

# Motion control for a laser beam steering system: an ADRC and predictive control based approach

A. Namigtle-Jimenez \* J. F. Guerrero-Castellanos \*\*  
R. A. Enriquez-Caldera \* E. Castellanos-Velasco \*\*

\* *Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE).*

*Departamento de Electrónica, Puebla, México*

\*\* *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP),  
Facultad de Ciencias de la Electrónica, Puebla, México.*

---

## Abstract:

This paper presents the design of a model predictive control (MPC) strategy applied to an optomechatronic system whose objective is to regulate the position of a laser beam system (LBS). The control scheme considers the system model and considers the existence of external disturbances. The feedback control gain is computed by minimizing an objective function of the state and the control prediction horizon. Unlike the reported works for this optomechatronic system, the proposed control scheme considers constraints on the control signal and the system output. The perturbation is estimated by an extended state observer (ESO) and rejected by a pre-compensation term. Numerical simulations validate the strategy design and allow conclusions for future real-time implementation.

*Keywords:* LBS, MPC, Constraints, ADRC, ESO

---

## 1. INTRODUCCIÓN

El sistema de control de posición y estabilidad del haz láser LBS (*Laser Beam Stabilization*) se utiliza en diversas tecnologías que requieren robustez y alta precisión. Como ejemplos de sistemas ópticos láser se tienen: máquinas de corte por láser en diversos procesos de fabricación, cirugía robótica, comunicaciones ópticas, aplicaciones astronómicas, lectura de códigos de barras, etc. (Bachs et al., 1988; Martínez et al., 2009; Quanser, 2010; Alizadegan et al., 2018; Deng et al., 2020). Las estrategias para controlar la posición del haz del láser son esenciales en muchos sistemas ópticos adaptables (Kim et al., 2004). El desafío en este tipo de sistemas donde la preocupación es la posición y dirección del haz láser, incluye lograr la regulación o el seguimiento de la trayectoria de la posición del haz según sea necesario. A menudo se observa que las perturbaciones externas con componentes de media y baja frecuencia generadas por el movimiento o vibración de la propia plataforma cambian el comportamiento dinámico del sistema, afectando la precisión de la posición del haz láser (Kim et al., 2004; Deng et al., 2020). En la Figura 1 se muestra el sistema optomecatrónico que utiliza un espejo activo para eliminar interferencias y posicionar con precisión el haz láser en la posición deseada. Entonces, al medir una pequeña proporción del haz láser, el espejo activo puede estabilizar el movimiento del haz mediante retroalimentación de posición (Quanser, 2010; Landolsi

et al., 2011). Algunos estudios se han centrado en el diseño y evaluación de diferentes métodos de control para estos sistemas optomecatrónicos, tales como el control adaptativo (Kim et al., 2004; Pérez-Arancibia et al., 2006), método de ponderación de frecuencia (Pérez-Arancibia et al., 2009), controlador basado en PID (Landolsi et al., 2011), control PID de orden fraccionario (Al-Alwan et al., 2017), enfoques  $H_\infty$  (Martínez et al., 2009; Alizadegan et al., 2018), control integral de resonancia (Yue and Song, 2015), control no lineal basado en contracción (González-Romeo et al., 2020), control por rechazo activo de perturbaciones (Guerrero-Castellanos and González-Romeo, 2021), entre otros. En diversas aplicaciones de alta precisión, mencionadas anteriormente, el acoplamiento de las piezas mecánicas, las fluctuaciones eléctricas de la fuente de alimentación al actuador y la incertidumbre de los parámetros impide lograr robustez en el control de posición y velocidad del servosistema (Baronti et al., 2009; Tran and Hwang, 2020). Por otro lado, se encontró en la literatura que el esquema de control por rechazo activo de perturbaciones (*Active Disturbance Rejection Control* ADRC), introducido por (Han, 2009), es muy útil porque se basa en la capacidad de estimar en línea, utilizando un Observador de Estado Extendido ESO (por sus siglas en inglés Extended State Observer), la parte de la dinámica no conocida del sistema de interés así como todos los efectos externos adversos con el fin de cancelarlos mediante una ley de

control previamente seleccionada (Sira-Ramírez et al., 2015, 2017). La metodología ADRC ha sido utilizada ampliamente en varias áreas tales como el diseño de convertidores CC (Sira-Ramírez et al., 2016), generación eléctrica con base en fuentes energías renovables, (Hernandez-Méndez et al., 2017), robótica de asistencia (Guerrero-Castellanos et al., 2018), control de bioprocesos (Carreno-Zagarra et al., 2019), manipulación aérea con vehículos aéreos no tripulados (Namigtle-Jimenez et al., 2023) y recientemente en sistemas LBS (Deng et al., 2020) donde el diseño es abordado en el dominio de la frecuencia. Por otro lado, el control predictivo basado en modelo MPC (por sus siglas en inglés Model Predictive Control) es un método avanzado de control que ha evolucionado conforme a las nuevas tecnologías computacionales en donde el controlador utiliza un modelo dinámico del proceso con el objetivo de predecir las trayectorias de la salida realizando una optimización en línea, permitiendo obtener la secuencia de la señal de control óptima para una ventana de predicción que se ira deslizando en el tiempo (Diehl et al., 2001; Holkar and Waghmare, 2010; Namigtle et al., 2022). El mérito del MPC es que permite optimizar una función objetivo durante el intervalo de tiempo presente, sin dejar de tener en cuenta los intervalos de tiempo futuros, es decir, la función objetivo se optimiza en un horizonte temporal finito, mientras que el control es aplicado durante el intervalo de tiempo actual (Orukpe, 2012).

En este trabajo se muestra la metodología empleada para el diseño de un control predictivo considerando el rechazo activo de perturbaciones así como restricciones en la variable manipulada y controlada. Se diseña un control con estados aumentados en donde se incluye la perturbación que intencionalmente se adiciona a la señal de control. Al mismo tiempo se diseña un observador lineal de estado extendido. Esta combinación entre el control MPC y el ESO proponen una técnica ADRC en un sistema LBS que resulta muy atractivo debido a las características y al entorno en que dicho sistema opera. Es importante mencionar que en sistemas LBS, como el abordado en este trabajo, no se tiene acceso a la medición directa de la velocidad, por lo que ésta debe ser estimada en línea para entonces ser usada en el algoritmo de control. Si bien hoy en día el MPC y el ADRC son técnicas maduras y bien conocidas, el presente trabajo tiene la intención de proponer y unificar algunos conceptos. El resto del artículo se encuentra organizado de la siguiente manera. La Sección 2 contiene los preliminares matemáticos del control predictivo y el observador de estado extendido mediante un modelo discreto aumentado, específicamente del tipo lineal. En la Sección 3 se describe el sistema de interés, en este caso el LBS utilizada en este trabajo, su principio de funcionamiento y el modelo dinámico generalmente usado para el diseño de las estrategias de control. Los resultados numéricos y experimentales se presentan en la Sección 4. Por último la Sección 5 muestra las conclusiones.

## 2. CONTROL PREDICTIVO DE SISTEMAS LTI POR RETROALIMENTACIÓN DE SALIDA Y RECHAZO DE PERTURBACIÓN

### 2.1 Diseño del controlador predictivo

Considérese a una clase de sistemas discreto única-entrada única-salida con perturbación en la señal de control descrita por

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + \Psi w(k) \\ y(k) = Cx(k) \\ w(k+1) = w(k) \end{cases} \quad (1)$$

donde  $u, y$  y  $w \in \mathbb{R}$  son las variables que representan el control, la salida y la perturbación del proceso respectivamente,  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados;  $\Phi, \Gamma$  y  $\Psi$  son las matrices paramétricas del sistema discretizado. Al considerar los siguientes incrementos sobre las variables  $x(k), u(k)$  y  $w(k)$

$$\begin{cases} \Delta x(k) = x(k) - x(k-1), \Delta x(k+1) = x(k+1) - x(k) \\ \Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \\ \Delta w(k) = w(k) - w(k-1), \Delta w(k+1) = w(k+1) - w(k) \end{cases} \quad (2)$$

y al aplicarlos a la Eq. (1) bajo una operación de diferencias en ambas partes de la igualdad, se tiene

$$\begin{aligned} x(k+1) - x(k) &= \Phi(x(k) - x(k-1)) + \dots \\ &\quad \Gamma(u(k) - u(k-1)) + \Psi(w(k) - w(k-1)) \end{aligned} \quad (3)$$

lo que permite obtener la siguiente transformación

$$\Delta x(k+1) = \Phi \Delta x(k) + \Gamma \Delta u(k) + \Psi \Delta w(k) \quad (4)$$

en donde la entrada del modelo en espacio de estados es ahora  $\Delta u(k)$ . En este momento se considera que,  $\Psi = \Gamma$  por lo tanto la Eq. (4) queda como

$$\Delta x(k+1) = \Phi \Delta x(k) + \Gamma \Delta u(k) + \Gamma \Delta w(k). \quad (5)$$

Similarmente, para la salida del sistema (1) también se aplica la operación de diferencias en ambos lados de la expresión por lo que se tiene:

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C(x(k+1) - x(k)) \\ y(k+1) &= C \Delta x(k+1) + y(k) \\ y(k+1) &= C \Phi \Delta x(k) + C \Gamma \Delta u(k) + C \Gamma \Delta w(k) + y(k). \end{aligned} \quad (6)$$

Por último, se hace lo mismo para la perturbación de (1)

$$\begin{aligned} w(k+1) - w(k) &= w(k) - w(k-1) \\ \Delta w(k+1) &= \Delta w(k). \end{aligned} \quad (7)$$

Con el fin de relacionar  $\Delta x(k)$  y  $y(k)$  considerando la perturbación  $w(k)$  se propone un nuevo vector de variables de estado aumentado

$$z(k) = [\Delta x_m(k)^T \quad y(k) \quad \Delta w(k)]^T. \quad (8)$$

Si ahora las tripletas se escriben como  $A, B, C$  el modelo aumentado se usa para el diseño del control predictivo

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \\ \Delta w(k+1) \end{bmatrix}}_{z(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi & 0_{n \times 1}^T & \Gamma \\ C\Phi & 1 & C\Gamma \\ 0_{1 \times n} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \\ \Delta w(k) \end{bmatrix}}_{z(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma \\ C\Gamma \\ 0 \end{bmatrix}}_B \Delta u(k) \quad (9)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{1 \times n} & 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \\ \Delta w(k) \end{bmatrix}}_{z(k)}$$

La trayectoria de control futuro esta denotada por

$$\Delta u(k_i), \Delta u(k_i + 1), \dots, \Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (10)$$

en donde  $N_c$  determina la cantidad de muestras del horizonte de control usado para capturar la trayectoria futura del control.  $N_p$  es la longitud de la ventana de optimización o el horizonte de predicción (Maciejowski, 2002),

$$z(k_i + 1|k_i), z(k_i + 2|k_i), z(k_i + 3|k_i), \dots, z(k_i + m|k_i), \dots, z(k_i + N_p|k_i) \quad (11)$$

donde  $z(k_i + m|k_i)$  es la variable de estado predictivo en  $k_i + m$ . El horizonte de control  $N_c$  se elije menor o igual al horizonte de predicción  $N_p$  (Wang, 2009).

$$z(k_i + N_p|k_i) = A^{N_p} z(k_i) + A^{N_p-1} B \Delta u(k_i) + A^{N_p-2} B \Delta u(k_i + 1) + A^{N_p-N_c} B \Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (12)$$

Partiendo de las variables de estados predictivas se logra definir la salida como

$$y(k_i + N_p|k_i) = CA^{N_p} z(k_i) + CA^{N_p-1} B \Delta u(k_i) + CA^{N_p-2} B \Delta u(k_i + 1) + CA^{N_p-N_c} B \Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (13)$$

Se definen los vectores de salida  $Y$  y de control  $\Delta U$

$$Y = [y(k_i + 1|k_i) \ y(k_i + 2|k_i) \ \dots \ y(k_i + N_p|k_i)]^T \quad (14)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k_i) \ \Delta u(k_i + 1) \ \dots \ \Delta u(k_i + N_c - 1)]^T \quad (15)$$

Para el caso del sistema SISO la dimensión de  $Y$  es  $N_p$  mientras que la dimensión de  $\Delta U$  es  $N_c$ . Las Eqs. (11) y (13) se establecen en la matriz compacta

$$Y = Fz(k_i) + \Upsilon \Delta U \quad (16)$$

en donde

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3} & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Si se define  $\bar{R} = r_w I_{N_c \times N_c}$  con  $r_w$  generalmente un parámetro de ajuste en el desempeño deseado del lazo cerrado tal que ( $r_w \geq 0$ ) y a  $R_s$  como

$$R_s = \underbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}_{N_p}^T r(k_i) = \bar{R}_s r(k_i) \quad (19)$$

donde  $r(k_i)$  corresponde a la referencia deseada, entonces la  $\Delta U$  ahora puede escribirse como

$$\Delta U = (\Upsilon^T \Upsilon + \bar{R})^{-1} \Upsilon^T (R_s - Fz(k_i)). \quad (20)$$

Por otro lado, si la función objetivo se escoge tal que

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U, \quad (21)$$

y minimizándola con  $\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0$ , se obtiene la solución óptima para la señal de control con la suposición de que la matriz Hessiana  $(\Upsilon^T \Upsilon + \bar{R})^{-1}$  es no singular y existe.

Debido al principio de control por horizonte descendente, de la Eq. (20) se toma el primer elemento de  $\Delta U$  en el tiempo  $k_i$  como el control incremental, por lo tanto

$$\begin{aligned} \Delta u(k_i) &= \underbrace{[1, 0, \dots, 0]}_{N_c} (\Upsilon^T \Upsilon + \bar{R})^{-1} (\Upsilon^T \bar{R}_s r(k_i) - \Upsilon^T Fz(k_i)) \\ &= K_y r(k_i) - K_z z(k_i) \end{aligned} \quad (22)$$

en donde

$$\begin{aligned} K_y &= \underbrace{[1 \ 0 \ \dots \ 0]}_{N_c}^T (\Upsilon^T \Upsilon + \bar{R})^{-1} (\Upsilon^T \bar{R}_s) \\ K_z &= \underbrace{[1 \ 0 \ \dots \ 0]}_{N_c}^T (\Upsilon^T \Upsilon + \bar{R})^{-1} (\Upsilon^T F). \end{aligned} \quad (23)$$

La Eq. (22) es una forma estándar de control LTI por retroalimentación de estados. Específicamente  $K_y \in \mathbb{R}$  corresponde a la ganancia de retroalimentación relacionada a la salida del sistema  $y(k)$  mientras que  $K_z = [K_x, K_w, K_y]$ , correspondiendo a  $K_x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  la ganancia de retroalimentación del estado  $\Delta x(k)$  y  $K_w \in \mathbb{R}$  a la ganancia de retroalimentación para  $\Delta w(k)$ .

## 2.2 Observador lineal de estado extendido (ESO)

Esta estrategia tiene como fin estimar las perturbaciones externas e incertidumbres del modelo. Considerando el modelo aumentado (9)

$$\hat{z}(k+1) = A\hat{z}(k) + B\Delta u(k) \quad (24)$$

se define la forma del observador como

$$\hat{z}(k+1) = \underbrace{A\hat{z}(k) + B\Delta u(k)}_{\text{modelo}} + \underbrace{K_{obs}(y(k) - C\hat{z}(k))}_{\text{término de corrección}} \quad (25)$$

donde la ganancia  $K_{obs}$  se obtiene mediante una reubicación de polos. Luego, considerando la Eq. (22) se forma la ecuación en lazo cerrado

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Az(k) + B\Delta u(k) \\ z(k+1) &= Az(k) + BK_y r(k) - BK_z \hat{z}(k). \end{aligned} \quad (26)$$

La figura 2 representa la construcción del observador y controlador basados en la estrategia MPC.

## 2.3 Restricciones en la entrada y salida del sistema LBS

Se establece el problema con restricciones en la entrada y en la salida del sistema y se resuelve con un algoritmo de programación cuadrática.

$$u^{min} \leq u(k) \leq u^{max}, \quad y^{min} \leq y(k) \leq y^{max}. \quad (27)$$

En el caso de la variable manipulada se tiene que

$$\begin{aligned} -(C_1 u(k_i - 1) + C_2 \Delta U) &\leq -U^{min} \\ (C_1 u(k_i - 1) + C_2 \Delta U) &\leq U^{max} \end{aligned} \quad (28)$$

en donde  $C_1$  es un vector columna y  $C_2$  es una matriz triangular inferior. Además  $U^{min}$  y  $U^{max}$  son

vectores columna con  $N_c$  elementos de  $u^{min}$  y  $u^{max}$  respectivamente. Por otro lado, la restricción de la salida es expresada en términos de  $\Delta U$

$$Y^{min} \leq Fz(k_i) + \Phi \Delta U \leq Y^{max}. \quad (29)$$

Por lo tanto las restricciones dadas en desigualdades queda como

$$\begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \\ -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -U^{min} + C_1 u(k_i - 1) \\ U^{max} - C_1 u(k_i - 1) \\ -Y^{min} + Fz(k_i) \\ Y^{max} - Fz(k_i) \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Debido a que la función (21) es cuadrática y las restricciones son desigualdades lineales, el problema de hallar un control predictivo óptimo es encontrar una solución óptima al problema de programación cuadrática estándar.

### 3. SISTEMAS DE POSICIONAMIENTO LASER

En este apartado se describe al sistema de direccionamiento láser de interés además de el modelo matemático que describe su comportamiento.

#### 3.1 Principio de funcionamiento del LBS

En general, los sistemas LBS se componen por tres elementos fundamentales que son la fuente láser, un espejo de direccionamiento rápido o FSM (por sus siglas en inglés *Fast Steering Mirror*) y el detector sensible a la posición o PSD (por sus siglas en inglés *Position Sensitive Detector*) (ver Fig. 1). En un primer momento, el láser se dirige al FSM controlado por un solenoide rotacional que genera un desplazamiento angular en torno a un eje de rotación. Posteriormente, el láser se refleja en el FSM y se dirige a un divisor de haz, en donde la mayor parte del haz apunta al objetivo definido por el experimento, mientras que otra fracción de este se dirige al PSD. La desviación del haz láser del punto objetivo se mide mediante el PSD, para entonces se ajusta la posición del FSM mediante el control del solenoide, hasta garantizar que el reflejo del haz coincida con la posición o trayectoria deseada (Pérez-Arancibia et al., 2009). Por lo tanto, los trabajos en estos sistemas se centran en controlar dicho solenoide rotacional. Sin embargo, la exactitud del posicionamiento del haz láser se afecta por las perturbaciones externas antes descritas y las cuales contienen componentes de media y baja frecuencia.

#### 3.2 Modelo matemático del sistema Láser

Como se mencionó anteriormente, el sistema LBS consiste en un sistema electromecánico acoplado al FSM, al que se le aplica una tensión de corriente directa provocando que el espejo modifique su posición angular (ver Fig. 1). El sistema LBS se representa con la Eq. (31)

$$P(s) = \frac{K}{\tau s^2 + s}, \quad (31)$$

en donde  $K$  y  $\tau$ , representan la ganancia en lazo abierto y la constante de tiempo, respectivamente. La salida es la

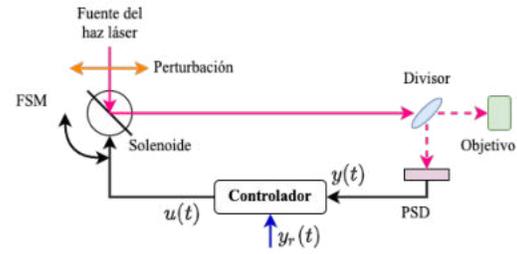


Fig. 1. Principio de funcionamiento del sistema LBS.

posición del haz láser en el PSD y la entrada representa la señal de control que provocará la modificación de la posición angular del espejo. Sin embargo, debido a las vibraciones de la plataforma móvil donde el espejo está montado, la posición angular del espejo se modifica provocando la desviación de la posición del haz láser en el PSD. Estas vibraciones representan perturbaciones externas aditivas a la señal de control. Se define la variable de estado que representa la posición y la velocidad como  $x = (x_1, x_2)$  con  $x_1 = y$ ,  $x_2 = \dot{y}$ . Además, definiendo  $a = 1/\tau$  y  $b = K/\tau$ , el modelo en espacio de estados del sistema está dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -ax_2(t) + bu(t) + bw(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (32)$$

En la práctica, la velocidad  $x_2$  no es medible, por lo que debe ser estimada si se desea conocer dicha información para la retroalimentación. Por su parte, el término  $w(t)$  representa la perturbación externa dependiente del tiempo y sin una estructura particular. Dicha perturbación se estima mediante el observador de estado extendido propuesto en la Eq. (25) y donde la propia estructura de control permitirá la compensación/rechazo del mismo. En lo que sigue y con el fin de aligerar las notaciones, se omitirá el empleo de la variable  $t$ , al menos que el contexto lo exija.

#### 3.3 Formulación del problema de control

Considerando al sistema continuo LBS como

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}}_B u + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} w \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (33)$$

donde  $a = 1/\tau$  y  $b = K/\tau$  y los parámetros con los valores  $\tau = 0.005s$  y  $K = 2200 \frac{mm}{Vs}$  en lazo abierto (Yue and Song, 2015). Partiendo de esta formulación se busca lograr que el estado medible  $x_1$  tienda a una referencia dada sin que sea posible medir y conocer al estado  $x_2$  en conjunto con las perturbaciones existentes.

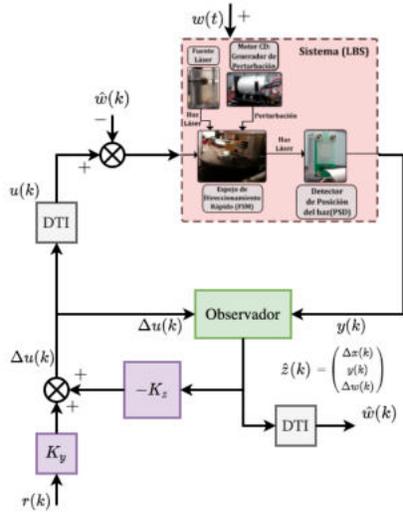


Fig. 2. Diagrama propuesto considerando un controlador predictivo basado en la estimación de los estados y las perturbaciones. El bloque DTI se refiere a *Discrete-Time Integrator*

#### 4. SIMULACIÓN NUMÉRICA

El sistema discretizado toma la forma (34) considerando un paso de integración de  $h = 0.005$ .

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0.0032 \\ 0 & 0.3679 \end{bmatrix}}_{\Phi} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 4.04 \\ 1390.7 \end{bmatrix}}_{\Gamma} u \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (34)$$

Lo que asegura que el sistema es de rango completo, por lo tanto se tiene el siguiente sistema aumentado que incluye los estados  $z(k) = [\Delta x(k), y(k), \Delta w(k)]^T$ .

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1(k+1) \\ \Delta x_2(k+1) \\ y(k+1) \\ \Delta w(k+1) \end{bmatrix}}_{z(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0.0032 & 0 & 4.04 \\ 0 & 0.3679 & 0 & 1390.7 \\ 1 & 0.0032 & 1 & 4.04 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1(k) \\ \Delta x_2(k) \\ y(k) \\ \Delta w(k) \end{bmatrix}}_{z(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 4.04 \\ 1390.7 \\ 4.04 \\ 0 \end{bmatrix}}_B \Delta u(k)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \\ \Delta w(k) \end{bmatrix} \quad (35)$$

La Fig. (3) muestra el desempeño del controlador MPC a distintos valores de  $r_w$ . Mientras que en la Fig. (4) se puede observar el comportamiento de la señal de control que se inyecta al sistema en función del valor de  $r_w$ . Es importante notar que cuando  $r_w = 0$  se considera nulo interés en el crecimiento y evolución de  $\Delta U(k)$ . Se puede observar en la Fig. (5) al sistema con la perturbación actuando en la señal de control  $U(k)$ . Se ha colocado un perturbación con forma sinusoidal de amplitud 0.1 y a una frecuencia de 50 *rad/s*. La Fig. (6) muestra el comportamiento del sistema una vez compensada la

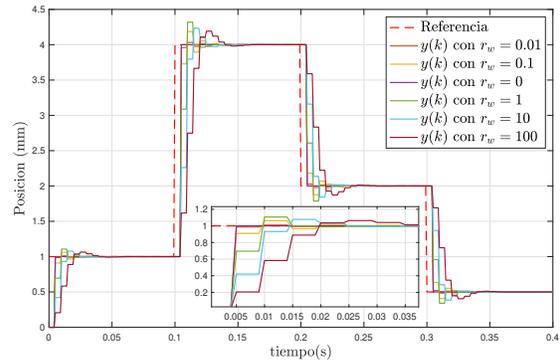


Fig. 3. Comportamiento del sistema LBS considerando a  $N_c = 4$  y  $N_p = 10$  y distintos valores de  $r_w$  para el caso de seguimiento de trayectoria.

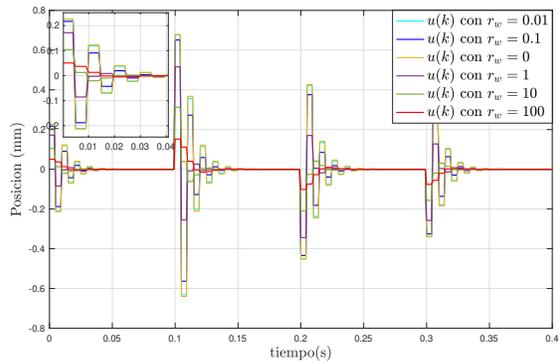


Fig. 4. Comportamiento de la señal de control  $U(k)$  aplicado al sistema LBS considerando distintos valores de  $r_w$ .

perturbación. Se han considerado restricciones en la entrada de  $u^{min} = -0.15$ ,  $u^{max} = 0.15$  (Fig. 7) y en la salida de  $y^{min} = -2$ ,  $y^{max} = 2$  (Fig. 8). Se puede apreciar en la Fig. (7) que el sistema tiene un buen desempeño debido a restricciones sin inducir perturbaciones.

#### 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

El trabajo presentó el diseño de una estrategia de control para la regulación de la posición de un haz láser usando un control predictivo basado en modelo en colaboración con un observador de estado extendido con un enfoque de rechazo activo de perturbaciones. Además, se consideró en el diseño restricciones en la posición del haz y el voltaje de entrada. En el futuro, la estrategia de control se probará experimentalmente.

#### REFERENCIAS

Al-Alwan, A., Guo, X., N'Doye, I., and Laleg-Kirati, T. (2017). Laser beam pointing and stabilization by fractional-order PID control: Tuning rule and experiments. In *Proc. of the 2017 IEEE Conference on*

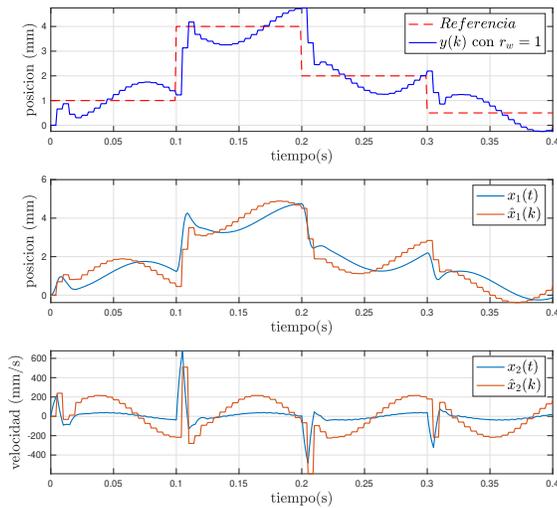


Fig. 5. Señales del sistema con perturbación y sin compensación; se muestra el rendimiento del observador de estados sometido a la perturbación.

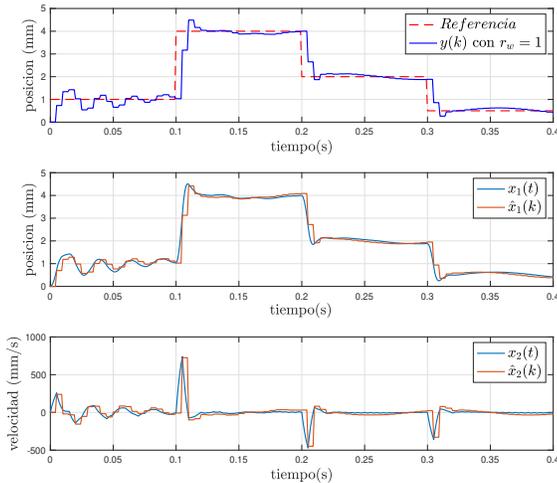


Fig. 6. Señales del sistema con perturbación y compensación; se muestra el rendimiento del observador de estados sometido a la perturbación.

*Control Technology and Applications (CCTA)*. doi:10.1109/CCTA.2017.8062699.

Alizadegan, A., Zhao, P., Nagamune, R., and Chiao, M. (2018). Robust  $H_\infty$  control of miniaturized optical image stabilizers against product variabilities. *Control Engineering Practice*, 80, 70 – 82. doi:10.1016/j.conengprac.2018.08.006.

Bachs, L., Cuesta, J., and Careles, N. (1988). *Aplicaciones industriales del láser*, volume 19. Marcombo.

Baronti, F., Lazzeri, A., Lenzi, F., Roncella, R., Saletti, R., and Saponara, S. (2009). Voice coil actuators:

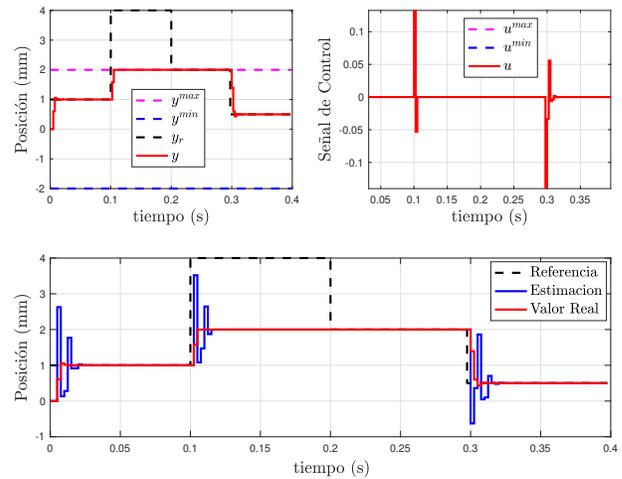


Fig. 7. Comportamiento del sistema considerando restricciones y sin perturbaciones en la señal de entrada.

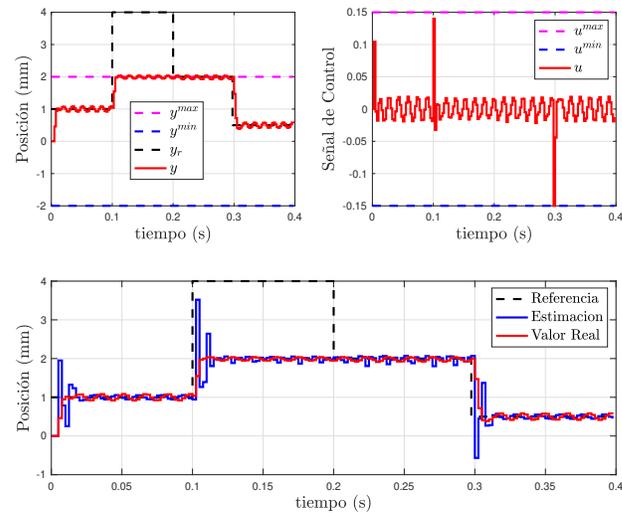


Fig. 8. Comportamiento del sistema considerando restricciones y perturbaciones en la señal de entrada.

From model and simulation to automotive application. In *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 1805–1810. doi:10.1109/IECON.2009.5414837.

Carreno-Zagarra, J., Guzmán, J., Moreno, J., and Villamizar, R. (2019). Linear active disturbance rejection control for a raceway photobioreactor. *Control Engineering Practice*, 85, 271–279. doi:10.1016/j.conengprac.2019.02.007.

Deng, J., Xue, W., Zhou, X., and Mao, Y. (2020). On disturbance rejection control for inertial stabilization of long-distance laser positioning with movable platform. *Measurement and Control*, 53(7-8), 1203–1217. doi:10.

- 1177/0020294020935492.
- Diehl, M., Uslu, I., Findeisen, R., Schwarzkopf, S., Allgöwer, F., Bock, H.G., Bürner, T., Gilles, E.D., Kienle, A., Schlöder, J.P., et al. (2001). Real-time optimization for large scale processes: Nonlinear model predictive control of a high purity distillation column. In *Online optimization of large scale systems*, 363–383. Springer.
- González-Romeo, L.L., Reyes-Báez, R., Guerrero-Castellanos, J.F., Jayawardhana, B., Cid-Monjaraz, J.J., and Félix-Beltrán, O.G. (2020). Contraction-based nonlinear controller for a laser beam stabilization system using a variable gain. *IEEE Control Systems Letters*, 5(3), 761–766.
- Guerrero-Castellanos, J., Rifai, H., Arnez-Paniagua, V., Linares-Flores, J., Saynes-Torres, L., and Mohammed, S. (2018). Robust active disturbance rejection control via control lyapunov functions: Application to Actuated-Ank foot-Orthosis. *Control Engineering Practice*, 80, 49 – 60. doi:10.1016/j.conengprac.2018.08.008.
- Guerrero-Castellanos, J.F. and González-Romeo, L. (2021). Sistema de control de posición mediante rechazo activo de perturbaciones para sistemas ópticos láser. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 19(1), 61–73.
- Han, J. (2009). From PID to active disturbance rejection control. *Transactions on Industry Electronics*, 56(3), 900–906. doi:10.1109/TIE.2008.2011621.
- Hernandez-Méndez, A., Linares-Flores, J., Sira-Ramírez, H., Guerrero-Castellanos, J., and Mino-Aguilar, G. (2017). A backstepping approach to decentralized active disturbance rejection control of interacting boost converters. *Transactions on Industry Applications*, 53(4), 4063–4072. doi:10.1109/TIA.2017.2683441.
- Holkar, K. and Waghmare, L. (2010). An overview of model predictive control. *International Journal of Control and Automation*, 3(4), 47–63.
- Kim, B.S., Gibson, S., and Tsao, T.C. (2004). Adaptive control of a tilt mirror for laser beam steering. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 4, 3417–3421. IEEE.
- Kim, B.S., S.Gibson, and T-C. Tsao (2004). Adaptive control of a tilt mirror for laser beam steering. In *Proc. of the 2004 American Control Conference*. doi:10.23919/ACC.2004.1384437.
- Landolsi, T., Dhaouadi, R., and Aldabbas, O. (2011). Beam-stabilized optical switch using a voice-coil motor actuator. *Journal of the Franklin Institute*, 348(1), 1 – 11. doi:10.1016/j.jfranklin.2009.02.004.
- Maciejowski, J. (2002). *Predictive Control: With Constraints*. Prentice Hall. URL [https://books.google.com.mx/books?id=HV\\_Y58c7KiwC](https://books.google.com.mx/books?id=HV_Y58c7KiwC).
- Martinez, J., Sename, O., and Voda, A. (2009). Modeling and robust control of Blu-ray disc servo-mechanisms. *Mechatronics*, 19(5), 715 – 725. doi:10.1016/j.mechatronics.2009.02.006.
- Namigtle, A., Bautista-Merino, O., Namigtle-Jiménez, J., Cortés-Vázquez, O., Namigtle-Jiménez, L.E., et al. (2022). Implementación de un mpc en un intercambiador de calor usando labview. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 9(18), 56–64.
- Namigtle-Jimenez, A., Alvarez-Munoz, J., Diaz-Tellez, J., Enriquez-Caldera, R., Escareno, J., Durand, S., Marchand, N., and Guerrero-Castellanos, J. (2023). Clf-based control for aerial manipulation using multirotor uavs. In *2023 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 940–947. IEEE.
- Orukpe, P. (2012). Model predictive control fundamentals. *Nigerian Journal of Technology*, 31(2), 139–148.
- Pérez-Arancibia, N., Chen, N., Gibson, J., and Tsao, T.C. (2006). Variable-order adaptive control of a microelectromechanical steering mirror for suppression of laser beam jitter. *Optical Engineering*, 45(10), 1 – 12. doi:10.1117/1.2363189.
- Pérez-Arancibia, N., Gibson, J., and Tsao, T.C. (2009). Frequency-weighted minimum-variance adaptive control of laser beam jitter. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(3), 337–348. doi:10.1109/tmech.2009.2017532.
- Quanser (2010). *Laser beam stabilization instructor manual. Quanser Speciality Experiment Series: LBS Laboratory Workbook*.
- Sira-Ramírez, H., Hernández-Méndez, A., Linares-Flores, J., and Luviano-Juarez, A. (2016). Robust flat filtering dsp based control of the boost converter. *Control Theory and Technology*, 14(3), 224–236. doi:10.1007/s11768-016-6025-6.
- Sira-Ramírez, H., Linares-Flores, J., Luviano-Juárez, A., and Cortés-Romero, J. (2015). Ultramodelos globales y el control por rechazo activo de perturbaciones en sistemas no lineales diferencialmente planos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial {RIAI}*, 12(2), 133 – 144. doi:10.1016/j.riai.2015.02.001.
- Sira-Ramírez, H., Luviano-Juárez, A., Ramírez-Neria, M., and Zurita-Bustamante, E. (2017). *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems*. Butterworth-Heinemann. doi:10.1016/c2016-0-01983-6.
- Tran, M.S. and Hwang, S.J. (2020). Design and simulation of electromagnetic linear actuators for jet dispensers. *Applied Sciences*, 10(5). doi:10.3390/app10051653.
- Wang, L. (2009). *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media.
- Yue, Y. and Song, Z. (2015). An integral resonant control scheme for a laser beam stabilization system. In *Proc. of the 2015 IEEE International Conference on Information and Automation*. doi:10.1109/icinfa.2015.7279656.