47), 67–73.
- Fonkwe, E., Kirtley, J., Almeida, M., and Medjo, D. (eds.) (2016). *Model Identification of Dynamic Microgrids and Controller Optimization with High Fidelity Hardware-in-the-Loop Platform*. IEEE. doi: 10.1109/COMPEL.2016.7556685.
- Jeanneret, B., Ndiaye, D., Gillet, S., and Trigui, R. (eds.) (2018). *H HIL: A novel tool to test control strategy with Human and Hardware In the Loop*. IEEE. doi: 10.1109/VPCC.2017.8331027.
- Martínez-Aragón, M., Ramírez-Leyva, F., and Arias-Aguilar, J. (2017). Implementación en "hardware in the loop" del sistema carro-péndulo invertido con base en el microcontrolador hércules rm571843 de texas instruments. *Pistas Educativas (SENIE 2017)*, 39(128), 1042–1058.
- Prabakar, K., Li, F., and Xiao, B. (eds.) (2016). *Controller hardware-in-loop testbed setup for multi-objective optimization based tuning of inverter controller parameters in a microgrid setting*. IEEE. doi: 10.1109/PSC.2016.7462824.
- Qi, C., Ren, A., Gao, F., Zhao, X., Wang, Q., and Sun, Q. (2017). Compensation of velocity divergence caused by dynamic response for hardware-in-the-loop docking simulator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(1), 422–432.
- Tlapa-Sánchez, E., Ruiz-Dávila, J., Cardena-Moreno, S., and Quirino-Morales, F. (2017). Simulación "hardware in the loop" de un inversor trifásico conectado a la red eléctrica. *Pistas Educativas (SENIE 2017)*, 39(128), 1479–1495.
- Valencia-C., A., Mauledoux-M., M., Avilés-S., O., Niño-S., P., and Portilla-F., E. (2017). Embedded system for front differential drive of rotational and traslational vehicle position control. *International Review of Automatic Control (I.R.E.A.CO.)*, 10(4), 325–331.
- Yang, X., Wang, Y., and Yin, W. (eds.) (2014). *Using CVIS to process the concurrent signal priority requirements: A cooperative optimization model and its hardware-in-the-loop field tests*. IEEE. doi: 10.1109/ITSC.2014.6957657.
- Yonezawa, Y., Nakao, H., and Nakashima, Y. (eds.) (2018). *Novel Hardware-in-the-Loop Simulation (HILS) Technology for Virtual Testing of a Power Supply*. IEEE. doi:10.1109/APEC.2018.8341438.