

Estimation of electrical angular position and load torque for sensorless control design in permanent magnet synchronous motor [★]

Christian Aldrete-Maldonado* Ramon Ramirez-Villalobos
Luis N. Coria

* *Postgraduate Program in Engineering Sciences, Dynamics Systems
and Control, Tecnológico Nacional de México/ IT Tijuana, Blvd.
Alberto Limon Padilla s/n, Tijuana 22454, México (e-mail:
christian.aldrete18@tectijuana.edu.mx,
ramon.ramirez@tectijuana.edu.mx, luis.coria@tectijuana.edu.mx)*

Abstract: This work proposes the design of an extended state observer to estimate the electrical angular position, angular velocity, and load torque of a surface permanent magnet synchronous motor. We propose a rotating mathematical model (d,q) modified to the observer design when exists an alignment error between the actual and estimated reference frame. From the study of the observer's stability, we propose a methodology to estimate the electrical angular position of the rotor. Finally, we perform high-precision emulations to validate the theoretical results.

Keywords: Extended state observer, sensorless control, surface PMSM, load torque, electrical angular position

1. INTRODUCCIÓN

El motor síncrono de imanes permanentes (PMSM por sus siglas en inglés) ofrece una respuesta dinámica rápida, alta eficiencia y una alta relación par-inercia para tareas altamente eficientes y precisas. Generalmente, la posición del rotor se mide con sensores mecánicos u ópticos. Por otro lado, esos sensores aumentan el tamaño y el costo del PMSM. Además, los sensores están expuestos a fallas de funcionamiento, lo que reduce la confiabilidad del motor, Ramirez-Villalobos et al. (2016); Elsherbiny et al. (2022).

Las técnicas de control sin sensor o popularmente conocidos como *sensorless* para los PMSM's se han desarrollado en las últimas décadas para abordar los problemas mencionados anteriormente, Wang et al. (2019). Las técnicas *sensorless* se clasifican en dos principales categorías: basados en modelos e inyección de alta frecuencia. El primer método estima la posición del rotor a partir de la fuerza contraelectromotriz (FEM) y a menudo se usa para aplicaciones de alta velocidad, Volpato Filho et al. (2021). Mientras tanto, en el segundo método se inyecta una señal de alta frecuencia para detectar la posición del rotor, y es ampliamente utilizado para baja velocidad y velocidad cero.

En cuanto a los métodos *sensorless* basados en modelos es habitual encontrar contribuciones sobre el diseño de observadores de FEM que utilizan el método de bucle sincronizado en fase (PLL por sus siglas en inglés) para estimar la posición y velocidad del PMSM, Lascu and Andreescu (2020); Bierhoff (2017). Algunos otros métodos explotan aún más los recursos informáticos de los microprocesadores, tales como: observadores de modo deslizante, Song et al. (2022); observadores de perturbaciones, Deng et al. (2019); Liu et al. (2017); filtro Kalman extendido, Dilys et al. (2021); control robusto, Aguilar et al. (2020); control inteligente, Wang and Tsai (2017); Putra et al. (2023). Debido a que los métodos basados en modelos dependen del conocimiento del modelo matemático, uno de los principales inconvenientes de las metodologías mencionadas hasta ahora son las perturbaciones externas del motor.

El observador de estado extendido (ESO) es un enfoque reconocido por estimar al mismo tiempo el vector de estado y las perturbaciones externas, Chen et al. (2015); Gao et al. (2020). En la literatura se pueden encontrar diseños de controladores *sensorless* mediante ESO para el PMSM, Zhang et al. (2021); Jiang et al. (2020). Sin embargo, estos trabajos utilizan el estado extendido para estimar las señales FEM del estator en vez de estimar el par de carga externo.

* Los autores agradecen el apoyo al Tecnológico Nacional de México por el proyecto AS-2-258-2022 y 17660.23-P.

El objetivo principal de este trabajo es estimar las variables mecánicas de un PMSM de superficie incluyendo el par de carga externo, considerando solo las mediciones de variables eléctricas (corrientes del estator). El esquema propuesto consiste en un ESO interconectado con controladores proporcional-integral (PI) utilizando el estado extendido para estimar el par de carga. En particular, para estimar la posición angular eléctrica del rotor se propone una nueva metodología, donde no es necesario modificar el modelo rotatorio (d, q) para estimar el voltaje FEM y diseñar un PLL para calcular la posición y velocidad del rotor, Lascu and Andreescu (2020), ni aplicar una función trigonométrica a la FEM, Pyrkin et al. (2020). La reconstrucción de la posición angular se logra a partir de considerar el error de alineación magnética que existe entre los marcos de referencia rotatorio real y estimado del modelo matemático del PMSM de superficie, Bi et al. (2021); JI et al. (2019). A diferencia de algoritmos más sofisticados como el filtro de Kalman y el control inteligente, Dilys et al. (2021); Putra et al. (2023), la baja complejidad del algoritmo propuesto podría ayudar a los ingenieros acelerar los proyectos industriales en sus etapas iniciales.

Las principales contribuciones de este artículo son: (1) la estimación del par de carga variable en el tiempo mediante un observador de estado extendido y (2) una nueva metodología para estimar la posición angular eléctrica del PMSM de superficie. Esta metodología se consigue a partir de analizar la estabilidad de la dinámica del error del observador con una función candidata a Lyapunov, además considera un modelo rotatorio (d, q) modificado por el error de alineación magnética que existe entre los marcos de referencia real y medido o estimado.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera. La sección 2 contiene el modelo dinámico del PMSM. La sección 3 está dedicada al diseño de ESO para la estimación de variables mecánicas, incluido el análisis de estabilidad. La sección 4 proporciona emulaciones de alta precisión. Finalmente, en la Sección 5, se dan las conclusiones del artículo.

2. MODELO MATEMÁTICO PMSM

En esta sección, se presenta el modelo del PMSM en el marco de referencia rotatorio cuando existe una diferencia entre la posición angular eléctrica del rotor real y medido o estimada, a esta diferencia se le conoce como error de alineación.

Para obtener la posición angular, se utilizan sensores de posición, y en caso de que su instalación no sea posible, se recurren a observadores de estado. Con cualquiera de las posibles opciones, es común ejecutar una rutina de alineación antes de comenzar el algoritmo de control, consultar Wang et al. (2016), sin embargo, un error de alineación entre los marcos de referencia real y medido o estimado inevitablemente estará presente, ver la Fig. 1, la magnitud de este error dependerá del rendimiento de la

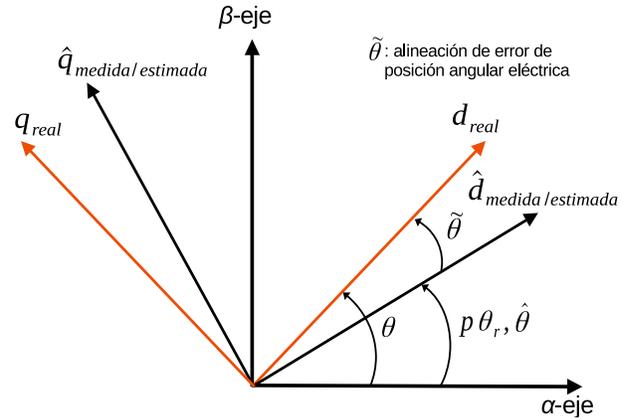


Fig. 1. Error de posición angular eléctrica entre el marco rotatorio PMSM real y medido o estimado.

rutina de alineación, y sensor u observador. En la Fig. 1, las posiciones relativas entre los marcos de referencia se describen con $\theta - \hat{\theta} = p\theta_r$, donde θ_r es la posición angular mecánica del rotor medida por un sensor de posición, o $\theta - \tilde{\theta} = \hat{\theta}$, donde $\hat{\theta}$ es la posición angular eléctrica del rotor estimada por un observador y θ es la posición angular eléctrica del rotor. Inspirados en los trabajos de Bi et al. (2021); JI et al. (2019), el modelo del PMSM en el marco de referencia rotatorio cuando se considera un error de alineación se define como

$$\frac{d}{dt}i_d = -\frac{R}{L}i_d + p(\omega_r - \tilde{\omega}_r)i_q + \frac{v_d}{L} + \delta_d, \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}i_q = -\frac{R}{L}i_q - p(\omega_r - \tilde{\omega}_r)i_d - \frac{\psi}{L}p\omega_r + \frac{v_q}{L} + \delta_q, \quad (1b)$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{K_m}{J}i_q - \frac{F}{J}\omega_r - \frac{T_l}{J}, \quad (1c)$$

$$\dot{\theta} = p\omega_r, \quad (1d)$$

donde v_d y v_q son el control de las entradas de voltaje del estator y ω_r es la velocidad angular del rotor. El parámetro R es la resistencia del estator, L es la inductancia del estator, K_m es la constante del par, ψ es el enlace de flujo del imán del rotor, J es la inercia del rotor, p es el número de pares de polos, F es la constante de fricción viscosa y T_l es el par de carga. Los parámetros del PMSM son constantes y conocidos. Las funciones δ_d y δ_q representan la fuerza contraelectromotriz generada por el error de posición angular y $\tilde{\omega}$ es la estimación de la velocidad angular del error. Las funciones δ se definen como,

$$\delta_d(\tilde{\theta}, \omega_r) = \frac{\psi}{L}p\omega_r \sin(\tilde{\theta}), \quad (2a)$$

$$\delta_q(\tilde{\theta}, \omega_r) = -2\frac{\psi}{L}p\omega_r \sin^2\left(\frac{\tilde{\theta}}{2}\right), \quad (2b)$$

Las variables (2) son las entradas de perturbación de (1). Notar que el diseño del observador se construye a partir de un modelo que considera $\tilde{\theta} \neq 0$, cuando $\tilde{\theta} = 0$ el resultado es el modelo de marco de referencia rotatorio común Aguilar et al. (2020).

3. DISEÑO DE CONTROLADOR SENSORLESS

En esta sección, se examina el diseño de un observador de estado extendido. Este observador considera el par de carga variable en el tiempo como un estado extendido de (1) y estima sus variaciones.

De antemano, se considera $\xi = [i_d, i_q, \omega_r, T_l]^T$, ahora (1) se puede representar mediante un sistema de estado extendido como

$$\dot{\xi} = \mathbf{A}\xi + \Phi(\hat{\xi}, \mathbf{v}) + \Delta(\xi, \tilde{\theta}, t), \quad (3a)$$

$$\dot{\theta} = p\omega_r, \quad (3b)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\xi, \quad (3c)$$

donde las matrices se definen como

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{\psi}{L} & 0 \\ 0 & \frac{K_m}{J} & -\frac{F}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta(\xi, \tilde{\theta}, t) = \begin{bmatrix} \delta_d \\ \delta_q \\ 0 \\ \delta_\tau \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi(\hat{\xi}, \mathbf{v}) = \begin{bmatrix} p\hat{\omega}_r i_q + \frac{1}{L} v_d \\ -p\hat{\omega}_r i_d + \frac{1}{L} v_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4b)$$

donde $\mathbf{v}(t) = [v_d(t), v_q(t)]^T$ es el vector de entrada de control y $\delta_\tau(t)$ es una función desconocida pero acotada. Para superar el problema de la estimación de variables mecánicas y la variación del par de carga, se propone un ESO a continuación.

3.1 Diseño del Observador de Estado Extendido

Primero, esta sección se propone el algoritmo del ESO incluyendo la estimación de la posición angular eléctrica de la siguiente manera,

$$\dot{\hat{\xi}} = \mathbf{A}\hat{\xi} + \Phi(\hat{\xi}, \mathbf{v}) + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\xi}), \quad (5a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = p\hat{\omega}_r + l_\theta p\hat{\omega}_r \tilde{i}_d, \quad (5b)$$

donde $\hat{\xi}(t) = [\hat{i}_d, \hat{i}_q, \hat{\omega}, \hat{T}_l]^T$ define el vector de estado estimado de $\xi(t)$, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ es la matriz de ganancia de diseño del observador, la sección 3.2 presenta la deducción completa de (5b), donde l_θ es la ganancia de diseño para la posición.

Ahora, se denota el error de observación como $\tilde{\xi}(t) = \xi(t) - \hat{\xi}(t)$ y $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$. Entonces, considerando (3) y (5), la dinámica del error del observador se describe como,

$$\dot{\tilde{\xi}} = \mathbf{A}_O \tilde{\xi} + \Delta(\xi, \tilde{\theta}, t), \quad (6a)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = p\tilde{\omega}_r - l_\theta p\hat{\omega}_r \tilde{i}_d. \quad (6b)$$

Asumiendo que el par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) es observable, la matriz de ganancia \mathbf{L} se selecciona, tal que, $\mathbf{A}_O = \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}$ sea una matriz de Hurwitz.

3.2 Stability analysis

Primero, considere la función candidata de Lyapunov como

$$V_1(\tilde{\xi}, \tilde{\theta}) = \tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \tilde{\xi} + \frac{2\psi}{Ll_\theta} \mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T (1 - \cos(\tilde{\theta})), \quad (7)$$

aquí, $\mathbf{P}_1 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es una matriz simétrica y positiva y $\mathbf{D} = [1, 0, 0, 0]$. La derivada temporal de $V_1(\tilde{\xi})$ a lo largo de las trayectorias de (6a) produce

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\tilde{\xi}, \tilde{\theta}) = & \tilde{\xi}^T (\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_O + \mathbf{A}_O^T \mathbf{P}_1) \tilde{\xi} + 2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta \\ & + \frac{2\psi}{Ll_\theta} \mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \sin(\tilde{\theta}) \dot{\tilde{\theta}}, \end{aligned} \quad (8)$$

el segundo término de (8) se expande de la siguiente manera,

$$2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta = 2\mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \tilde{i}_d \delta_d + 2\tilde{\xi}_0^T \mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \delta_d + 2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta_0, \quad (9)$$

donde $\tilde{\xi}_0 = [0, \tilde{i}_q, \tilde{\omega}_r, \tilde{T}_l]^T$ y $\Delta_0 = [0, \delta_q, 0, \delta_\tau]^T$, sustituyendo (9) en (8) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\tilde{\xi}, \tilde{\theta}) = & \tilde{\xi}^T (\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_O + \mathbf{A}_O^T \mathbf{P}_1) \tilde{\xi} \\ & + 2\tilde{\xi}_0^T \mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \delta_d + 2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta_0, \\ & + \frac{2\psi}{L} \mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \sin(\tilde{\theta}) \left(\frac{1}{l_\theta} \dot{\tilde{\theta}} + p\omega_r \tilde{i}_d \right). \end{aligned} \quad (10)$$

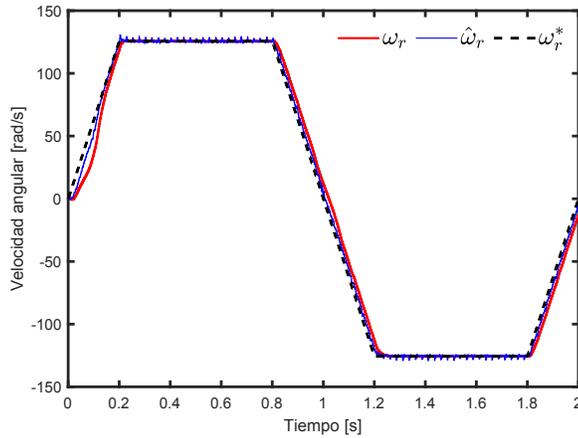
Para compensar el término cruzado $p\omega_r \tilde{i}_d$ con la definición de $\dot{\tilde{\theta}}$ en el último término de (10), se necesita la medición de la velocidad angular medida del rotor, la cual no está disponible al considerarse el diseño de un controlador *sensorless*, como solo se tiene acceso a la velocidad angular estimada, esto nos motiva a proponer (6b). A continuación, cuando se sustituye (6b) en (10) y a través de matrices con dimensiones adecuadas como $\mathbf{E}_1 = [p\frac{\psi}{L}, 0, 0, 0; \mathbf{0}_{3 \times 4}]$, $\mathbf{E}_2 = [0, 0, 1, 0; \mathbf{0}_{3 \times 4}]$, se puede reescribir (10) como

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\tilde{\xi}, \tilde{\theta}) = & \tilde{\xi}^T (\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_O + \mathbf{A}_O^T \mathbf{P}_1 \\ & + (\mathbf{E}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_2^T \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1) \sin(\tilde{\theta})) \tilde{\xi} \\ & + \frac{2\psi}{Ll_\theta} \mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T p\tilde{\omega}_r \sin(\tilde{\theta}) + 2\tilde{\xi}_0^T \mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \delta_d \\ & + 2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta_0. \end{aligned} \quad (11)$$

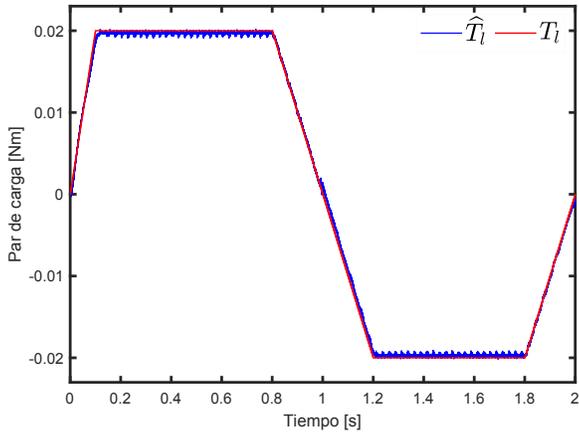
Ahora, considerando la cota $|\sin(\tilde{\theta})| \leq 1$ en el primer término de (11), se define

$$\mathbf{P}_1 \mathbf{A}_O + \mathbf{A}_O^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{E}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_2^T \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1 = -\mathbf{Q}_1, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{y} \\ \frac{2\psi}{Ll_\theta} \mathbf{D}\mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T p\tilde{\omega}_r \sin(\tilde{\theta}) + 2\tilde{\xi}_0^T \mathbf{P}_1 \mathbf{D}^T \delta_d + 2\tilde{\xi}^T \mathbf{P}_1 \Delta_0 = \tilde{\xi}^T \mathbf{W}, \end{aligned} \quad (13)$$



(a)



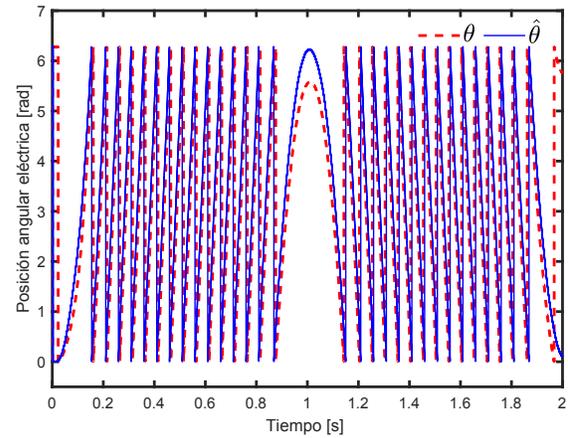
(b)

Fig. 3. Sistema de controlador PMSM bajo variaciones de par de carga. (a) Seguimiento de velocidades y (b) par de carga aplicada y estimada.

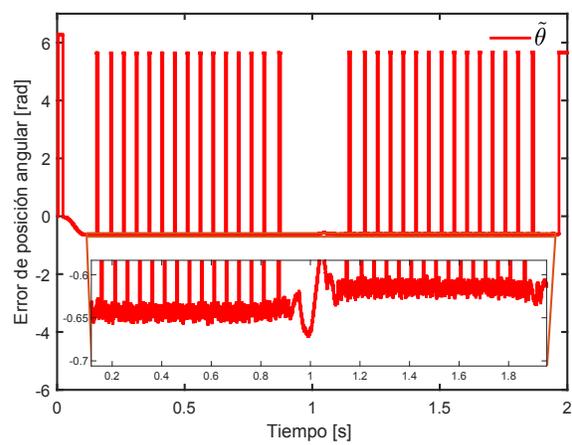
la desalineación inicial θ_0 se puede apreciar un desfase entre las señales de posición medida y estimada. Este desfase es pronosticado y tiene sentido debido a que el codificador incremental no se restablece a cero después de la desalineación. La Fig. 4(b) presenta el error de estimación de la posición angular, se debe observar que el promedio de este error es aproximadamente θ_0 .

5. CONCLUSIONES

Se propuso un observador de estado extendido para estimar las variables mecánicas y los pares de carga para controladores sensorless con PMSM de superficie. El observador fue interconectado con controladores PI para realizar pruebas de regulación y seguimiento. Por lo tanto, los controladores PI regulan la corriente del estator e impulsan la velocidad angular del rotor para seguir una referencia de velocidad deseada. A través del análisis de estabilidad de Lyapunov, se propuso una metodología para reconstruir la señal de posición angular eléctrica del rotor y se establecieron las condiciones a satisfacer



(a)



(b)

Fig. 4. Sistema de controlador PMSM bajo variaciones de par de carga. (a) Posiciones angulares y (b) error de posición.

para que el control sensorless sea estable. Para validar el rendimiento del esquema propuesto, enseguida de la rutina de alineación y antes de comenzar la rutina de control, los campos magnéticos del rotor y estator fueron desalineados de manera intencional y el PMSM fue sometido a pares de carga variables en el tiempo. Las pruebas en emulaciones muestran un buen rendimiento de control y estimación. Como trabajo futuro se considera extender el análisis de estabilidad en lazo cerrado y realizar pruebas experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado en el marco de las actividades de la red internacional denominada "Red internacional de control y cómputo aplicados" soportada por TecNM y la red internacional RICCA. Los autores agradecen el apoyo al Tecnológico Nacional de México por los proyectos AS-2-258-2022 y 17660.23-P.

REFERENCIAS

- Aguilar, L.T., Ramírez-Villalobos, R., Ferreira de Loza, A., and Coria, L.N. (2020). Robust sensorless speed tracking controller for surface-mount permanent magnet synchronous motors subjected to uncertain load variations. *International Journal of Systems Science*, 51(1), 35–48.
- Bi, G., Zhao, N., Zhang, G., Jing, R., Wang, G., and Xu, D. (2021). Current vector angle adaptive adjustment based rotor position offset error suppression method for sensorless pmsm drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(9), 10536–10547.
- Bierhoff, M.H. (2017). A general pll-type algorithm for speed sensorless control of electrical drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(12), 9253–9260.
- Chen, W.H., Yang, J., Guo, L., and Li, S. (2015). Disturbance-observer-based control and related methods—An overview. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 63(2), 1083–1095.
- Deng, Y., Wang, J., Li, H., Liu, J., and Tian, D. (2019). Adaptive sliding mode current control with sliding mode disturbance observer for PMSM drives. *ISA transactions*, 88, 113–126.
- Dilyš, J., Stankevič, V., and Luksza, K. (2021). Implementation of Extended Kalman Filter with Optimized Execution Time for Sensorless Control of a PMSM Using Arm Cortex-M3 Microcontroller. *Energies*, 14(12), 3491.
- Elsherbiny, H., Laszlo, S., Ahmed, M.K., and Elwany, M.A. (2022). High accuracy modeling of permanent magnet synchronous motors using finite element analysis. *Mathematics*, 10(20), 3880.
- Gao, P., Zhang, G., Ouyang, H., and Mei, L. (2020). An adaptive super twisting nonlinear fractional order PID sliding mode control of permanent magnet synchronous motor speed regulation system based on extended state observer. *IEEE access*, 8, 53498–53510.
- Ji, L., SHAO, Y., and GAO, S. (2019). A sensorless efficiency test system for a high-speed permanent magnet synchronous motor. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 7(2), 390–399.
- Jiang, F., Sun, S., Liu, A., Xu, Y., Li, Z., Liu, X., and Yang, K. (2020). Robustness improvement of model-based sensorless SPMSM drivers based on an adaptive extended state observer and an enhanced quadrature PLL. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(4), 4802–4814.
- Lascu, C. and Andreescu, G.D. (2020). Pll position and speed observer with integrated current observer for sensorless pmsm drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(7), 5990–5999.
- Liu, X., Zhang, C., Li, K., and Zhang, Q. (2017). Robust current control-based generalized predictive control with sliding mode disturbance compensation for PMSM drives. *ISA Transactions*, 71, 542–552.
- Putra, D.S., Seng-Chi, C., Hoai-Hung, K., and Chin-Feng, C. (2023). Realization of intelligent observer for sensorless pmsm drive control. *Mathematics*, 11(5), 1254.
- Pyrkin, A., Bobtsov, A., Ortega, R., Vedyakov, A., Cherginets, D., Bazylev, D., and Igor, P. (2020). Sensorless control of permanent magnet synchronous motors based on finite-time robust flux observer. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 9270–9275. 21st IFAC World Congress.
- Ramirez-Villalobos, R., De Loza, A.F., Aguilar, L.T., and Coria, L.N. (2016). Robust sensorless speed-tracking controller for surface-mount permanent magnet synchronous motors. In *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*, 634–639. IEEE.
- Song, J., Wang, Y.K., Niu, Y., Lam, H.K., He, S., and Liu, H. (2022). Periodic event-triggered terminal sliding mode speed control for networked PMSM system: A GA-optimized extended state observer approach. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 27(5), 4153–4164.
- Volpato Filho, C.J., Xiao, D., Vieira, R.P., and Emadi, A. (2021). Observers for high-speed sensorless pmsm drives: Design methods, tuning challenges and future trends. *IEEE Access*, 9, 56397–56415.
- Wang, G., Valla, M., and Solsona, J. (2019). Position sensorless permanent magnet synchronous machine drives—A review. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(7), 5830–5842.
- Wang, M.S. and Tsai, T.M. (2017). Sliding mode and neural network control of sensorless PMSM controlled system for power consumption and performance improvement. *Energies*, 10(11), 1780.
- Wang, Y., Ma, X., Peng, J., and Zhang, M. (2016). Analysis and solution of pmsm starting under different rotor initial positions. In *2016 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 1–6. doi: 10.1109/VPPC.2016.7791614.
- Zhang, Y., Yin, Z., Bai, C., Wang, G., and Liu, J. (2021). A rotor position and speed estimation method using an improved linear extended state observer for IPMSM sensorless drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(12), 14062–14073.